VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ВСЕСОЮЗНЫЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ИСКУССТВОЗНАНИЯ
МИНИСТЕРСТВА КУЛЬТУРЫ СССР

Б.В.Раушенбах

СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВЫ В ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОМ ИСКУССТВЕ

общая теория перспективы

Ответственный редактор
доктор исторических наук
О. А. ШВИДКОВСКИЙ



МОСКВА. «НАУКА» .1986

Предлагаемая читателю книга академика Б. В. Раушенбаха — новая работа ученого, давно занимающегося проблемами пространственных построений в искусстве живописи. Ранее в издательстве «Наука» вышли следующие книги Б. В. Раушенбаха: Пространственные построения в древнерусской живописи. М., 1975; Пространственные построения в живописи. М., 1980.

$\frac{4901000000 - 169}{042(02) - 86}$ 335—86—III

© Издательство «Наука», 1986 г.

ОТ АВТОРА

Проблема передачи пространства и объемов на плоскости картины требует строгих приемов и математических обоснований. Настоящая книга — систематизация многолетних исследований автора в этой области. Новая научная система перспективы, изложение которой читатель найдет ниже, учитывает естественную преобразующую работу мозга при зрительном восприятии.

Много ценного автор вынес из обсуждения своих работ в Государственном музее изобразительных искусств имени А. С. Пушкина, а также во Всесоюзном научно-исследовательском институте искусствознания. Автор благодарен всем принимавшим участие в этих обсуждениях, поскольку они позволили более точно сформулировать формально-математические выводы применительно к проблемам искусствоведения. Особенно плодотворными были беседы с покойным В. Н. Прокофьевым, умевшим видеть затрагиваемые в книге темы с новых и неожиданных позиций.

Большой объем вычислительной работы для второй части книги был осуществлен при самом активном участии М. С. Карпова, которому автор приносит свою искреннюю благодарность.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема изображения трехмерного пространства на двумерной плоскости картины постоянно занимала художников. Впервые вполне научное решение этой задачи дала эпоха Возрождения. Разработанная тогда система перспективы, предложив определенные правила, казалось бы, полностью «закрыла вопрос», однако очень скоро стало ясно, что эпоха Возрождения скорее поставила, чем решила проблему.

Нередко изображение, полученное путем строгого следования умозрительной системе перспективы, не соответствовало зрительному восприятию. Это породило две тенденции. С одной стороны, стали разрабатываться приемы, позволявшие как-то замаскировать это досадное обстоятельство, а с другой — начались поиски причин, по которым система перспективы, казалось бы столь строго обоснованная, явно не оправдывает возлагавшихся на нее надежд.

В начале XX в. постепенно стало ясно, что нельзя игнорировать преобразующую деятельность мозга при зрительном восприятии пространства, которое характерно для ренессансной системы перспективы. Многочисленные работы психологов позволили указать на основные закономерности, которые свойственны естественному зрительному восприятию, и эти закономерности давали возможность качественного объяснения некоторых особенностей бросавшихся в глаза недостатков ренессансного способа передачи пространственности. В книгах, посвященных изобразительному искусству, начали появляться общие рассуждения на эту тему, а ренессансный способ перспективных построений стали иногда объявлять некоторой условностью, с помощью которой зритель и художник могут понять друг друга, опираясь на законы математической дисциплины — проективной геометрии. При этом дальше общих и довольно неопределенных рассуждений дело не шло. Между тем следовало сделать иное — дать новую теорию научной перспективы, учитывающую работу мозга.

Следует отметить две работы, в которых этот подход в какой-то мере начал проявляться. В 1934 г. вышла небольшая работа Г. Баравалле [1], в которой было обращено внимание на то, что зрительное восприятие меняющейся удаленности не совпадает с фактическим ее изменением, и сделана попытка уточнить теорию научной перспективы, основываясь на этом факте. При этом Баравалле воспользовался известным в психологии законом Вебера—Фехнера, но по непонятным причинам не стал учитывать аналогичные эффекты при восприятии ширины и высоты изображаемого объекта. Неудивительно, что его работа не привлекла внимания и не стала исходным пунктом развития новой теории перспективы.

[1] *Baravalle H. von.* Erweiterung der Perspektive: Krümmung des Sehraumes. Stuttgart, 1934.

В 1960 г. появилась монография М. В. Федорова [2], который, сделав правильное предположение, что отклонения от законов ренессансной системы перспективы в картинах художников связаны с интуитивным учетом ими преобразующей деятельности мозга, проанализировал огромный фактический материал и предложил свои поправки к теории перспективы. Эти поправки должны были позволить художникам писать более «естественно». К сожалению, М. В. Федоров, несмотря на многие точные и глубокие наблюдения, не смог на этой основе развить новую теорию научной перспективы. Вероятно, ему мешало отсутствие математического образования. В силу принятого им метода (идти от картины, а не от психологии восприятия) он не смог заметить, что такие перспективные системы, как аксонометрия и даже обратная перспектива, в известных условиях столь же естественны, как системы, применявшиеся художниками XIX в., картины и рисунки которых он изучал.

Автор настоящей работы первоначально пытался понять пространственные построения, использовавшиеся в древнерусской живописи. В своей следующей работе им был привлечен и материал искусства рубежа XIX и XX вв. [3] Математическое обоснование помещалось в разделе «Наброски теории пространственных построений в изобразительном искусстве», носившем характер приложения. Хотя все положения новой теории научной перспективы были там представлены, они носили фрагментарный характер. Многие важные вопросы затрагивались мимоходом, многие лишь подразумевались.

Интерес, проявленный читателями к предыдущим книгам автора, побудил к систематизации изложения новой научной системы перспективы наподобие того, как это делается в привычных книгах по перспективе. Правда, в отличие от них здесь не только дается общая теория перспективы (ренессансная входит в нее в качестве одного из частных случаев), но приводится анализ изобразительного материала, показывающий, какие варианты такой научной системы перспективы предпочитаются художниками и почему.

Обнаруженная многовариантность научной системы перспективы, учитывающей преобразующую деятельность мозга, позволяет по-новому взглянуть и на историю изобразительного искусства. До сих пор считалось, что ренессансная система перспективы остается тем незыблемым фундаментом, математически наиболее точно передающим естественное зрительное восприятие, относительно которого все иные способы изображения являются отклонениями от научной системы. Эти отклонения можно хвалить или порицать, но они не имеют столь строгого обоснования, как ренессансный способ передачи пространственности. Между тем оказывается, что сама ренессансная система перспективы (как и любая другая система) является отклонением от естественного зрительного восприятия.

В истории искусств надо сравнивать используемые перспективные построения с естественным вúдением человека, а не с каким-либо методом, условно принимаемым за правильный, ибо абсолютно правильных методов не существует. Этот подход тоже представлен в книге.

[2] См.: *Федоров М. В.* Рисунок и перспектива. М., 1960.
[3] См.: *Раушенбах Б. В.* Пространственные построения в древнерусской живописи. М., 1975; *Он же.* Пространственные построения в живописи. М., 1980.

Конечно, мы сознаем, что предлагаемая вниманию читателя книга не лишена недостатков. В частности, следовало бы дать практические способы простого построения изображения в разных вариантах научной системы перспективы и более разработанную методику анализа художественного материала для искусствоведческих исследований. Автор надеется, что это лучше него смогут сделать искусствоведы.

Как и в предыдущих работах автора, книга разделена на две части. В первой дается общедоступное изложение вопроса, а во второй — общая теория перспективы с использованием математического аппарата. Все положения, обсуждаемые в первой части работы, опираются на строгие доказательства, помещенные во второй ее части. Материал, помещенный во второй части, имеет разную степень сложности. В частности, содержание § 5 и 6 в основном сводится к обсуждению численных расчетов ошибок различных вариантов системы научной перспективы. Здесь дана очень подробная и наглядная «анатомия» этих вариантов, и читателю, желающему более глубоко прочувствовать все особенности возможных вариантов системы перспективы, будет только полезно изучить приводимые там графики ошибок и вдуматься в их содержание. Такое изучение не требует какой-либо особенной математической подготовки. Точно так же желающим научиться строить изображения, используя развитые методы, следует ознакомиться с Приложением 2, изложенным совершенно элементарно.

Хотя обе части книги тесно связаны, они написаны так, что каждая из них является законченным целым. Это могло привести к повторениям, однако автор стремился свести их к минимуму. Обе части книги посвящены одной и той же теме, но рассматриваемой с совершенно различных позиций, и поэтому они дополняют друг друга.

Проблема передачи пространственности объективного мира на плоскости картины, как говорилось выше,— одна из «вечных» проблем изобразительного искусства. Во многих работах уже указывалось на парадоксальность картин, в которых художник стремится передать пространство или по меньшей мере объемную форму предметов. С одной стороны, это находящиеся в объективном пространстве плоские предметы, покрытые слоем краски, а с другой стороны, они способны восприниматься как трехмерные предметы, находящиеся в другом пространстве. Эта парадоксальная двойственность является существом таких картин, и анализ путей, которые позволяют реализовать эту двойственность, является одной из задач теории изобразительного искусства.

Получение эффекта глубинности при взгляде на картину связано с целым рядом приемов, которые сегодня умеет комбинировать художник. К указанным приемам следует отнести так называемую *линейную перспективу*, являющуюся формой передачи пространства с помощью линий, изображающих контуры предметов, границы перехода одних поверхностей в другие (например, границу между полом и стеной) и т. п. Той же цели служит и *воздушная перспектива*, согласно которой предметы по мере удаления от зрителя как бы видятся через все более и более плотную голубую дымку, и поэтому, подчеркивая на своей картине голубизну дали, художник способен усилить иллюзию пространственности. Наконец, той же це-

ли служит уменьшение резкости изображения по мере того, как изображаются все более удаленные предметы.

Близкой задачей является и трактовка объемной формы изображаемых предметов, которая имеет не только геометрическую сторону, но связана и с такими далекими от геометрии проблемами, как учет воздействия на цвет светотени и воздушной среды. Здесь тоже существуют выработанные художественной практикой приемы, способствующие выявлению пластической моделировки подлежащего изображению.

Последовательное применение известных сегодня приемов может привести к очень убедительной передаче пространственности в картине. Однако получение возможно более правдоподобной иллюзии пространственности далеко не всегда является заветной целью художника. Решая стоящую перед ним художественную задачу, автор рисунка или картины стоит перед поиском нужного ему соотношения между глубинностью и плоскостностью в своем произведении, и компромисс, к которому он приходит, обусловлен многими причинами. К этим причинам в первую очередь относятся идейно-эстетические представления соответствующих культур (средневековой, эпохи Возрождения и т. п.).

Таким образом, стремящийся к полноте анализ проблемы пространства в изобразительном искусстве предполагает комплексное изучение сложной и многосторонней задачи, в которой тесно связаны вопросы геометрии, цвета, композиции и идейно-эстетических представлений, свойственных различным регионам и различным эпохам. Работы, в которых осуществляется такой именно подход, существуют, например недавно вышедшая монография Л. В. Мочалова [4].

В предлагаемой вниманию читателя книге излагается только геометрическая сторона этой проблемы. Но даже эта геометрическая сторона рассматривается суженно. Как известно, пространственные построения в живописи могут быть весьма разнообразными. Наряду с системой прямой перспективы существуют аксонометрические и построенные по правилам обратной перспективы изображения, существуют чертежные методы передачи геометрии объективного пространства (характерные для Древнего Египта), наконец, существуют методы, в которых как бы сознательно искажается конструкция изображаемого предмета (автор назвал в свое время такие изображения *геометрически противоречивыми*). Все эти геометрические методы передачи пространственности имеют как сильные, так и слабые стороны, они имеют разные области применения, могут комбинироваться друг с другом, и в целом все они разумны. Эти методы рассматривались в предыдущих книгах автора.

В настоящей книге изучается только задача создания общей теории перспективы, при этом под словом «перспектива» понимается то же самое, что понимали и мастера эпохи Возрождения: геометрический способ правильной передачи естественного зрительного восприятия пространства.

Таким образом, ниже будет рассматриваться только один из упоминавшихся выше геометрических подходов к передаче пространственности, но зато возможно более полно. Если в книге и будет говориться об обратной перспективе или аксонометрии, то лишь в той мере, в которой они способствуют правильной передаче естественного зрительного восприятия,

[4] См.: *Мочалов Л. В.* Пространство мира и пространство картины. М., 1983.

т. е. когда они не являются условными методами. Следовательно, аксонометрия китайских свитков или подчеркнутая обратная перспектива икон анализироваться не будет.

Настоящая книга в известной мере аналогична обычным курсам перспективы, в которых не затрагиваются проблемы анализа художественного образа или вопросы истории изобразительного искусства. Автор всюду подходит к используемым им художественным произведениям как к примерам, иллюстрирующим те или иные геометрические свойства изображений, и не судит об их художественных особенностях. В то же время предлагаемый анализ особенностей перспективных построений должен побудить искусствоведа к уточнению суждений по поводу пространственной структуры произведений изобразительного искусства.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ГРМ — Государственный Русский музей
ГТГ — Государственная Третьяковская галерея
ГЭ — Государственный Эрмитаж
РХМ — Рязанский областной художественный музей

Часть первая

СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВЫ В ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОМ ИСКУССТВЕ



Глава первая

ВЕЛИКОЕ ОТКРЫТИЕ ХУДОЖНИКОВ РЕНЕССАНСА

Если сравнить историю живописи до эпохи Ренессанса с тем, что было сделано в названную эпоху, то поражаешься поистине революционному перевороту в живописи, которому мы обязаны художникам того времени (они тогда нередко были и математиками). Действительно, и в античности и в эпоху средневековья художники считали нужным и умели изображать предметы. Они знали, как изобразить стол, табуретку, дом, как изобразить табличку для письма в руках древней римлянки или Евангелие в руках святого. Здесь были развиты весьма совершенные методы, которые будут далее обсуждаться, и сейчас вызывающие у нас удивление, свидетельствуя о весьма высоком уровне понимания проблемы пространственных построений в те времена. Однако только эпоха Возрождения поставила задачу изображения не предмета, а всего пространства, поставила задачу изображения «вида из окна».

Существует много работ, в которых обсуждается вопрос о том, почему именно в эпоху Возрождения появилась эта потребность, как все это связано с рождением новой культуры, с началом развития новой науки и т. п. Оставляя все эти очень интересные проблемы за рамками настоящей книги, ограничимся более узким аспектом: проанализируем, какую формально-математическую задачу пришлось поставить и решить великим мастерам Ренессанса.

Как это часто бывает, ответ на поставленный жизнью вопрос надо было искать на обходном пути, анализируя прямо противоположную проблему. Решение задачи «расширения» изображаемого (передача облика не предмета, а всего пространства) коренилось в решении противоположной задачи: изображения предельно «сжатого» — отдельной точки. Сама идея изображения отдельной точки была абсолютно чужда искусству, предшествовавшему эпохе Возрождения. Ведь точка ничего не изображает, это голая абстракция. Хорошо еще, если такая точка принадлежит изображаемому предмету, но ведь она может принадлежать и «пустоте», части пространства, в которой ничего не расположено. Однако именно это уравнивание «в правах» точек, принадлежащих предметам, и точек «пустоты» было гениальным открытием, сделавшим возможным передачу целостного пространства.

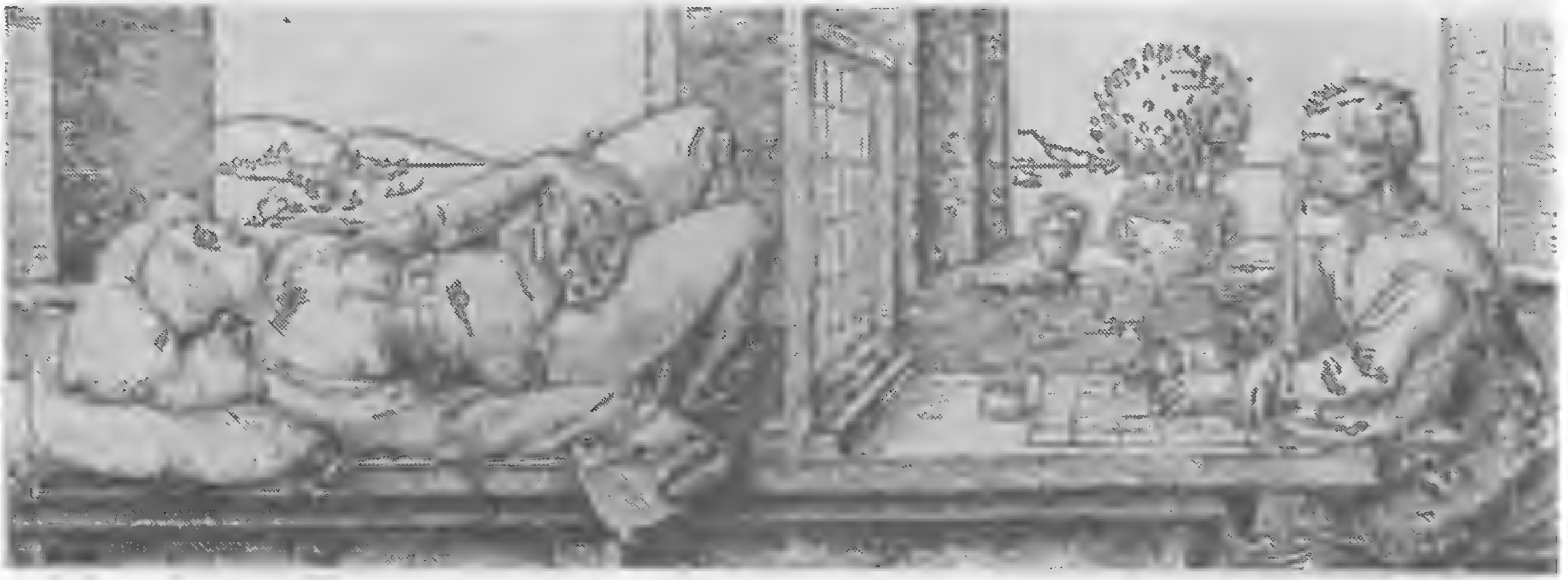
Во времена античности и средневековья существовали достаточно совершенные способы передачи пространственного облика предметов. По-

местив на картине два таких предмета рядом, художник абсолютно не интересовался тем, как будет выглядеть пространство между ними. Могло вполне оказаться, что пространство между предметами получалось изображенным как бы по правилам, совершенно отличным от тех, которым следовал художник, передавая облик самих предметов. Но тогда объединение изображений отдельных предметов, людей и т. п. в единую картину могло осуществляться только цветом, ритмом и другими средствами, которыми располагает художник, но никак не геометрией пространственных построений. Чтобы подобная геометрия могла бы играть такую объединяющую роль, она должна была быть единой для всей картины. В частности, было необходимым, чтобы и предметы и пространство между ними изображались по единым правилам. Именно это и было сделано в эпоху Возрождения, когда была решена задача изображения отдельной точки картинного пространства на плоскости картины.

Предположим, что такие единые правила, которым должен следовать художник, существуют. Каковы должны быть их свойства, чтобы они могли быть положенными в основу передачи пространства в картине? Что надо сделать, чтобы всегда существовавшие способы пространственных построений, использовавшиеся при изображении отдельных предметов, стали бы качественно иными способами построения пространства всей картины?

Из совокупности необходимых свойств, которые будут обсуждаться ниже, уже сейчас уместно выделить два: эти правила должны иметь математическую основу и опираться на закономерности естественного зрительного восприятия человека. Первое связано с тем, что проблему передачи трехмерного пространства на плоскости картины законно рассматривать как математическую задачу, ибо плоскость и пространство — это объекты, которые изучает математика. Кроме того, изображение точки не является само по себе художественной задачей, это типично математическая постановка вопроса. Второе связано с тем очевидным обстоятельством, что не всякое математическое соответствие пространства и плоскости интересно для художника. Для него будут полезны лишь такие соответствия, которые опираются на закономерности зрительного восприятия, ибо главная задача художника — изображение видимого мира.

Оба эти соображения были приняты во внимание мастерами эпохи Возрождения, которые разработали удивительно простой и весьма эффективный способ изображения видимого мира, опирающийся на математику (точнее, геометрию) и на работу человеческого глаза. Разработанный ими способ изображения отдельной точки свелся, как хорошо известно, к центральному проектированию с помощью прямых линий. Человеческий глаз рассматривался как центр проектирования, а мысленная прямая, соединяющая глаз и изображаемую точку (луч зрения), служила для отыскания точки картинной плоскости, являющейся ее изображением. Последняя получилась как точка пересечения луча зрения с плоскостью картины. Идея такого метода изображения наглядно иллюстрируется известной гравюрой Дюрера (илл. 1). Эта гравюра хорошо передает три важных обстоятельства, которые должны соблюдаться: глаз художника должен быть неподвижным (это обеспечивается изображенным визирным устройством), художник должен смотреть одним глазом и ось зрительного конуса (совокупности всех возможных лучей зрения) должна быть перпендикулярной



1. Альбрехт Дюрер. Рисование по сетке. Около 1525 г.

картинной плоскости (на гравюре роль картинной плоскости выполняет вертикальная сетка, натянутая между художником и натурой).

Метод, который предложили в эпоху Возрождения и который назвали «перспективой», замечателен в том отношении, что он носит объективный характер, что он никак не связан с художественным образом, а основывается только на законах геометрии и одновременно учитывает характер работы человеческого глаза. Это как бы вывело теорию перспективы из области художественного творчества и сделало ее одной из геометрических дисциплин. Неудивительно, что со временем этот метод стали называть *системой научной перспективы*. Ниже этот термин будет всюду применяться в том же (но несколько расширенном) смысле — как метод изображения пространства на плоскости картины, базирующийся только на законах естественного зрительного восприятия человека и сформулированный в виде соответствующих математических зависимостей. Как теперь стало ясно, метод изображения, предложенный в эпоху Возрождения, является далеко не единственным, который можно назвать «системой научной перспективы». Система перспективы, созданная в ту замечательную эпоху,— всего лишь один из возможных вариантов, имеющий свои сильные и свои слабые стороны. Поскольку ниже будут обсуждаться и другие варианты системы научной перспективы, то условимся называть тот классический вариант, с которого началась жизнь систем перспективы, *ренессансным*.

Наименование «ренессансная система перспективы», или «ренессансный вариант» системы перспективы, не следует понимать как утверждение, что художники эпохи Возрождения неизменно пользовались этим способом изображения пространства на плоскости. История искусства знает, что освоение системы ренессансной перспективы было сложным и длительным процессом, и периоды, когда художники следовали этой системе, сменялись периодами, когда они не проявляли к ней интереса. Употребление термина «ренессансная» подчеркивает только эпоху рождения системы научной перспективы. Было бы глубокой несправедливостью по отношению к замечательным мастерам эпохи Возрождения — художникам и одновременно математикам, если бы назвать этот вариант как-либо иначе. В настоящее время ренессансную систему перспективы нередко называют

научной, линейной, прямой или просто *перспективой*. Сегодня эти наименования стали неуместными, так как некоторые из рассматриваемых ниже систем тоже являются и научными, и линейными, и прямыми и в то же время никакого отношения к ренессансному варианту не имеют.

Здесь уместно сказать несколько слов о системе научной перспективы. Основанная на принципах, не имеющих прямого отношения к художественному творчеству, она занимает в последнем подчиненную роль, являясь одним из изобразительно-выразительных средств. Она позволяет художнику более глубоко понимать возможности, которыми он располагает, и в зависимости от решаемой им художественной задачи либо соглашаться с ее рекомендациями, либо отклоняться от них. Чтобы в дальнейшем не возникало никаких недоразумений, следует еще раз напомнить, что настоящая книга посвящена только системе научной перспективы.

Когда в эпоху Возрождения родилась система научной перспективы, казалось бы, некая непогрешимая система, основанная на очевидных правилах геометрии и не менее очевидных свойствах глаза, то можно было ожидать, что она будет немедленно подхвачена всеми художниками. Но ничего похожего не произошло. Даже творцы этой системы нередко отклонялись от ее строгих правил. Более того, Антонио Филарете, например, определенно утверждал, что при известных условиях эта научно безупречная система дает изображения, не согласующиеся с естественным зрительным восприятием пространства. Совершенно аналогичные соображения можно и сегодня услышать из уст тех, кто преподает перспективу в художественных учебных заведениях. Здесь нередко утверждается, в частности, что «видеть перспективно» очень трудно, что этому надо учиться, что от строгих правил ренессансной перспективы следует отклоняться, если она дает слишком неестественное изображение, что ее надо рассматривать как «гибкую» систему, допускающую те или иные разумные нарушения ее принципов, и т. д.

Прежде всего следует заметить, что подобная «гибкая» система, в которой по ходу дела и по своему усмотрению художник то приближает, то удаляет свою точку зрения, многократно изменяет высоту горизонта или допускает еще какую-либо «вольность», перестает быть системой научной перспективы. Ведь понятие «научная система» всегда предполагает строгое соблюдение каких-то основополагающих принципов (в данном случае хотя бы тех, что показаны на гравюре Дюрера). Поэтому подобные «гибкие» системы (неясно, правда, можно ли их называть системами), являющиеся вполне разумными с практической точки зрения, следует относить к свободным, несколько неопределенным перспективным приемам, не имеющим научного характера. Это вовсе не значит, что они плохи, отнюдь. Но, не будучи точными и однозначными научными системами, они в настоящей книге рассматриваться не будут.

Описывая в дальнейшем различные варианты научной системы перспективы и оценивая как положительные, так и отрицательные стороны таких вариантов, будем всегда понимать, что художник вовсе не обязан им строго следовать. Ведь его задачи много шире протокольно точной передачи пространства и заполняющих его предметов. Однако при искусствоведческом анализе художественного произведения полезно понимать, к какому из возможных вариантов научной системы перспективы ближе

художник, понимать, почему он интуитивно приближается к этому, а не какому-либо другому, столь же научно обоснованному способу изображения. Да и художнику полезно понимать научную основу используемых им изобразительных приемов.

Вполне естествен вопрос о причинах, по которым такая столь строго и логично обоснованная система, как ренессансная, не выдержала испытания практикой. Если ограничиться только естественнонаучной стороной вопроса (не затрагивая связанных с этим художественных проблем), то можно указать на два основных фактора.

Во-первых, зрительное восприятие не создается одним глазом. Человеческий глаз дает лишь начало тому процессу, который человек называет *зрительным восприятием пространства*. Работу, не менее важную, чем глаз, совершает мозг. Если рассматривать только вопросы геометрии, то мозг как бы «растягивает» и «сжимает» изображение, возникшее на сетчатке глаза. Такие растяжения (и реже сжатия) имеют различную интенсивность для разных частей сетчаточного образа, что приводит к своего рода деформации (нередко весьма интенсивной) полученного на сетчатке глаза изображения. В эпоху Возрождения эта деятельность мозга не была известна, и великие творцы системы перспективы о ней даже не подозревали. Поэтому вполне естественно, что в своих рассуждениях они рассматривали глаз в качестве единственного органа человеческого тела, ответственного за зрительное восприятие, и исходя из этого предположения строили свою перспективную систему. Нелишне добавить, что если бы они и имели представление о роли мозга в зрительном восприятии, если бы даже знали основные законы, по которым мозг как бы преобразовывает сетчаточный образ, то уровень развития математики того времени не позволил бы построить на этой основе научной системы перспективы. Следовательно, творцы ренессансной системы перспективы сделали все, что было в их силах, и сделали замечательно.

Во-вторых, как показывает уже современный анализ, точное следование зрительному восприятию при изображении пространства на плоскости вообще невозможно. Это означает, что не может быть создано научной системы перспективы, передающей на плоскости картины все элементы изображения в точном соответствии со зрительным восприятием (понимаемым как деятельность совокупности глаз + мозг). Следовательно, неспособность ренессансной системы перспективы безошибочно передавать облик трехмерного пространства на плоскости картины можно рассматривать, как проявление более глубокой общей закономерности невозможности создания идеальной (передающей все элементы изображения без геометрических искажений естественного зрительного восприятия) системы научной перспективы. Поскольку эта возможность является центральной проблемой при разработке системы любого вида, рассмотрим этот вопрос подробней.

Будем в своих рассуждениях основываться на великом открытии художников Ренессанса, на том, что в основе любой системы научной перспективы должен лежать метод изображения произвольной точки картинного пространства — того пространства, которое изображается художником и которое лежит за плоскостью картины. На илл. 2 дана схема, позволяющая пояснить постановку задачи. Художник смотрит на точку B,

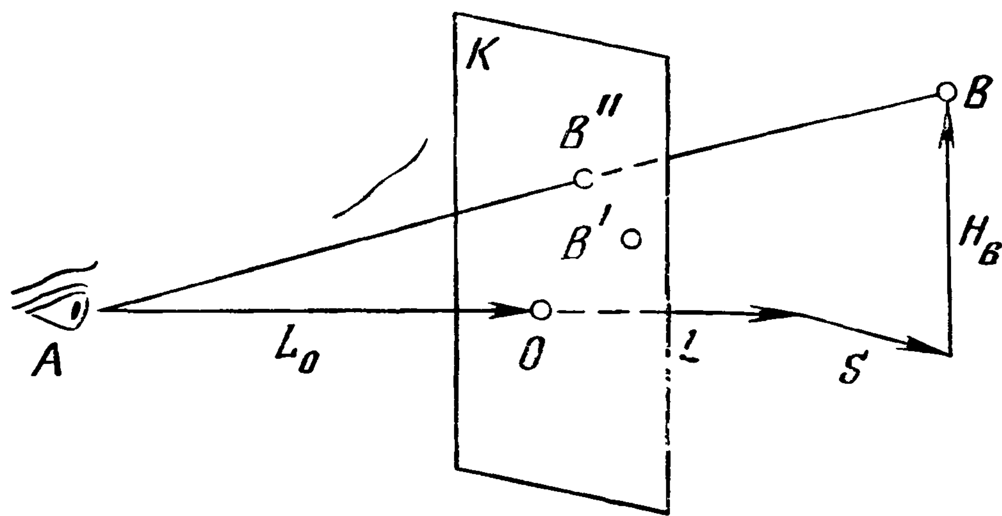
находящуюся в картинном пространстве. Где будет лежать изображение B' этой точки на картинной плоскости K? В системе ренессансной перспективы задача решалась бы элементарно: соединив глаз A с точкой B лучом зрения и найдя точку картинной плоскости B'', в которой луч зрения пересекает плоскость K, можно было бы найти изображение точки B — ею оказалась бы точка B''. Поскольку никаких специальных предположений о точке B не делалось, ее можно рассматривать как произвольную точку картинного пространства, и поставленная задача, таким образом, решена. Этот ход мысли повторяет соображения, положенные в свое время в основу ренессансной системы перспективы. Но описанный ход мыслей никак не учитывает работы мозга. Ведь на самом деле из-за, условно говоря, «растяжений» сетчаточного образа изображение точки B сместится, например, в точку B'. Как найти положение точки B' на картинной плоскости K? Здесь можно предложить такой прием. Возьмем на картинной плоскости некоторую начальную точку O и будем местонахождение любой точки картинного пространства определять относительно введенного начала O: на приведенной схеме точка B отстоит от точки O на удалении L, смещена вправо на величину S и располагается выше O на величину H_B. Изображением точки O на картинной плоскости может служить она сама, важно лишь, чтобы, будучи раз назначенной, она свою роль геометрического начала играла для всех точек картинного пространства (ее нельзя менять в процессе построения изображения).

Исходя из того, что изображение точки O известно, попытаемся найти точку B' следующим образом: последовательно нанесем на картинную плоскость изображения отрезков L, S и H_B и в конце этой цепочки, идущей из точки O (на иллюстрации эта цепочка не показана), найдем изображение B' точки B. Описанное построение вполне выполнимо, поскольку задача о том, как геометрически безупречно, в полном соответствии с естественным зрительным восприятием изображать отрезки прямых, имеет точное математическое решение. В этом решении учитывается не только работа глаза, но и мозга (см. § 2) [1]. Казалось бы, построения описанного типа полностью решают задачу создания нового варианта научной системы перспективы, поскольку оказывается возможным для каждой точки картинного пространства B найти ее изображение B'. Однако создание системы перспективы, улучшенной учетом работы мозга, оказалось более сложной задачей. Здесь возникли трудности, с которыми не пришлось сталкиваться создателям ренессансной системы перспективы.

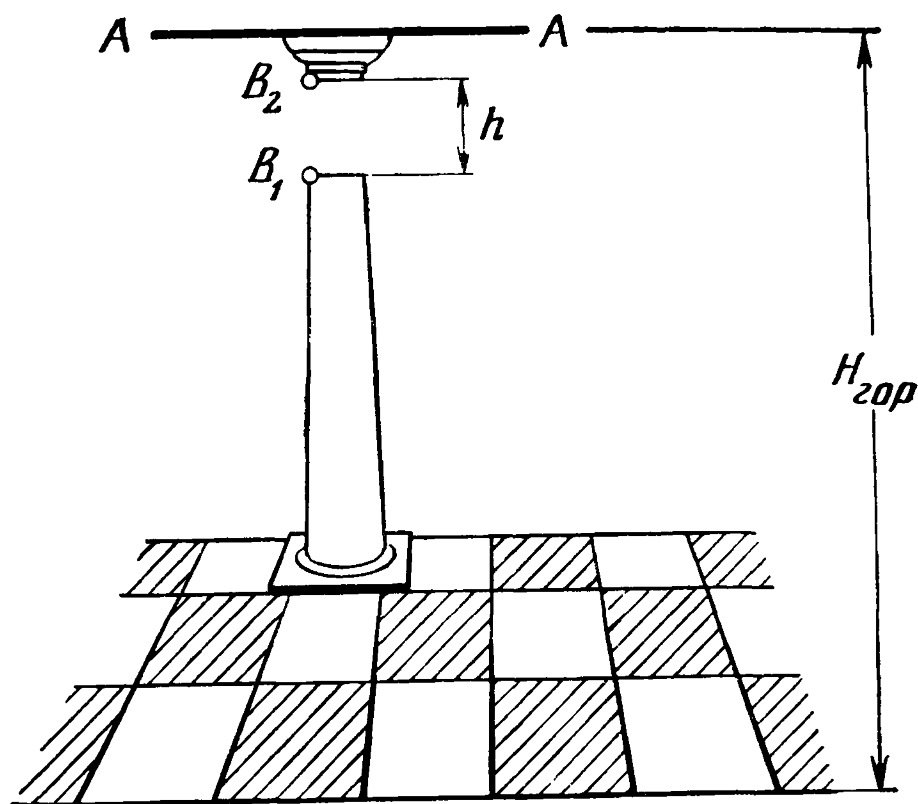
Илл. 2 наглядно убеждает в том, что в ренессансной системе перспективы точка B имеет единственное изображение B''. Если же следовать намеченному выше пути отыскания изображения B', найденного с учетом преобразующей деятельности мозга, то у точки B окажется много разных изображений (одно из них показано на илл. 2). Дело в том, что положение точки B' на картинной плоскости K зависит от выбора последовательности мысленных перемещений, которые ведут от точки O к точке B. На илл. 2 эта последовательность состоит из трех шагов: сначала перемещение L, потом S, потом H_B. Но ведь в ту же точку картинного пространства можно

[1] Здесь и ниже в скобках указывается номер параграфа второй части настоящей книги, в котором дано строгое математическое изложение затрагиваемого вопроса.

было бы «двинуться» и иначе, например сначала поднявшись на высоту H_B, затем сместившись на величину L и закончив переход боковым смещением S. Как показывает математический анализ, в этом случае изображение точки B легло бы не в точку B', а в некоторую другую точку картинной плоскости. Очевидно, что существует множество разных способов перейти из точки O в точку B и каждому из этих способов будет соответствовать свое, как правило, отличное от других положение точки B' (§ 4). Связанные с этим трудности лучше всего пояснить примером.



2. Схема построения перспективного изображения



3. Схема неискаженной передачи зрительного восприятия

На илл. 3 дан фрагмент интерьера с колоннами, причем высота точки зрения выбрана достаточно большой (на уровне потолка). Изображение построено в полном соответствии с закономерностями естественного зрительного восприятия, в частности вымощенный разноцветными плитами пол передан совершенно точно. Однако при изображении колонны возникла существенная трудность. Поскольку капитель колонны расположена на уровне точки зрения, то она практически лежит в плоскости горизонта и видна точно сбоку, по этой же причине поверхность потолка превратилась в линию AA. Расстояние от нижнего обреза рисунка до линии горизонта на картине может быть легко найдено, достаточно представить себе, что никакого интерьера нет, а устланный плитами пол простирается до горизонта. Поэтому положение показанной на иллюстрации линии AA точно известно — оно соответствует этой мысленной линии горизонта и находится на расстоянии $H_{гор}$ от нижнего обреза рисунка. Если изображать колонну, начиная от пола, изобразив ее высоту в полном соответствии с естественным зрительным восприятием, то точка колонны, соприкасающаяся с капителью, окажется на иллюстрации в точке B_1. Если изображать капитель, начиная с потолка (от линии AA), то точка капители, соприкасающаяся с колонной, окажется на иллюстрации в точке B_2. Расстояние между этими точками обозначим через h. Но ведь в действительности это расстояние равно нулю, ведь в натуре точки B_1 и B_2 совпадают! Здесь проявилось то новое обстоятельство, с которым мастера эпохи Ренессанса не встречались. Положение изображаемой точки на рисунке зависит от того, как к ней мысленно двигаться — от пола или от потолка.

Возникшая трудность должна быть решена исходя из того, что разрывов допускать нельзя. Научная система перспективы должна давать возможность строить положение изображаемых точек на картине единствен-

ным и непротиворечивым образом. В рассматриваемом случае можно, например, удлинить колонну с тем, чтобы разрыва h не существовало. Тогда, правда, в полном соответствии с естественным зрительным восприятием будет изображено все, кроме колонны, и это отклонение от протокольно точной передачи зрительного восприятия является своего рода «платой» за то, что в изображении не возникнет ни разрывов, ни наложений (о них речь будет ниже).

Появление при попытке точно передать зрительное восприятие на плоскости картины различного рода разрывов изображения и наложения элементов изображения друг на друга можно наглядно пояснить следующим образом. Представим себе, что надо изобразить интерьер, для простоты рассуждений — пустую комнату. Склеим из бумаги объемную модель зрительного восприятия этого интерьера. Здесь следует особо подчеркнуть, что речь идет не о модели комнаты, а о модели ее зрительного восприятия. Так, если в зрительном восприятии ширина пола вдали вдвое меньше, чем на переднем плане, то и на модели она будет вдвое меньше. Пусть подобная модель точно передает все свойства зрительного восприятия интерьера. Перенос этих зримых свойств на плоскость картины, т. е. «распластание» модели на плоскости немедленно приведет к тому, что где-то бумага порвется, а где-то отдельные ее куски наложатся друг на друга. Чтобы этого не произошло, надо где-то отойти от точного следования зрительному восприятию и удовлетворить некоторым условиям (они рассматриваются в § 4), исключающим разрывы и наложения.

Таким образом, научная система перспективы, основывающаяся на закономерностях естественного зрительного восприятия (с учетом работы мозга), должна удовлетворять некоторым дополнительным требованиям, которые делают ее непротиворечивой, похожей на систему, рожденную эпохой Возрождения. Подробный математический анализ проблемы приводит к следующим заключениям (частично уже упоминавшимся выше).

1. Точное следование естественному зрительному восприятию возможно в изобразительном искусстве лишь частично. Чтобы избежать разрывов и других подобных несообразностей, любая научная система перспективы вынуждена содержать элементы изображения, сознательно передаваемые с ошибкой (в приведенном примере такой сознательно вводимой ошибкой является изображение высоты колонны).

2. Поскольку эти ошибки можно смещать то на одни, то на другие элементы, постольку могут существовать разные варианты научной системы перспективы, опирающиеся на закономерности естественного зрительного восприятия. Эти варианты будут иметь различные свойства, и выбор подходящего варианта может оказаться достаточно сложной задачей.

3. Ренессансная система перспективы не является исключением из приведенных положений. В ней тоже содержатся неизбежные искажения естественного зрительного восприятия. Они связаны с тем, что в ней не учитывается преобразующая работа мозга.

Условимся называть научную систему перспективы, опирающуюся на закономерности естественного зрительного восприятия, *перцептивной*. Это наименование связано с употребляющимся в психологии термином «перцептивное пространство» (пространство зрительного восприятия). Перцептивное пространство заметно отличается от физического, объектив-

ного. Действительно, в объективном пространстве рельсы строго параллельны, а в перцептивном пространстве сходятся в точку на горизонте. Но ведь именно последнее пространство изображает художник, а поэтому научная система перспективы и должна дать методы изображения перцептивного пространства.

В связи с многовариантностью перцептивной системы перспективы (вследствие возможности различным образом смещать неизбежные искажения на те или иные элементы изображения) возникает проблема сравнения этих вариантов между собой и с ренессансной системой перспективы. Ниже эта проблема будет изучаться достаточно подробно. Здесь же можно ограничиться констатацией того факта, что ни одна из таких систем не имеет явного преимущества перед другой. Скорее они должны иметь разные области применения; ведь разные пути введения в систему перспективы разных искажений при одновременном стремлении к возможно более точной передаче естественного зрительного восприятия приведут к тому, что различные варианты научной системы перспективы будут отличаться один от другого лишь тем, как в них расставлены акценты, оставаясь однотипными по существу.

Эта однотипность всех вариантов перцептивной системы перспективы и ренессансной системы перспективы связана с тем, что в перцептивной системе было сохранено то главное, что было найдено великими мастерами Ренессанса. Великие достижения, о которых идет речь, сводятся к двум принципам: 1) построение системы, исходя из решения задачи об изображении произвольной точки картинного пространства; 2) решение этой задачи на основании свойств зрительного восприятия человека, которым придана математическая форма.

Сказанное позволяет утверждать, что перцептивная система перспективы является закономерным развитием идей, впервые сформулированных художниками Ренессанса.

Глава вторая

ВАРИАНТЫ ПЕРЦЕПТИВНОЙ СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВЫ

Общим соображениям, высказанным в предыдущей главе, следует придать наглядность. С целью введения известного однообразия оценок условимся считать ренессансную систему одним из вариантов перцептивной системы перспективы. Такое включение ренессансной системы в некоторую более общую может быть обосновано несколькими соображениями. Прежде всего следует напомнить, что исходные принципиальные позиции обеих систем одинаковы. Единственное различие — учет преобразующей работы мозга в перцептивной системе не может быть проведен абсолютно последовательно, ведь выше было показано, что обращение к передаче естественного

зрительного восприятия неразрывно связано с сознательным введением искажений (отклонений от закономерностей, обусловленных совместной деятельностью глаза и мозга). Что касается способа и характера введения этих неизбежных искажений, то здесь имеются значительное разнообразие и свобода (они будут рассматриваться в настоящей главе). Но тогда ренессансную систему перспективы можно трактовать как перцептивную, в которой неизбежные искажения введены некоторым специальным образом так, что возникает ренессансный вариант системы перспективы. Другие соображения, говорящие о разумности введения единой научной системы перспективы, в которой ренессансная выступает как равноправный вариант, а не как самостоятельная система, могут быть обоснованы путем математического анализа соответствующих уравнений. Это сделано во второй части настоящей книги.

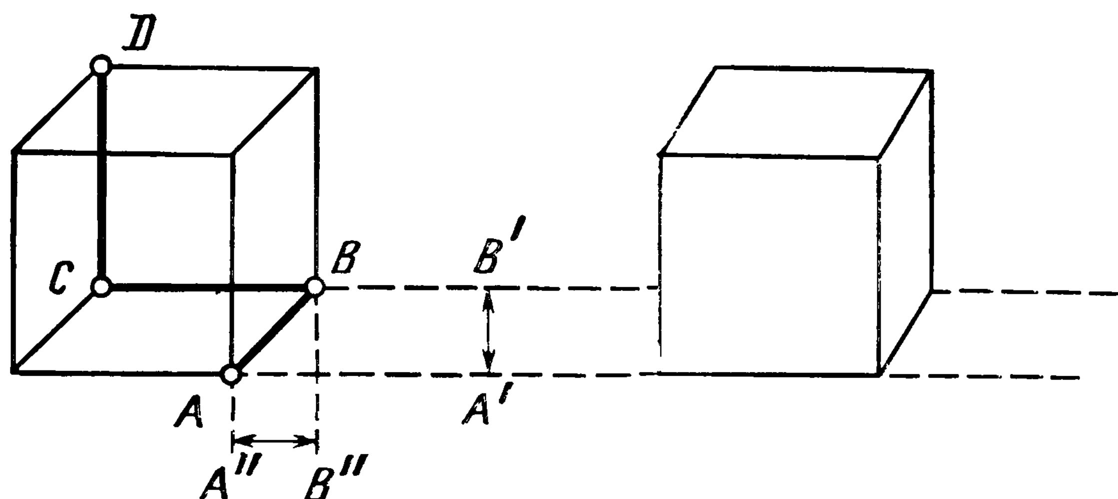
Прежде чем переходить к изучению геометрических особенностей различных вариантов научной системы перспективы, условимся о терминологии. Выше уже говорилось о том, что зрительное восприятие человека есть результат совместной работы глаза и мозга. Поэтому всюду ниже понятия «видимый образ», «видение», «естественное зрительное восприятие» и т. п. всегда будут означать результат работы системы глаз + мозг и никогда не будут означать работу одного глаза. Человек видит не глазами, а мозгом, глаз является лишь промежуточным элементом, участвующим в феномене зрения. Это видно из того, что человек способен видеть без глаз (например, во сне), но ничего не видит с открытыми глазами, если находится в обморочном состоянии (с отключенным мозгом). Это, быть может, не слишком строгое, но зато весьма наглядное рассуждение говорит о решающем вкладе мозга в естественное зрительное восприятие. Именно поэтому введенное здесь терминологическое уточнение является не просто условностью, а уточнением, учитывающим суть дела.

Как уже говорилось, различные варианты научной системы перспективы отличаются друг от друга различным характером неизбежных искажений естественного зрительного восприятия. С другой стороны, в основе научной системы перспективы лежит изображение произвольной точки картинного пространства. Следовательно, эти неизбежные искажения должны проявиться уже при изображении изолированной точки. Рассмотрим поэтому проблему передачи точки картинного пространства на плоскости картины более подробно.

Пусть изображению подлежат две точки, при этом основной проблемой явится изображение их взаимного положения. Совершенно естественно, что первую точку можно поместить где угодно,— это будет тем началом, относительно которого будет строиться изображение. Вопрос о том, где же поместить вторую точку, как только положение первой, исходной назначено, не так прост. На илл. 4 приведена схема, позволяющая пояснить возникающие при этом трудности. Пусть исходной точкой будет точка A, а подлежащей изображению — точка D. Мысленное перемещение из точки A в точку D можно разбить на три последовательных шага: сначала смещение вглубь на расстояние AB, затем вбок на расстояние BC и, наконец, вверх на расстояние CD. Указанные перемещения удобно представить себе как движение по ребрам мысленного параллелепипеда, построенного на этих элементарных перемещениях. Такой параллелепипед условно показан

на илл. 4. Как уже говорилось в предыдущей главе, чтобы избежать разрывов изображения и наложения его отдельных частей друг на друга, научная система перспективы должна содержать неизбежные, сознательно вводимые искажения зрительного восприятия.

При изображении положения точки D относительно точки A оказалось необходимым ввести в рассмотрение три элемента — три мысленных перемещения в трех основных направлениях. Следовательно, исходя из неизбежности искажений хотя бы одно из этих перемещений должно быть изображено с отступлением от закономерностей естественного зрительного восприятия. Указанные три элементарных перемещения совершенно независимы и «свободны» в объективном трехмерном пространстве, в котором расположены изображаемые точки. Это означает, что движение по одному из этих направлений ничуть «не мешает» перемещению по другому. Иное дело на плоскости картины, имеющей всего два измерения. Здесь изображения этих перемещений перестают быть столь же независимыми. Чтобы пояснить это, рассмотрим движение вглубь (отрезок AB). Перемещение из точки картины A в точку картины B состоит из вертикального смещения, обозначенного на приведенной схеме через $A'B'$, и горизонтального смещения $A''B''$. Первое передает удаление задней грани мысленного параллелепипеда от его передней грани. Чтобы показать это, справа изображен другой параллелепипед с тем же удалением задней грани от передней $A'B'$, но с другой величиной $A''B''$. Сравнение этих двух изображений показывает, что удаление вглубь у них одинаковое и фактически измеряется вертикальным отрезком $A'B'$, в то время как горизонтальный отрезок $A''B''$ передает ракурс. Следовательно, наклонный отрезок AB передает и смещение вглубь и ракурс одновременно. Что касается «чистого» смещения вглубь, то оно передается вертикальной проекцией отрезка AB — отрезком $A'B'$.



4. Схема основных измерений параллелепипеда

Поскольку ракурс является характеристикой, в рассматриваемом вопросе интереса не представляющей, будем далее, говоря о смещении вглубь, всегда иметь в виду вертикальный отрезок, обозначенный на схеме $A'B'$.

Вернемся теперь к вопросу о независимости перемещений в трех основных направлениях. Выше уже говорилось, что в объективном пространстве (картинном пространстве) эти три перемещения действительно независимы и ничуть «не мешают» друг другу. При передаче же этих трех элементарных перемещений оказывается, что как изображение смещения вглубь (отрезок $A'B'$), так и изображение смещения вверх (отрезок CD) передаются на картине направленными одинаково — по вертикали. Они могут «мешать» друг другу, и говорить, что они совершенно независимы, уже нельзя. Эти два мысленных смещения надо увязывать и согласовывать друг с другом, чтобы не возникало несообразностей вроде изображенной на илл. 3. Во второй части книги (см. § 4) показано, как именно надо

осуществлять эту увязку. Не уточняя здесь соответствующих численных соотношений, подчеркнем, что именно эта необходимость увязать между собой изображения двух отрезков, которые в натуре взаимно перпендикулярны, а на картине изображаются в одном направлении, и приводит к тому, что (если не говорить о редких исключениях) один из этих отрезков (или оба) оказывается необходимым передавать с отклонением от естественного зрительного восприятия. Это есть неизбежное следствие того, что трехмерное картинное пространство передается на двумерной картинной плоскости.

Здесь у читателя может возникнуть недоумение, связанное с тем, что пользующиеся ренессансной системой перспективы никогда не испытывали подобных неудобств и никогда не занимались увязкой и согласованием изображений отрезков, направленных в натуре вглубь и вверх. Ответ на этот вопрос элементарен — ренессансная система перспективы не является «безошибочной», она содержит явные отклонения от закономерностей естественного зрительного восприятия, причем эти отклонения оказались такими, что в них уже как бы учтена необходимость согласований, о которых выше была речь. Ренессансный вариант научной перспективы как бы «автоматически», путем характерных для него геометрических построений, решает указанную проблему, и этот свойственный ему автоматизм привел к тому, что до настоящего времени подобная увязка и согласование не воспринимались как актуальная задача.

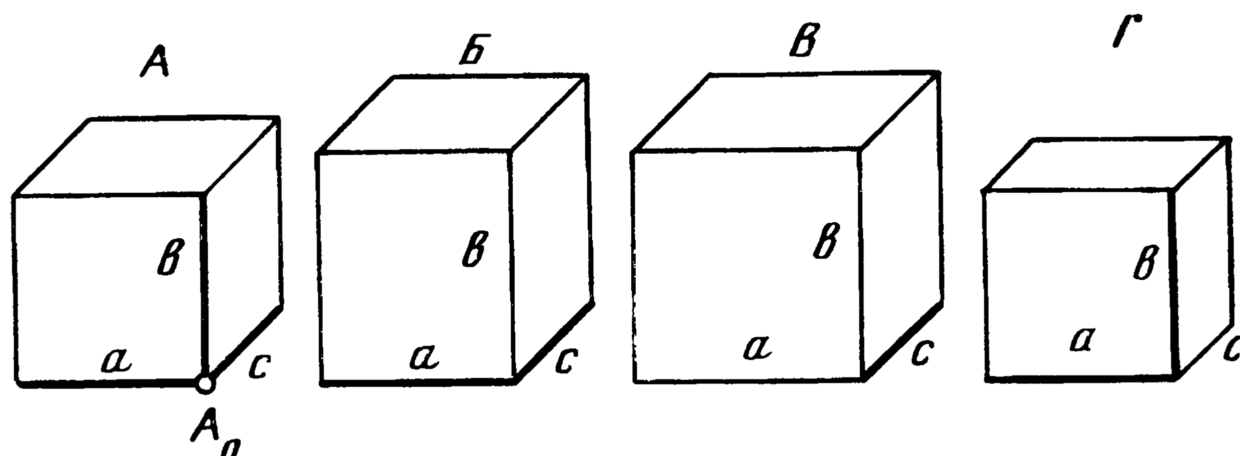
Сказанное выше свидетельствует о том, что причиной трудностей, связанных с передачей пространства на плоскости картины, является необходимость изображать два принципиально разных смещения в натуре (вглубь и вверх) как однотипные смещения на плоскости картины — и то и другое передается как смещение по вертикали. Единственным выходом из положения является, как уже говорилось, введение в их изображение неизбежных искажений. В лучшем случае одно из них можно передать следуя законам зрительного восприятия, но тогда другое будет передано с заведомым искажением этих законов.

В совершенно другом положении находится изображение смещения вбок. Оно передается на картине в виде горизонтального отрезка, и, кроме него, никакое другое элементарное смещение не передается в этом направлении. Следовательно, передача этого смещения (отрезок BC на илл. 4) не связана чем-либо другим. Это смещение можно передавать как угодно: и точно следуя зрительному восприятию, и отклоняясь от него, если это почему-либо будет представляться целесообразным.

Суммируя все сказанное, можно подвести такой итог: горизонтальное смещение вбок ничем не связано и может быть передано любым образом, в частности следуя зрительному восприятию; горизонтальное смещение вглубь и чистое вертикальное смещение в картинном пространстве передаются на картине однотипно — в вертикальном направлении; из них только одно (любое) может быть передано следуя естественному зрительному восприятию, и тогда другое (или оба сразу) будет содержать ошибки.

Проведенное здесь краткое качественное рассмотрение задачи, возникающей при разработке общей научной системы перспективы, позволяет уже сейчас указать на основные варианты подобной системы. Воспользуемся для этой цели условным изображением куба. Пусть в любом месте

картинного пространства расположена точка A. Отложим из этой точки малые отрезки одинаковой длины в трех основных направлениях: вглубь, вверх, вбок. Очевидно, что на этих трех ребрах можно построить куб. Пусть далее изображение точки A на картинной плоскости будет обозначено A_0, а изображения трех ребер рассматриваемого куба будут иметь вид, показанный на илл. 5А (жирные линии). Тогда, опираясь на изображения трех этих ребер, можно построить условное изображение куба по правилам аксонометрии (тонкие линии на иллюстрации). Здесь говорится об условном изображении, поскольку зрительное восприятие куба вовсе не обязательно должно следовать правилам аксонометрии. Такое условное изображение выбрано просто потому, что оно удобно для решения предстоящей задачи — осуществления классификации возможных вариантов научной системы перспективы.



5. Классификация вариантов научной системы перспективы, учитывающей закономерности зрительного восприятия

Прежде всего заметим, что, согласно сказанному выше, одновременное изображение ребер b и c в полном соответствии с естественным зрительным восприятием невозможно. Говоря о ребре c, следует понимать, что имеется в виду удаление вглубь. Поскольку в условном изображении куба это ребро будет всегда направлено под углом 45° к другим, его длина будет зависеть лишь от удаления вглубь. Невозможность одновременного правильного изображения указанных ребер удобно положить в основу классификации вариантов научной системы перспективы. Очевидно, здесь возможны два крайних варианта: правильное (здесь и далее это будет означать «в полном соответствии с естественным зрительным восприятием») изображение ребра b (а следовательно, заметно искаженная передача ребра c — точнее говоря, его вертикальной проекции) и, наоборот, правильное изображение ребра c (а следовательно, заметно искаженная передача ребра b). Возможны и промежуточные случаи, когда, например, в первом из названных вариантов идут на некоторое искажение ребра b, чтобы уменьшить степень искажения ребра c. Постепенно изменяя относительную степень искажения взаимосвязанных ребер b и c, можно плавно перейти от одного варианта научной системы перспективы к другому, от изображения этих ребер по первому варианту к изображению их по второму варианту.

Условимся отличать все это бесчисленное количество вариантов, присваивая им вместо названий некоторые числа, т. е. введя своего рода нумерацию. За основу возьмем изображение вертикального ребра (отрезок b на илл. 5А). Если этот отрезок передан правильно, то присвоим соответствующему варианту системы перспективы число 1. Если он изображен без учета закономерности естественного зрительного восприятия, то присвоим варианту системы перспективы число 0. Здесь сразу возникает вопрос о том, из каких же соображений выбирается длина отрезка b, если закономерности зрительного восприятия игнорируются. Ответ на этот во-

прос прост — длина отрезка *b* выбирается такой, чтобы сделать невозможным разрывы вроде показанного на илл. 3 разрыва *h*. Но ведь когда изображение отрезка *b* имеет единственную цель — не допустить разрывов изображения, то отрезок *c* можно передать строго правильно, что, конечно, и делается. Таким образом, варианты 1 и 0 будут соответствовать тем двум предельным случаям, о которых была речь выше.

Возможны, конечно, и промежуточные случаи. Если присвоить варианту системы перспективы число 0,5, то это будет означать, что как при изображении ребра *b*, так и при изображении ребра *c* в равной мере учтены требования правильности передачи длин и отсутствия разрывов в изображении, а следовательно, эти ребра переданы лишь частично правильно. Число 0,75 будет означать, что величина ребра *b* взята такой, чтобы в основном быть правильной, хотя эта правильность слегка «испорчена» некоторым учетом требования отсутствия разрывов. Число 0,25 говорит о том, что все сказанное выше относится теперь к ребру *c*, потому что в передаче длины ребра *b* правильность уже играет второстепенную роль, хотя и учитывается в некоторой достаточно слабой степени (уменьшение показателя правильности передачи ребра *b* от 0,75 до 0,25).

Обратимся теперь к проблеме изображения ребра *a*. Казалось бы, тут нет никакой проблемы, поскольку, как уже говорилось выше, ребро *a* никому «не мешает» и поэтому всегда может быть изображено правильно. Все это, конечно, так, но остается открытым вопрос о том, всегда ли разумно передавать ребро *a* правильно. Рассмотрим для примера тот случай, когда правильно передается ребро *c*. Тогда заведомо неправильно будет передано ребро *b*; можно показать, что оно окажется изображенным увеличенным против естественного зрительного восприятия. Передадим теперь ребро *a* тоже правильно, как и ребро *c*. В этом случае находящийся в картинном пространстве куб будет на картине выглядеть так, как показано на илл. 5Б (правильно переданные ребра показаны жирными линиями). Полученное изображение может, однако, не удовлетворить художника, так как теперь вместо куба изображен вертикально вытянутый параллелепипед. Художник может предпочесть изображение В на той же иллюстрации, где ребро *a* изображено с ошибкой (с искажением размера ребра против зрительного восприятия), но зато равным ребру *b*. В результате видно изображение куба, пусть несколько преувеличенного размера, но куба!

Не зная, какую задачу решает художник, трудно отдать предпочтение той или иной разновидности изображения. Вероятно, каждая из них посвоему разумна. Ниже будут рассматриваться соответствующие примеры. Здесь же хотелось бы обратить особенное внимание на важность изображения фронтальной грани, определяемой ребрами *a* и *b*. Ошибочное соотношение между этими ребрами воспринимается как искаженная передача натуры. Если схема А на илл. 5 передает правильное изображение куба, то на схеме Б виден уже не куб, а вытянутый параллелепипед. Это следствие искаженной передачи ребра *b*. Если же с ошибкой передается ребро *c* (схема Г), то эта ошибочность не бросается в глаза. Сравнение схематических изображений кубов А и Г, из которых первое правильное, воспринимается не как искажение, а как изменение ракурса и высоты точки зрения. Схематически куб Г кажется переданным правильно, но сравнительно со схемой А в ослабленном ракурсе и с более низкой точки зрения.

Приведенный пример показывает, что искаженная передача боковой и верхней граней куба (связанных с ребром *c*) подсознательно интерпретируется мозгом не как искажение, а более «естественным» образом. Что касается передачи фронтальной грани, то тут «разумного объяснения» искажений не существует. Нарушение правильного соотношения между ребрами *a* и *b* всегда будет вызывать ощущение искажения натуры. Именно поэтому важна количественная оценка правильности ее передачи.

Сохранение соотношения между размерами ребер *a* и *b* является в силу сказанного существенным при попытке неискаженной передачи зрительного восприятия. Будем оценивать это, рассматривая отношение b/a в естественном зрительном восприятии и на картине, говоря при этом о сохранении или нарушении пропорциональности, подобия. Именно это имеют в виду художники и искусствоведы, когда говорят, например, о вытянутых пропорциях человеческого тела, используемых художником, или о приверженности его передаче приземистых фигур.

Из приведенных соображений следует, что вопрос о разумной передаче размера ребра куба *a* имеет два решения: 1) его можно передать правильно и 2) его можно исказить, но так, чтобы сохранилось подобие в изображении фронтальной грани. Будем эти два варианта тоже различать путем присвоения им соответствующих чисел, но в отличие от тех, которые связаны с изображением ребер *b* и *c*, будем использовать римские цифры. Классом I станем называть такой, в котором ребро *a* передается правильно, а классом II — тот, в котором сохраняется подобие в изображении фронтальной грани.

Условимся, таким образом, что всем рассматриваемым вариантам научной системы перспективы будет присвоен своеобразный двухэлементный признак. Вариант [I; 1] будет говорить о том, что в нем правильно переданы ребра *a* и *b*, вариант [I; 0] свидетельствует о правильности передачи ребер *a* и *c*, вариант [I; 0,5] — о правильности передачи ребра *a* и об изображении ребер *b* и *c* с неполным учетом правильности их передачи, поскольку оба ребра несколько искажены для устранения разрывов изображения, и т. п. Варианты, начинающиеся с цифры II, будут означать сохранение в них подобия фронтальной грани. Так, вариант [II; 1] будет говорить о том, что в нем сохранено подобие фронтальной грани и, кроме того, правильно передано ребро *b*. Но это, кстати, означает, что правильно передано и ребро *a*, т. е. варианты [I; 1] и [II; 1] совпадают. Это, правда, единственный случай такого совпадения. Вариант [II; 0] говорит о сохранении подобия в передаче передней грани и правильной передаче одного только ребра *c* (такой вариант наглядно представлен на илл. 5В). Вариант [II; 0,5] имеет тот же смысл, что и [I; 0,5], но вместо соблюдения правильности передачи одного ребра *a* главным считается соблюдение подобия и т. д. Следовательно, обозначение варианта системы перспективы будет двухиндексным, основанным на изображении ребер *a* и *b*: первый индекс (римский) говорит о том, как изображено ребро *a*, второй (арабский) — о том, какова доля учета закономерностей зрительного восприятия при передаче ребра *b*.

Бесчисленное множество возможных вариантов системы научной перспективы делает совершенно невозможным присваивание им наименований (наподобие наименования «ренессансный вариант»). Однако формальная

двухиндексная запись при всей своей точности маловыразительна. Поэтому условимся давать поясняющие наименования предельным вариантам, а именно:

[I; 0] — правильно передающий ширину и глубину;

[I; 1] — ширину и высоту;

[II; 0] — подобие и глубину;

[II; 1] — подобие и высоту (ширину).

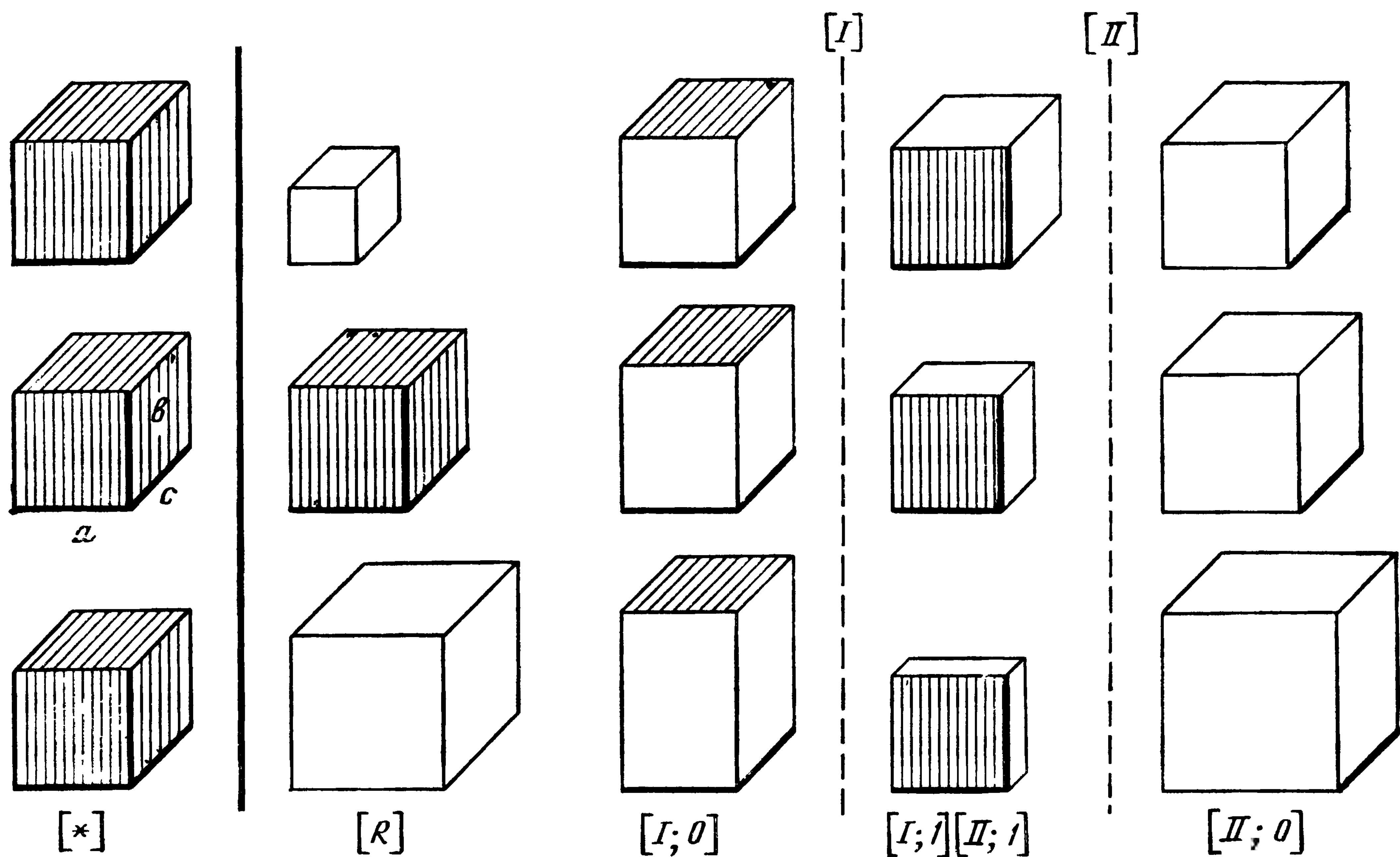
Говоря здесь о «подобии», будем всегда понимать, что речь идет о сохранении подобия фронтальной плоскости изображаемого объекта (например, фронтальной грани куба).

После приведенного обзора классификации возможных вариантов научной системы перспективы, учитывающей закономерности зрительного восприятия, полезно проиллюстрировать эти общие соображения примерами изображений. Выберем в качестве изображаемого объекта тот же условный куб, что и выше. Предположим, что этот куб располагается в картинном пространстве последовательно на переднем, среднем и дальнем планах (в области горизонта). Чтобы не рассматривать очень большое число вариантов, ограничимся ренессансным [R], правильно передающим ребра *a* и *c* вариантом [I; 0], правильно передающим ребра *a* и *b* (совпадающие варианты [I; 1] [II; 1]), и, наконец, вариантом [II; 0], правильно передающим подобие фронтальной грани и ребро *c*. Условимся считать средний план за основной и именно его увязывать с естественным зрительным восприятием, другие планы будут получаться по законам соответствующего варианта научной системы перспективы, и близость получаемых изображений естественному видению будет одним из вопросов, подлежащих обсуждению.

На илл. 6 приведены упомянутые выше изображения. Три горизонтальных ряда соответствуют трем планам, о которых шла речь, вертикальные столбцы — различным вариантам перспективных изображений. Самый левый столбец, обозначенный символом [*], условно передает естественное зрительное восприятие (в том смысле, как это уже было определено выше).

Относительно приведенных на илл. 6 схем необходимо сделать несколько пояснений. Прежде всего следует подчеркнуть, что это условные изображения. Они все даны в аксонометрии, в то время как зрительное восприятие человека, как правило, не следует этой закономерности. Оно тем ближе к аксонометричности, чем меньше размеры куба, поэтому будем считать, что здесь изображены очень маленькие (в натуре) кубы. Во-вторых, следует сказать, что правильно переданные ребра куба выделены жирными линиями (остальные переданы условно), а грани, определяемые правильно показанными ребрами, выделены штриховкой. Последнее означает, что эти грани можно передать правильно (хотя, по сказанному выше, на илл. 6 этого не сделано, здесь дано условное изображение). Наконец, в-третьих, следует особо сказать о левом столбце. Здесь заштрихованы все три грани, но это лишь условное изображение естественного зрительного восприятия, оно говорит о том, что человек видит все грани натурного куба правильно, а вовсе не то, что этот куб изображен здесь безошибочно. Выше уже говорилось, что это невозможно.

Средний на илл. 6 ряд соответствует среднему плану, нижний — ближ-



6. Главные типы возможных вариантов научной системы перспективы

нему, верхний — дальнему. Изображения кубов в столбце [*] даны одинаковой величины. Это, конечно, тоже условность, ибо предметы дальнего плана видны уменьшенными сравнительно с предметами среднего, а тем более ближнего плана. Но ведь здесь будет рассматриваться соответствие перспективного изображения естественному зрительному восприятию, а не вопрос, ка́к это естественное восприятие зависит от удаленности объекта. Поэтому введенная условность даже удобна — здесь сразу видно, что именно и как искажено сравнительно с естественным видением, а то, что сам объект с увеличением расстояния будет казаться меньше, в одинаковой степени касается не только столбца [*], но и всех других.

Для ренессансного варианта научной системы перспективы (столбец [*R*]) характерно то, что если выбрать для среднего плана правильный масштаб, то полученное изображение будет полностью соответствовать зрительному восприятию, но одновременно предметы дальнего плана окажутся сильно преуменьшенными (относительно правильного изображения в столбце [*]), а предметы переднего — заметно преувеличенными. Это свойство ренессансного варианта системы перспективы является его главным недостатком — ренессансная система перспективы характеризуется очень сильным (часто недопустимо сильным) искажением соотношений масштабов переднего, среднего и дальнего планов. Это не значит, конечно, что ею нельзя пользоваться. Однако, обращаясь к этому варианту научной перспективы, надо учитывать как ее сильные, так и слабые стороны.

Проиллюстрируем сказанное простым примером. Пусть надо изобразить объект, находящийся на среднем плане, в то время как на переднем плане и на дальнем плане никаких объектов нет (например, одинокий корабль в море). Тогда наилучшим вариантом системы перспективы будет ренессансная, поскольку, как это видно из илл. 6, изображение объектов среднего плана не несет практически никаких искажений. Однако если изображению подлежит бухта с гористым противоположным берегом (дальний план) и лежащими на берегу лодками (передний план), а средний план свободен от подлежащих изображению объектов (гладь воды), то ренессансный вариант перспективной системы будет, пожалуй, наихудшим, поскольку искажения масштаба в этом случае будут весьма существенны (см. илл. 6). В результате лодки будут сильно преувеличены, а горы сильно преуменьшены.

Третий столбец на илл. 6 передает свойства варианта [I; 0] системы перспективы, т. е. такого, который правильно изображает ребра *a* и *c*, определяющие облик горизонтальных поверхностей. Это, как и ранее, показано жирными линиями и штриховкой изображения горизонтально расположенных граней куба. Правда, на схеме применена еще одна условность. На самом деле зрительному восприятию соответствует изображение нижней грани (той, что непосредственно связана с ребрами, выделенными жирными линиями), а не заштрихованной верхней. Однако выше было оговорено, что на схемах типа показанных на илл. 6 изображение куба будет передаваться условно, в аксонометрии, и тогда верхняя грань будет точно повторять нижнюю. Штриховка верхней грани вместо нижней имеет единственной целью сообщение схеме наглядности. В приведенном варианте горизонтальные поверхности куба одинаково правильно передаются на всех планах, здесь нет досадного недостатка ренессансного варианта системы перспективы с его искажением относительных размеров изображаемых предметов на разных планах. В силу уже подчеркивавшегося свойства неизбежности искажений в любом варианте системы перспективы они присутствуют и здесь. Но теперь они смещены не на все ребра, а только на вертикальные. Куб выглядит вытянутым параллелепипедом. Этот вариант научной системы перспективы уместен там, где надо изобразить большие горизонтальные поверхности, причем такие, в которых отсутствуют вертикали, например плоский ландшафт. Тогда формально свойственные варианту [I; 0] искажения фактически не смогут проявиться, поскольку картина не содержит изображения вертикалей.

Четвертый столбец соответствует варианту системы перспективы [I; 1]. Как уже указывалось выше, этот вариант совпадает с вариантом [II; 1]. В обоих этих вариантах правильно передаются ребра *a* и *b*, а значит, и подобие фронтальной грани. Важно отметить, что эта правильность касается всех планов в равной степени. Следовательно, соотношение горизонтальных и вертикальных масштабов на разных планах будет точно соответствовать естественному видению, в этом отношении рассматриваемый вариант научной системы перспективы тоже лишен досадных свойств ренессансного варианта. В силу неизбежности искажений закономерностей естественного зрительного восприятия они смещены теперь на изображение ребра *c* — передачу глубины (она передается ослабленно).

Между третьим и четвертым столбцами на илл. 6 дана штриховая

линия, помеченная цифрой I. Она показывает, что между этими двумя предельными типами вариантов системы перспективы существует бесчисленное множество переходных, постепенно переводящих один тип в другой. Проведенной штриховой линии соответствуют варианты [I; 0,25], [I; 0,5], [I; 0,75] и все другие аналогичные варианты. Общим в этих вариантах будет правильная передача ребра *a*, в то время как ребра *b* и *c* будут передаваться с ошибкой, причем постепенное ухудшение передачи ребра *c* будет сопровождаться столь же постепенным улучшением передачи ребра *b*. Вполне возможно, что художника и искусствоведа будут интересовать именно эти промежуточные варианты. Здесь они не изображаются только для упрощения и без того громоздкой иллюстрации.

Пятый столбец на илл. 6 показывает предельный вариант системы перспективы [II; 0]. Здесь правильно передается ребро *c* (изображение глубины) и соблюдается безошибочное подобие фронтальной грани. Безошибочность передачи ребра *c* связана с искаженной передачей ребра *b*, причем степень и направленность этих искажений точно те же, что и в столбце [I; 0]. Однако требование сохранения подобия приводит к необходимости изображения ребра *a* не таким, каким оно видно, а равным искаженному ребру *b*. В результате возникает ситуация, несколько напоминающая связанную с ренессансным вариантом системы перспективы. Масштабы изображения начинают заметно увеличиваться (против правильных) по мере приближения изображения к переднему плану.

Как и в предыдущем случае, штриховая вертикаль, помеченная цифрой II, говорит о существовании бесчисленного множества промежуточных вариантов системы перспективы, постепенно переводящих вариант [II; 1] в [II; 0].

Если рассмотреть теперь схемы, приведенные на илл. 6, как некоторую совокупность, то внимательное ее изучение позволяет буквально ощутить, как неустранимые искажения, которые должны возникать в любом варианте научной системы перспективы в силу математически обусловленной неизбежности, лишь переходят с одного элемента изображения на другой. При этом оказывается возможным подметить некоторые общие закономерности. Так, для всех вариантов системы перспективы (в том числе и промежуточных, не показанных на схемах), кроме ренессансного варианта, изображение на дальнем плане (в области горизонта) становится практически безошибочным как по передаче формы, так и по масштабу. Это прямо видно из схем, помещенных в верхней строке илл. 6.

Напомним, что на показанных схемах приведено изображение малых кубов. Это уточнение весьма существенно, оно показывает, что выше изучались свойства изображения в малой окрестности некоторой точки. Но ведь существуют и протяженные объекты, такие, например, у которых одна часть объекта находится на переднем плане, а другая — на среднем или даже дальнем. Поэтому проблему изображения взаимного положения двух близких точек, из которой родилась и илл. 6, следует дополнить более внимательным анализом изображения протяженных объектов.

Глава третья

ИЗОБРАЖЕНИЕ ИНТЕРЬЕРА

В качестве протяженного объекта, о котором шла речь в конце предыдущей главы, выберем интерьер. Проблема передачи интерьера очень часто возникает в изобразительном искусстве, и анализ полотен многих художников наглядно свидетельствует о тех трудностях, с которыми им приходилось сталкиваться. Упростим поставленную задачу тем, что ограничимся проблемой передачи пустого интерьера, состоящего из пола, потолка, дальней и боковых стен.

Прежде всего уточним, по каким критериям следует судить о правильности изображения. Художественный опыт подсказывает, что для указанной цели достаточно указать три критерия: правильность передачи подобий, масштабов и глубины. Рассмотрим их несколько подробней.

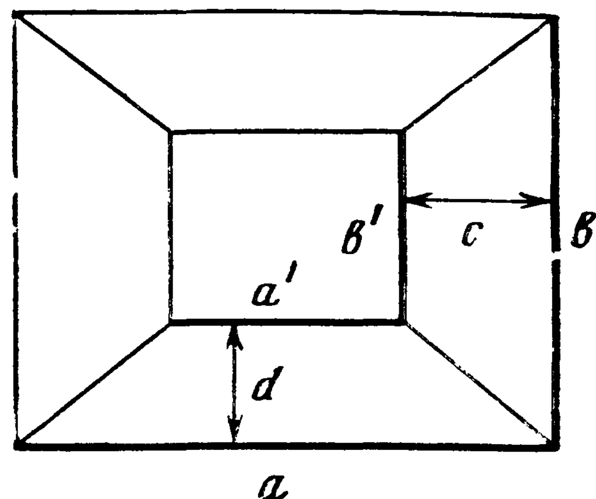
На илл. 7 дано схематическое изображение интерьера и характеризующих его геометрию величин. Сохраняя смысл термина «подобие», определим его как сохранение или нарушение видимого соотношения ширины пола и высоты комнаты. Таким образом, степень сохранения подобия будет определяться отношениями b/a или b'/a' как для естественного зрительного восприятия, так и для анализируемого изображения. Если обозначить отношения для естественного зрительного восприятия через $[b/a]^*$ или $[b'/a']^*$, то о степени правильности передачи подобия (пропорциональности) можно будет судить по величинам $[b/a] : [b/a]^*$ или $[b'/a'] : [b'/a']^*$ соответственно. Равенство этих отношений единице будет говорить о том, что естественное зрительное восприятие передано совершенно точно; отличие от единицы не только будет указывать на отклонения от естественного видения, но будет давать и величину этого отклонения. Здесь, правда, следует дать одно уточнение. Для того чтобы единообразно оценивать количественную сторону отклонений от правильного изображения, условимся, что из двух возможных видов отношений, например $[b/a] : [b/a]^*$ или $[b/a]^* : [b/a]$, всегда будет выбираться то, которое меньше или равно единице. Сказанное относится не только к отношениям типа b/a, но и ко всем другим отношениям такого рода, которые будут встречаться ниже.

Чтобы судить о правильности соотношения масштабов на переднем и дальнем планах, удобно рассматривать отношения a'/a или b'/b и соответственно $[a'/a] : [a'/a]^*$ или $[b'/b] : [b'/b]^*$ с учетом сделанной выше оговорки.

Для оценки правильности передачи глубины можно предложить отношение d/a, поскольку отрезок d изображает удаление дальней стены от «входа» в интерьер, наиболее близкого из изображаемых планов. Это связано с тем, что человек почти всегда судит об удаленности как о перемещении по горизонтальной поверхности (в данном случае по полу). Следует, правда, заметить, что иногда (в редких случаях) человек судит об удаленности интуитивно «двигаясь» мысленно не по полу, а по стене. Это происходит, если по каким-либо причинам стены привлекают особое внимание зрителя, а пол оказывается для него малоинтересным объектом. Чаще

всего это оказывается связанным с тем, что пол просто заслонен стоящими на переднем плане фигурами. В последнем случае о степени правильности передачи глубины следует судить по отношению c/b. Отмечая вновь соответствующие отношения, характеризующие естественное видение, звездочкой, можно предложить два выражения для оценки правильности глубины: $[d/a] : [d/a]^*$ или $[c/b] : [c/b]^*$.

Из приведенных соотношений видно, что каждая из трех введенных оценок дается двумя числами. Вообще говоря, эти числа могут отличаться одно от другого. Кроме того, не следует забывать, что можно было бы аналогичным образом ввести и числа, соответствующие другим планам изображаемого интерьера. Чтобы снять возникающую на этом пути неопределенность, будем оценивать правильность изображения в целом по *наибольшей* ошибке, содержащейся в нем. Так, для оценки правильности передачи подобий возьмем из двух величин (основанных на отношениях b'/a' и b/a) ту, которая даст наибольшую ошибку. При этом делается естественное предположение, что если в передаче подобий и есть ошибка, которая изменяется при переходе от одного плана к другому, то наибольшего своего значения она достигнет либо на самом переднем, либо на самом дальнем плане. Аналогичные соображения справедливы и для оценки степени правильности передачи масштабов. Подробный численный анализ, данный в § 5, показывает практическую справедливость приведенных соображений.



7. Схема интерьера

Чтобы пояснить, как будет осуществляться численная оценка степени правильности изображения, приведем пример соответствующих вычислений. Пусть, например, в естественном зрительном восприятии отношение видимой ширины пола на самом далеком и самом близком расстояниях будет $[a'/a]^* = 0{,}65$. Художник же изобразил их иначе — у него оказалось $[a'/a] = 0{,}5$. Тогда степень правильности соблюдения масштабов при изображении пола можно оценить как $[a'/a] : [a'/a]^* = 0{,}5 : 0{,}65 \approx \approx 0{,}77$. Если бы художник строго следовал своему зрительному восприятию, то это отношение оказалось бы равным не 0,77, а единице. Следовательно, введенная художником неточность количественно равна $1 - 0{,}77 = 0{,}23$, или 23%. Совершенно аналогично вычисляется и неточность соблюдения масштабов при изображении стен (основываясь на отношениях b'/b). Из полученных двух значений ошибок выбирается та, которая больше. Она и будет характеризовать наибольшую ошибку передачи соотношения масштабов в картине. По такой же схеме производится и численная оценка соблюдения или нарушения подобий.

Несколько иные соображения следует положить в основу выбора одного из двух чисел, характеризующих правильность передачи глубины. Здесь выбор возможных мысленных движений «по полу» или «по стене» никак не связан с какими-либо численными оценками. Главным является здесь то, какую художественную задачу решает автор картины. Во многих случаях оба эти мысленные «движения» принимают участие в создании иллюзии пространственности, однако и в этом случае одно из них являет-

ся ведущим. В огромном большинстве случаев им является движение «по полу». В этом сказывается повседневный опыт людей, привыкших оценивать удаленность как путь, который следует преодолеть двигаясь по горизонтальной поверхности земли или пола. Однако полностью исключать возможность мысленного движения «по стене» как основного не следует. Ниже будут приведены примеры художественных произведений, подтверждающих такую возможность.

Таким образом, при оценке передачи масштабов и подобий из двух возможных чисел будет выбираться то, которое соответствует большей ошибке, а при оценке передачи глубины — то, которое определяется решаемой художественной задачей.

Прежде чем переходить к подробному анализу изображения интерьера в различных вариантах системы перспективы, необходимо остановиться на одной величине, играющей большую роль в теории научной перспективы,— расстоянии от глаза художника до картинной плоскости. На илл. 2 это расстояние обозначено L_0.

В ренессансном варианте системы перспективы такая величина тоже играет заметную роль. Она, как известно, определяет размеры изображения. Наблюдая один и тот же предмет из одной и той же точки, но помещая картинную плоскость на разных расстояниях от глаза, художник получит геометрически подобные изображения, размеры которых будут тем меньше, чем меньше расстояние от глаза до картинной плоскости. В силу указанных свойств все возможные расстояния от глаза до картинной плоскости эквивалентны, среди них нет некоторого «главного», а изменение этих расстояний сказывается лишь на малосущественном параметре — на размере изображения.

Если опираться не на оптико-геометрические построения, свойственные ренессансной системе перспективы, а учитывать и работу мозга, то положение изменяется. Здесь уже нельзя говорить о том, что все расстояния эквивалентны. Если, например, находиться в интерьере, содержащем предметы обстановки, то всегда можно указать расстояние, с которого они видны «наиболее естественным образом» или «в своей натуральной величине». Пусть комната заполнена стульями. Тогда таким расстоянием будет величина порядка 2 м. Действительно, стул, видимый с расстояния 5 — 6 м, кажется уменьшенным против своей «натуральной величины» вследствие удаления от смотрящего, а видимый с расстояния менее 1 м может казаться неестественно большим, не помещающимся в поле достаточно четкого зрения.

Это «естественное» расстояние играет в перцептивной системе перспективы важную роль как некоторая объективная единица отсчета удалений от смотрящего. В частности, оказывается, что теоретическую картинную плоскость следует располагать на этом расстоянии от глаза, и, следовательно, величина L_0 на илл. 2 изображает введенную здесь «естественную единицу» удалений.

Относительно величины L_0 следует сделать два замечания. Во-первых, она может изменяться в зависимости от того, что именно изображает художник. В частности, в открытом пространстве, когда пишется пейзаж, она будет заметно больше, чем в интерьере. Важно подчеркнуть, что эта величина является общей для всей картины и определяется главными

объектами, подлежащими изображению. Нельзя считать, что для разных предметов единой композиции величины L_0 будут разными. Во-вторых, художник вовсе не обязан становиться на расстоянии L_0 от мольберта. Это скорее некоторая интуитивно воспринимаемая им величина, своего рода общий знаменатель, к которому он приводит все видимое и изображаемое им пространство. Здесь можно провести известную аналогию с приведенной на илл. 1 гравюрой Дюрера. Видимая и используемая художником в своей работе реальная сетка вовсе не равна по величине сетке, начерченной на том листе бумаги, на который художник наносит свой рисунок. Но если художник воспринимает величину L_0 интуитивно, не отдавая себе в этом отчета, то и точное знание ее не очень существенно для художника.

Последнее замечание, казалось бы, делает введение единицы удаленности L_0 малоинтересным. Однако это не так. Если художник пользуется существованием такой единицы удаленности, как правило, интуитивно, часто даже не задумываясь о ней и не испытывая потребности в ее численном определении, то математическая теория перцептивной системы перспективы без ее знания обойтись не может. В математических расчетах эта величина играет важную роль, представляя некоторые фундаментальные свойства зрительного восприятия человека. Поэтому она существенно используется при расчетах во второй части настоящей книги. Поскольку результаты этих расчетов будут приводиться и обсуждаться и в первой части книги, то ссылка на величину единицы удаленности L_0 будет помогать более осмысленному отношению к соответствующим материалам.

Теперь можно вернуться и к схеме, показанной на илл. 2. Как уже говорилось, изображение расстояния L_0 вовсе не означает, что художник на самом деле удалился от мольберта на указанное расстояние. Однако расстояние до идеальной картинной плоскости, равное L_0, очень удобно. Это следует, в частности, из того, что объект, находящийся в идеальной картинной плоскости (например, вертикальный шест характерного для изображаемых объектов размера), виден в своей естественной величине. Это вполне разумное требование — тогда предметы на удаленных планах изображались бы уменьшенных (против своих естественных) размеров. Здесь уместно еще раз повторить, что реальный размер картины может быть совсем не тем, который определяется плоскостью K. Художник может писать картину уменьшенной или увеличенной во столько раз, во сколько он пожелает (как это, кстати, делает художник на приведенной гравюре Дюрера), и на его картине упомянутый выше шест вовсе не должен быть изображен в своем естественном размере. Однако существование некоторой идеальной картинной плоскости K, находящейся на расстоянии единицы удаленности L_0 от художника, заметным образом упрощает не только математическую сторону анализа передачи пространственности (о ней в этой части книги речи нет), но дает и более глубокое понимание закономерностей зрительного восприятия пространства, с которыми художник не может не считаться. Ведь художник, изображая предметы все более уменьшающихся (с увеличением расстояния до них) размеров, передает свое зрительное восприятие. При этом вполне естественно, если какие-то предметы, находящиеся на переднем плане картины (или даже еще ближе: на планах, не включенных в картину), он видит и ощу-

щает как предметы, воспринимаемые в натуральную величину, не уменьшенные в силу своей удаленности. Именно реальность существования такого плана и передается плоскостью K на расстоянии L_0 от глаза художника на илл. 2.

Поскольку расстояние от глаза художника до идеальной картинной плоскости определяется объективными причинами и всегда равно L_0 (в этом заключается существенное отличие от ренессансной системы, где эта величина может меняться), постольку и такое важное в теории перспективы понятие, как основание картины, тоже всегда находится на этом расстоянии от художника. Напомним, что *основанием картины* называется прямая, полученная пересечением предметной и картинной плоскостей. *Предметной плоскостью* принято называть горизонтальную плоскость (например, поверхность пола в комнате), на которой могут располагаться изображаемые объекты. Таким образом, основание картины при принятом условии о значении L_0 определяет самый близкий передний план, могущий быть переданным на картине по существу (а не из формально-геометрических построений, как в ренессансной системе перспективы).

Если после этих общих рассуждений вернуться к проблеме изображения интерьера, то прежде всего укажем, что все приводимые ниже схемы изображений интерьера построены в предположении, что $L_0 = 2$ м. Как уже говорилось выше, это разумная величина для предметов, обычно заполняющих интерьер, а следовательно, и для интерьера в целом.

Зададим размеры изображаемой комнаты следующим образом. Пусть глубина комнаты составляет 6 м, ее ширина — 4 м, а высота — 3 м. Картинная плоскость K предполагается расположенной на расстоянии 2 м от наиболее близкого из изображаемых планов комнаты, а глаз художника (как уже говорилось) — на расстоянии 2 м от картинной плоскости. Таким образом, глаз художника находится на расстоянии 4 м от наиболее близкого плана изображаемого интерьера, своего рода «входа» в этот интерьер. Предположим также, что глаз художника находится на высоте 1,5 м, а его взор направлен в глубину комнаты симметрично относительно боковых стен и горизонтально.

Определенный таким образом интерьер будет ниже всюду служить примером изобразительных возможностей научной системы перспективы. Он выбран столь близко расположенным от художника, чтобы резче выявились обсуждаемые проблемы. Все полученные ниже выводы сохраняют свое значение и для более удаленных интерьеров, хотя численные значения ошибок при этом и уменьшатся.

Начнем рассмотрение задачи изображения интерьера с того, что приведем графическую схему, в которой будет дано точное (в полном соответствии с естественным зрительным восприятием) изображение пола, потолка и стен. То, что «вход» в интерьер и дальнюю стену можно изобразить в полном согласии с естественным видением, показывает столбец [I; 1] на илл. 6 — здесь фронтальные грани куба переданы совершенно правильно на всех планах. Точно так же горизонтальные плоскости (пол и потолок) можно изобразить неискаженно, как это показано в столбце [I; 0]. Более сложной является задача изображения боковых стен интерьера — ведь ни в одном из столбцов илл. 6 нет правильного (для всех планов)

изображения боковых граней, определяемых ребрами b и c. Более того, выше подробно обсуждалось, почему этого нельзя сделать.

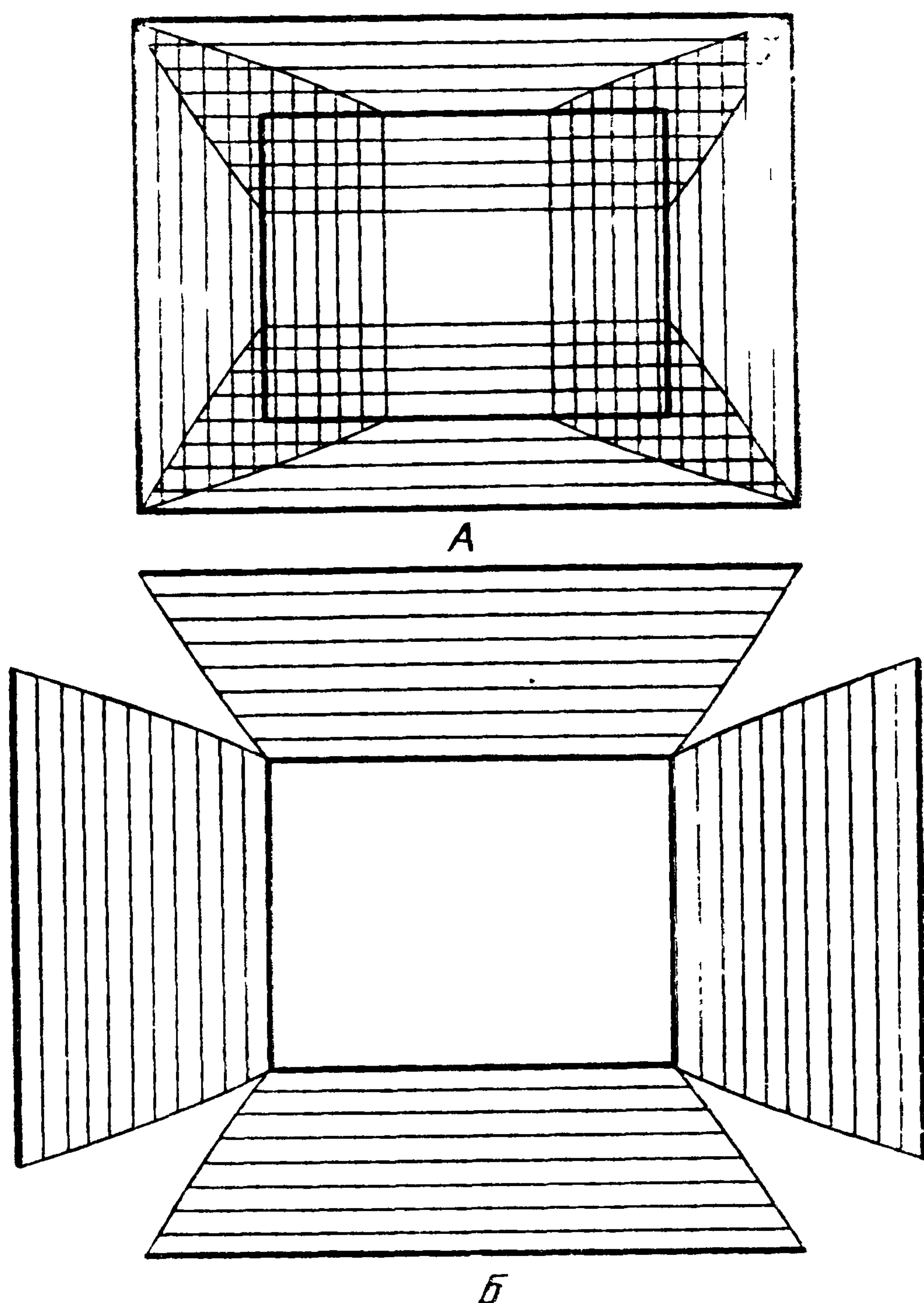
Невозможность неискаженного изображения боковой грани была связана с тем, что изучались возможности системы перспективы, у которой движения в картинном пространстве вверх и вглубь передавались на картинной плоскости одинаково, как смещения в вертикальном направлении. Они оказались связанными. Решение задачи можно найти, если эту связь порвать. Движение вверх, конечно, нельзя заменить никаким другим, но движение вглубь можно передать двояко. Выше всюду оно передавалось как вертикальное смещение в картинной плоскости — следствие нашей привычки судить об удалении как о движении по горизонтальной поверхности (земле, полу). Но при обсуждении илл. 7 уже говорилось о том, что движение вглубь можно передавать, условно говоря, как движение «по стене». Но тогда это движение будет изображаться горизонтальным смещением в картинной плоскости и изображения движений вверх и вглубь окажутся развязанными. Этот способ передачи глубины особенно естествен именно тогда, когда ставится задача изолированного изображения боковой стены, ведь при таком изображении нет поблизости пола, по которому можно было бы перемещаться вглубь.

Что касается способа изображения стен, о котором идет речь, то он полностью совпадает с тем, при помощи которого изображают горизонтальные поверхности. Лучше всего представить себе это следующим образом. Если повернуть рисунок на 90° так, чтобы поверхность стены казалась бы полом, и изобразить этот «пол» как обычно, а затем вернуть рисунок в исходное положение, то на нем окажется правильное (соответствующее естественному видению) изображение стены.

Изолированное изображение боковых стен было упомянуто сознательно. Ведь и правильное изображение пола и потолка тоже возможно лишь изолированно, поскольку оно связано с искажением боковых и фронтальных граней в столбце [I; 0] на илл. 6. Точно так же и правильная передача фронтальных граней (столбец [I; 1]) возможна только в случае если не считаться с искажениями боковых и горизонтальных. Таким образом, пол и потолок, боковые стены, дальнюю стену и условный «вход» в интерьер — все эти три пары плоскостей можно передать неискаженно только в том случае, если их изображать независимо друг от друга.

Получив указанным здесь путем правильные изображения всех ограничивающих интерьер плоскостей, попытаемся с их помощью передать облик интерьера путем совмещения этих самих по себе правильных изображений. Два варианта подобного совмещения приведены на илл. 8. В одном случае (схема А) совмещались передние границы боковых стен, пола и потолка с изображением условного «входа» в интерьер, в другом случае (схема Б) — дальние границы тех же плоскостей с изображением удаленной стены интерьера. Боковые стены выделены вертикальной штриховкой, пол и потолок — горизонтальной. Задняя стена интерьера и условный «вход» выделены жирными линиями.

Как видно из приведенных схем, в одном случае изображения стен, пола и потолка накладываются друг на друга, в другом возникают разрывы изображения. И то и другие в научной системе перспективы недопустимо. Исключение разрывов и наложений требует хотя бы частичного от-



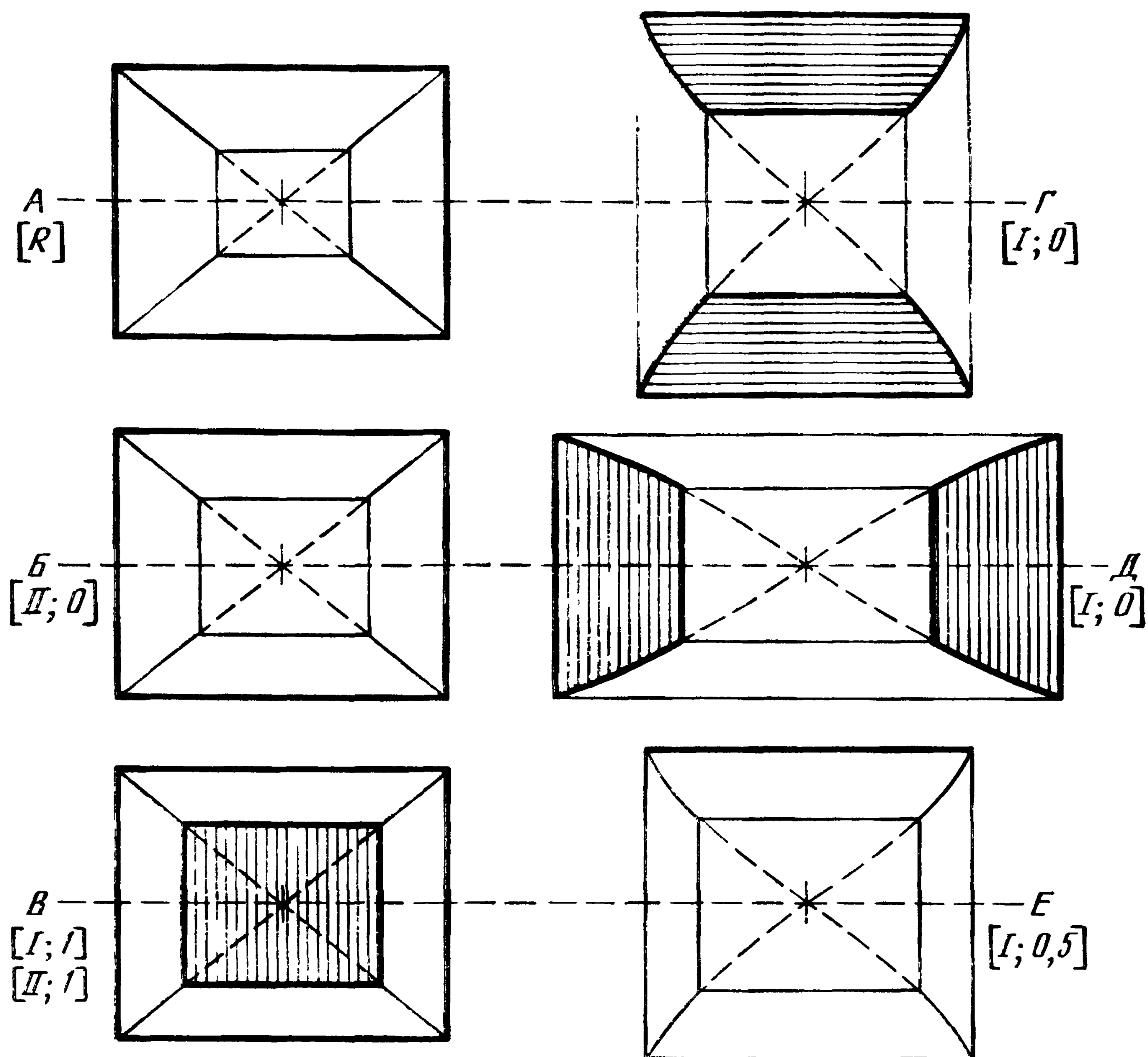
8. Неискаженная передача пола, потолка и стен интерьера

каза от передачи естественного видения. Однако показанные схемы приведены не для того, чтобы подтвердить уже известное. Их цель совершенно иная — служить эталоном правильного изображения, с которым можно сравнивать различные способы передачи интерьера.

Сказанное здесь является принципиально важным утверждением. До настоящего времени искусствоведы, «поверяя алгеброй гармонию», в качестве научно непогрешимой принимали ренессансную систему перспективы. Многочисленные работы, связанные с анализом передачи пространственности различными художниками, художественными школами, изобразительным искусством эпох (античность, средневековье) и регионов (иранские миниатюры, китайские свитки и т. п.), в конечном итоге всегда сводились к тому, что указывались допускаемые в изучаемом изобразительном материале отклонения от законов ренессансной системы перспективы. В этом не было бы ничего плохого, если бы авторы таких исследований не считали ренессансный способ передачи пространственности единственно правильным и научно безупречным. В результате в искусствоведческих работах либо появляются снисходительные интонации и художник объявляется недостаточно сведущим в «законах перспективы», либо придумываются иногда весьма остроумные, а иногда излишне «заумные» причины, по которым художник не следует, казалось бы, очевидным законам зрительного восприятия (в то время как сейчас ясно, что сама ренессансная система перспективы не следует законам естественного видения).

Приведенные на илл. 6 схемы показывают, что ренессансная система является всего лишь кривым зеркалом, в котором отражается натура (ей присущи сильнейшие искажения соотношения масштабов на разных планах). Но ведь и любой другой вариант научной системы перспективы тоже является кривым зеркалом, в котором натура отражается с ошибками (другими, чем в ренессансном варианте, но не менее существенными). Это тоже видно из схем на илл. 6. Очевидно, что кривые зеркала не могут служить инструментом для объективного, протокольно точного отражения натуры. Поэтому искусствоведческий анализ не должен опираться на ренессансную (или любую другую) систему перспективы как на непогрешимый эталон. Он должен основываться на схемах неискаженной передачи натуры (типа показанных на илл. 8), чтобы понимать, чтó из естественного видения художник сохранил в своем произведении и чем (и по какой

9. Основные варианты изображения интерьера без разрывов и наложений (неискаженно переданные ребра выделены жирными линиями, неискаженно переданные плоскости — штриховкой)



причине) пожертвовал. Наряду со схемами, приведенными на илл. 8, весьма полезными могут оказаться дополняющие их изображения (в данном случае интерьера) с разными смещениями неизбежных ошибок наподобие того, как сделано на илл. 6 по отношению к элементарному кубу. Вероятно, при эстетическом анализе удобнее иметь дело с совокупностями разных возможных схем (типа показанных на илл. 6), чем со схемой типа приведенной на илл. 8.

На илл. 9 дан ряд подобных изображений того конкретного интерьера, о котором говорилось несколько выше. Приведенные изображения различаются друг от друга тем, на какие элементы показанного на них интерьера смещены неизбежные искажения, устраняющие не допустимые в научной системе перспективы разрывы и наложения. Иными словами, они относятся к разным вариантам единой научной системы перспективы. Обозначения этих вариантов сохранены теми же, что и на илл. 6. Как и на илл. 6, плоскости, переданные правильно, выделены штриховкой, а ребра — жирными линиями. Как видно из приведенных схем, во всех вариантах условно принято, что по возможности безошибочно следует передать условный «вход» в интерьер. На всех схемах хотя бы одна пара ребер, определяющих «вход», дана жирными линиями, в то время как дальняя стена нередко не содержит ни одного элемента, показанного жирной линией. Это сделано для того, чтобы было удобнее сравнивать между собой приведенные схемы. Таким образом, эти изображения

опираются на схему А илл. 8. Конечно, принятая условность необязательна.

Здесь уместно прокомментировать высказанные соображения с несколько иной позиции. У читателя может сложиться ощущение некоторого необоснованного произвола, связанного с возможным выбором в качестве «основного» то одного, то другого плана изображаемого интерьера. Это связано с тем хорошо известным фактом, что геометрический размер картины играет (в рассматриваемых вопросах) второстепенную роль. Всем хорошо известно, что в альбоме репродукций картины даются, как правило, в уменьшенном размере, и это не слишком расстраивает владельца альбома. Точно так же известно, что с одного и того же негатива можно сделать отпечатки разных размеров и все они будут восприниматься как в основном одинаковые изображения. Поэтому операцию, проведенную при составлении схем изображений интерьера на илл. 9, можно представить себе как подбор размеров отпечатков, облегчающих их сравнение. Таким образом, операция «подравнивания» размеров приведенных схем имела единственной целью сообщение обсуждаемой совокупности схем наглядности, не более. Все делаемые ниже выводы не изменились бы, если бы каждая из схем была бы выполнена в произвольном масштабе.

Показанные на илл. 9 схемы легко разбиваются на две группы. Первые три из этих схем (А, Б, В) характеризуются сохранением подобий. Действительно, изображаемый интерьер имеет ширину 4 м, а высоту 3 м, и в первых трех схемах это отношение 4 : 3 сохраняется для всех планов. Выше класс вариантов системы перспективы, который обладает подобным свойством, был обозначен римской цифрой II. Последние три схемы (Г, Д, Е) не обладают свойством сохранения подобий, они относятся к вариантам класса I (в котором правильно передается ширина). Рядом с каждой схемой указан ее условный индекс, аналогичный тем, которые использовались в предыдущей главе. На всех схемах штриховыми линиями показаны горизонт и мысленное продолжение изображения ребер интерьера (образованных пересечением плоскостей пола и потолка с боковыми стенами) до горизонта. Все эти штриховые линии пересекаются в главной точке картины, одновременно являющейся и обычной точкой схода (точкой на горизонте, в которой пересекаются изображения совокупности параллельных прямых). Нелишне еще раз напомнить, что все приведенные схемы изображения передают один и тот же интерьер с одной и той же точки зрения. Бросающаяся в глаза разница во внешнем облике приведенных схем связана с тем, что неизбежные в научной системе перспективы искажения смещены то на одни, то на другие элементы.

Возникает вполне естественное желание выделить из показанных схем ту, которая наиболее точно передает естественное зрительное восприятие интерьера с избранной точки зрения. Чтобы сделать такое сравнение объективным, основанным на численных данных, а не на интуитивных ощущениях, введем число Σ — суммарную ошибку изображения интерьера, которую определим описываемым ниже способом. В начале главы был дан метод определения ошибок в передаче подобий, масштабов и глубины. Обозначим соответственно буквами P, M и T и будем измерять эти ошибки в процентах. Суммарную ошибку Σ определим естественным равенством $\Sigma = P + M + T$.

Не занимая внимания читателя вычислениями (они подробно обсуждяются в § 5), приведем итоговую таблицу ошибок, свойственных различным вариантам научной системы перспективы при передаче облика рассматриваемого конкретного интерьера (табл. 1). Суммируемые величины выделим жирным шрифтом.

Таблица 1. Ошибки при передаче интерьера

Вариант системы перспективы	Ошибка, %						Сумма, Σ, %
	Подобие		Масштаб		Глубина		
	b/a	b'/a'	a'/a	b'/b	d/a	c/b	
Ренессансная (*А*)	0	0	**37**	37	**21**	—	58
[II; 0] (*Б*)	0	0	**22**	22	**33**	—	55
[I; 1] [II; 1] (*В*)	0	0	0	0	**52**	—	52
[I; 0] (*Г*)	**33**	15	0	**22**	0	—	55
[I; 0] (*Д*)	**33**	15	**22**	0	—	0	55
[I; 0,5] (*Е*)	**20**	8	0	**12**	**26**	—	58
. . . .	...	...	...	...	...	...	55

Последний столбец таблицы указывает на неожиданный результат: преимущественного варианта научной системы перспективы не существует. Все они дают практически одну и ту же суммарную ошибку, приблизительно равную 55%. Отклонения от этого значения столь незначительны (около 3%), что могут не приниматься во внимание. Выбор каких-либо иных вариантов научной системы перспективы не изменил бы этого заключения. Чтобы придать этому утверждению (подробно обоснованному в § 5) наглядность, последняя строка таблицы обозначена точками. Она соответствует любому другому варианту системы перспективы. Каков бы он ни был, суммарная ошибка все равно будет для рассматриваемого интерьера равна приблизительно 55%.

Если бы выбрать другой конкретный интерьер или изменить положение точки зрения, то величины ошибок *Р*, *М* и *Т*, конечно изменились бы. Изменилась бы и их сумма Σ. Но основное свойство, которое наглядно представлено таблицей и которое можно было бы с известными оговорками назвать «законом сохранения искажений в изобразительном искусстве», осталось бы справедливым.

Обнаруженное свойство научной системы перспективы позволяет рассматривать эту систему с совершенно неожиданной позиции.

До сих пор считалось, что научная система перспективы носит абсолютный, независимый от решаемой художественной задачи характер. Это выводилось из того, что законы геометрии и законы работы глаза суть объективности, определяющие такую научную систему. Когда выше было введено уточнение, что вместо работы глаза следует учитывать работу системы глаз + мозг, казалось бы, ничего не предвещало изменения сформулированной позиции. Математика и психология зрительного восприятия, на которых базируется новое учение о перспективе, тоже не имеют ни малейшего отношения к задачам создания художественного образа. Но

когда выявилось, что научная система перспективы является многовариантной, причем, как об этом говорит приведенная таблица, все такие варианты математически равноценны, проблема выбора подходящего варианта стала проблемой эстетической.

Эстетика «вторглась», казалось бы, в строго математическую область с неожиданной стороны. Она определяет выбор подходящего варианта научной системы перспективы, причем этот выбор строится, естественно, на эстетической, а не на математической оценке возможных схем изображения. Именно эстетические соображения отбирают из бесчисленного множества предлагаемых математикой вариантов тот, который является наиболее подходящим для решаемой художественной задачи. Схемы, приведенные на илл. 9, наглядно иллюстрируют тот факт, что один и тот же интерьер, изображаемый с одной и той же точки зрения и содержащий одни и те же суммарные ошибки изображения, может иметь на картине совершенно различный облик. Выбор подходящего способа изображения перестает в этом случае быть математической проблемой, тем более что все рассматриваемые варианты изображения получены из одних и тех же исходных положений и все они совершенно одинаково обоснованы математически.

Уточним условия, при которых проиллюстрированный выше «закон сохранения искажений» сохраняет силу. Подробно этот вопрос изучается в § 5, здесь же достаточно указать на то, что при изображении интерьеров он практически всегда справедлив. Так, если сохранить в качестве «естественного» расстояния величину $L_0 = 2$ м, то указанный закон будет выполняться для интерьера, простирающегося за картинной плоскостью на расстояние от 0,7 до 6 м (очень близкий интерьер), или от 2,5 до 10 м, или от 8 до 32 м (далекий интерьер). Само собой разумеется, что обсуждаемый закон справедлив и для интерьеров, лежащих внутри указанных или аналогичных интервалов. Даже если изображаемые интерьеры будут более глубокими (коридоры), то и тогда «закон сохранения искажений» будет действовать, но не как точное числовое соотношение, а как качественная тенденция.

Приступим после этих общих замечаний к анализу схем, приведенных на илл. 9. Прежде всего обратим внимание на то, что три первые схемы (в отличие от других) передают прямые линии картинного пространства (например, линии пересечения боковых стен с полом и потолком) прямыми же линиями на картинной плоскости. Это общее свойство всех вариантов перспективных систем, в которых сохраняется подобие ($P = 0$), в частности ренессансной системы перспективы (соответствующие теоремы, доказывающие высказанное утверждение, даны в § 5). Но тогда все подобные варианты научной системы перспективы будут по внешним признакам напоминать привычную ренессансную систему перспективы.

Если сопоставить три обсуждаемых схемы, то первое, что бросается в глаза,— разная передача соотношений масштабов на переднем и дальнем планах и разная передача глубины. Вариант В, в котором сохраняется правильная передача масштабов (именно поэтому у него задняя стена интерьера заштрихована, а «вход» в интерьер дан жирной линией), одновременно характеризуется сильнейшими искажениями в передаче глубины. Это следует как из табл. 1, так и из сравнения с правильной передачей

глубины (по полу) на схеме Г. По мере ухудшения передачи масштабов улучшается передача глубины, но даже у ренессансного варианта (схема А) соответствующее расстояние, взятое по полу в глубину интерьера, недостаточно. Правда, зрительно ренессансный вариант изображения воспринимается как самый глубокий из всех шести, но это связано с почти карикатурно уменьшенным против зрительного восприятия размером дальней стены.

Вариант Б на илл. 9 занимает среди трех обсуждаемых схем промежуточное положение. Он относится по принятой индексации к типу [II; 0], что говорит о соблюдении подобий и правильной передаче глубины (ребра c на илл. 6). Однако из схемы видно, что глубина на ней передана недостаточной. Дело в том, что, как это видно из столбца [II; 0] на илл. 6, для этого варианта системы перспективы характерно преувеличение всех других (кроме глубины) размеров куба (за исключением размера, находящегося в области горизонта). Поскольку же на схемах, приведенных на илл. 9, все размеры изменялись так, чтобы по возможности сделать одинаковыми условные «входы» в интерьер (или, что то же, фронтальные грани у кубов на илл. 6), то размер изображения интерьера на схеме Б пришлось уменьшить, а вместе с ним и первоначально правильно переданную глубину. Приведенный пример наглядно убеждает в том, что для зрительного восприятия картины важны не абсолютные величины отрезков, а их отношения. Это и было учтено выше при введении оценок правильности передачи подобий, масштабов и глубин. Свойственная варианту [II; 0] ошибка передачи глубины, равная 33% (см. табл. 1), связана с преувеличенной передачей ширины пола a (см. илл. 7), а вовсе не с ошибочной передачей отрезка d на той же иллюстрации (напомним, что суждение о правильной передаче глубины производится по отношению d/a).

Все три обсуждаемые схемы (см. илл. 9) говорят о том, что требование соблюдения подобий исключает правильную передачу пола, потолка или боковых стен (это видно из отсутствия соответствующих штриховок на схемах вариантов А, Б и В). В то же время адекватная зрительному восприятию передача этих плоскостей может оказаться необходимой для решения творческой задачи, стоящей перед художником.

Рассмотрим задачу правильного изображения пола (и потолка). Обращение к илл. 8А, где соответствующие плоскости выделены горизонтальной штриховкой, показывает, что их надо «раздвинуть» по вертикали, иначе дальняя стена окажется искаженной в сильнейшей степени (ее высота будет составлять всего около $^1/_3$ правильной). Это, конечно, сразу нарушит подобие в передаче условного «входа» в интерьер, но ведь исправление чего-либо в научной системе перспективы связано, как уже неоднократно подчеркивалось, с искажением чего-то другого. Казалось бы, расстояние, на которое следует раздвинуть изображение горизонтальных плоскостей, очевидно. Ведь на той же илл. 8, но на схеме Б это уже сделано. Так в полном соответствии с естественным видением изображены пол, задняя стена и потолок. Однако такая свободная комбинация, сколь привлекательной она бы ни казалась, не может служить основой для какого-либо варианта научной системы перспективы.

Научная система перспективы должна годиться для изображения любого объекта, в частности любого интерьера, а не только того частного

примера, который здесь рассматривается. Представим себе, что рассматриваемый интерьер будет продолжен в глубину до бесконечности, т. е. превратится в бесконечно длинный коридор. Тогда очевидно, что изображения пола и потолка сольются в точке схода на горизонте. Хотя эта точка схода будет образована не прямыми линиями (как в привычной ренессансной системе перспективы), а кривыми, смысл этой точки схода как места видимого пересечения группы параллельных прямых картинного пространства сохранится (теория, связанная с этими вопросами, дана в § 5). Если «развернуть» теперь выделенные на илл. 8 горизонтальные плоскости так, чтобы совпали их точки схода, задача будет решена. Тогда, где бы ни помещались ближняя и удаленная части интерьера, всегда можно будет найти соответствующие сечения «бесконечно глубокого коридора» и на их основе дать требуемое изображение. Если проделать эти операции по «раздвижке», то возникнет изображение Г на илл. 9. Как и следовало ожидать, правильная передача пола и потолка привела к нарушению подобий и нарушению масштабов при передаче боковых стен. Величины этих ошибок можно найти в таблице.

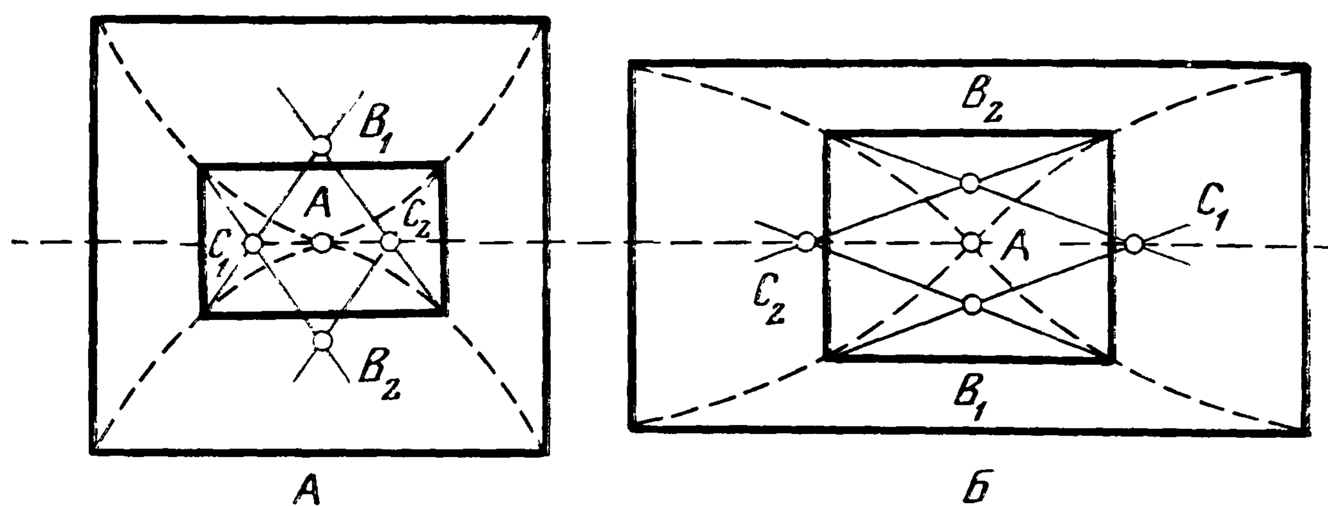
Схема Д на илл. 9 соответствует тому варианту системы перспективы, который правильно передает боковые стены, поэтому они и выделены штриховкой. Как уже указывалось выше, этот случай, по сути, ничем не отличается от схемы Г. Здесь нужно лишь мысленно повернуть схему на 90° и представить себе, что вертикально заштрихованные стены, которые после поворота на прямой угол станут горизонтально заштрихованными плоскостями, являются изображением пола и потолка. Здесь тоже, как это видно из схем на илл. 8, нужно «раздвинуть» изображения боковых стен так, чтобы точки схода левой и правой стен совпали. Полная аналогия построений схем Г и Д отмечена одинаковой индексацией и совершенно одинаковыми ошибками подобия и масштаба в табл. 1. Однако теперь ошибки масштаба перешли на изображение пола и потолка. Впрочем, это очевидно из сравнения схем Г и Д: пол и потолок показаны в них совершенно по-разному, причем в схеме Г правильно.

Чтобы все же различать эти две разновидности варианта системы перспективы [I; 0], определим их так: исходный *правильно передает ширину и глубину* (это наименование уже приводилось), а второй *правильно передает высоту и глубину*.

Последняя из представленных схема Е является промежуточной между схемами В и Г. В схеме В слишком слабо передана глубина интерьера, в схеме Г слишком сильны искажения подобия: условный «вход» в интерьер стал из горизонтально вытянутого прямоугольника прямоугольником, вытянутым по вертикали. Промежуточная схема Е дает более правильную (чем схема В) передачу глубины, и в ней искажения подобия выражены слабее, примерно вдвое уменьшились и ошибки в передаче относительного масштаба стен. Хотя и здесь в силу «закона сохранения искажений» сумма трех основных ошибок та же, что и у всех других схем, теперь эти ошибки более равномерно распределены между тремя составляющими. Это видно и из таблицы. Такие «в среднем правильные» изображения могут представлять известный интерес, поскольку в них неизбежные ошибки в какой-то мере равномерно «размазаны» по трем компонентам, и поэтому ни один из возможных типов ошибок не бросается в глаза.

Кроме того, схема Е интересна как пример схемы промежуточного типа. Это видно и из ее индекса [I; 0,5].

Приведенные на илл. 9 схематические изображения интерьера интересны в том отношении, что показывают, по сколь разным путям может двинуться художник, пытаясь передать на картине естественное зрительное восприятие интерьера. Поэтому, анализируя полотно художника, необходимо сравнивать его произведение со всей совокупностью схем, показанных на илл. 9, не рассматривая ни одну из них в качестве непогрешимой. Обнаружив тяготение художника к одной из приведенных схем, искусствовед может, зная сильные и слабые стороны всех этих схем, более глубоко понять импульсы, двигавшие рукой художника.



10. Истинные и формальные точки схода

Сделаем еще одно замечание, связанное со схемами на илл. 9. Выше уже говорилось, что в вариантах, сохраняющих подобие (индекс II), прямые картинного пространства передаются на плоскости картины тоже прямыми линиями. Теперь к этому следует добавить, что во всех других случаях (индекс I), в частности при попытке безошибочной передачи пола или стен, прямые картинного пространства изображаются кривыми линиями. В этом кроется одна из причин, по которой художники нередко скругляют на своих картинах изображения объективно прямых линий.

При искусствоведческом анализе изображения интерьера (с позиций определения перспективной системы, которой, пусть интуитивно, следует художник) надо прежде всего определить класс, к которому принадлежит изучаемый вариант перспективных построений. Выше все возможные варианты научной системы перспективы были разбиты на два класса: класс вариантов системы перспективы, сохраняющих подобие (индекс II), и класс всех остальных вариантов (индекс I). Признак, по которому эти классы легко различаются друг от друга, может быть получен при изучении положения формальных (не обязательно истинных!) точек схода. *Формальной* точкой схода будем называть ту, которая получается путем соединения *прямыми линиями* ближайшей и дальней границ изображения пола, потолка или боковых стен. Как следует из этого определения, формальные точки схода совпадают с теми, которые так часто ищут и находят искусствоведы, если они пытаются трактовать изобразительный материал с позиции привычной, ренессансной системы перспективы. Чтобы сделать дальнейшие рассуждения более наглядными, обратимся к илл. 10.

На схемах А и Б этой иллюстрации повторены схемы Г и Д, приводившиеся на илл. 9, которые передают неискаженный облик пола, потолка и боковых стен. И то и другое изображение является типичным представителем вариантов перспективных систем класса I. Чтобы не затемнять

приведенных схем, фактические изображения границ между потолком и боковыми стенами, а также их продолжение до фактической точки схода A даны штриховыми линиями. Как видно из схем, фактические точки схода лежат, как и следует в рассматриваемых примерах, на линиях горизонта (показанных горизонтальными штриховыми прямыми) в главных точках картины A. Однако введенные формальные точки схода ведут себя совершенно иначе.

На схеме А формальная точка схода границ пола (точка B_1) лежит выше линии горизонта, а формальная точка схода границ потолка (точка B_2) — ниже линии горизонта. Это нередко приводит к заключению, что пол написан с высокой точки зрения (которой соответствует мысленный горизонт, идущий через точку B_1), а потолок — с низкой точки зрения (ей соответствует мысленный горизонт, идущий через точку B_2). Между тем эти рассуждения могут быть глубоко ошибочными, ведь изображенная схема получена по строгим правилам научной системы перспективы для одной точки зрения и одного горизонта, идущего на схеме через точку A. Никакого «расщепления» зрительной позиции художника здесь нет, а ошибочные выводы связаны с забвением при подобном анализе того обстоятельства, что в вариантах системы перспективы, не соблюдающих подобия (класс I), прямые картинного пространства передаются кривыми линиями. Если интерьер не очень глубок, то фактическая кривизна изображения границ пола, потолка и боковых стен может быть не очень заметной. Хотя это и объясняет причину подобных ошибочных умозаключений, такое объяснение не может служить его оправданием.

Смещение формальных точек схода границ пола и потолка приводит и к смещению формальных точек схода границ боковых стен (точки C_1 и C_2 на схеме). В рассматриваемом варианте изображения, правильно передающем пол и потолок, эти формальные точки схода «не дотягиваются» друг до друга, в то время как точки схода B_1 и B_2 расположены «с перехлестом». Если вернуться к проблеме высоты точки зрения, сказывающейся на изображении в виде линии горизонта, то точки C_1 и C_2 лежат на линии горизонта, идущей через точку A. Значит, если следовать обычным рассуждениям, художник использовал не две, а три различные по высоте точки зрения: пол писал с высокой, потолок с низкой, а стены со средней точки зрения. Соответственно у изображения должно быть и три горизонта. Из того факта, что формальные точки схода боковых стен C_1 и C_2 не совпадают, следует, что художник смещал точку зрения не только по вертикали, но и по горизонтали и тоже делал это трижды, поскольку точки C_1, C_2 и B_1 и B_2 лежат на трех разных вертикалях. И все эти суетливые перемещения художника, которых, как известно, он вовсе не совершал, нужны только для того, чтобы «втиснуть» используемый им вариант научной системы перспективы в прокрустово ложе ренессансного варианта!

Схема Б на илл. 10 дает изображение интерьера, в котором правильно переданы стены. Формальные точки схода здесь тоже позволяют говорить о трех горизонтах и трех горизонтальных смещениях формальных точек зрения. Правда, теперь пол написан с низкой точки зрения (B_1), а потолок — с высокой (B_2), а точки C_1 и C_2 расположены «с перехлестом». Как и в предыдущем случае, все эти заключения не относятся к сути дела, ведь и тут интерьер изображен с единственной точки зрения, представленной

главной точкой картины A, а все формальные «расщепления» зрительной позиции суть следствия неправильного использования ренессансного варианта системы перспективы для описания отличного от него варианта.

Приведенные примеры дают возможность указать важный признак принадлежности изображения интерьера к варианту системы перспективы класса I — у этих вариантов формальные точки схода фактически параллельных элементов изображения, которые должны совпасть, оказываются лежащими в разных местах картинной плоскости. По их расположению можно заключить, считал ли художник важным неискаженную передачу пола или стен. В первом случае пол передается с формально повышенной точки зрения, а потолок — с пониженной. Во втором случае наоборот. Формальные точки схода «стен» (точки C) помогают выявить истинный горизонт.

Последнее обстоятельство представляется особенно существенным, поскольку знание истинного положения горизонта имеет обычно важное значение. Этот горизонт определяется формальными точками схода вертикальных плоскостей (в данном случае «стен»), поскольку учет кривизн перспективных линий (показанных на илл. 10 штриховыми линиями) может смещать соответствующие точки схода только по горизонтали (из положений C_1 и C_2 в точку A), но никак не может дать смещений по вертикали (в отличие от формальных точек схода пола и потолка B_1 и B_2). Поэтому судить о высоте горизонта можно только *по точкам схода «стен»*, а обычные построения формальных точек схода пола, потолка или других горизонтальных плоскостей для определения высоты горизонта методически неправомерны. Положение формальных точек схода C_1 и C_2 полезно еще в одном отношении. Если они «не дотягиваются» друг до друга, то это говорит о том, что художник стремился к более правильной передаче пола, потолка и других горизонтальных поверхностей, если они ложатся «с перехлестом», то он считал более существенным передачу вертикальных поверхностей («стен»).

Буквально то же самое можно сказать и о паре других точек, определяемых формальными точками схода пола и потолка. Но теперь определяемая ими вертикальная прямая разделит элементы изображения на видимые справа и слева. Легко сообразить, что пересечение этой вертикали с найденным ранее истинным горизонтом даст главную точку картины, ту, в которой пересекаются изображения параллельных прямых, идущих «от художника» (перпендикулярных к плоскости картины). Сказанное следует из схем, приведенных на илл. 10.

Конечно, все это относится не только к предельным вариантам Г и Д (см. илл. 9), но и ко всем промежуточным, постепенно переводящим изображения интерьера в схему В, одновременно принадлежащую обоим классам. На илл. 9 показан лишь один такой промежуточный вариант — схема Е, но при постепенном переходе к схеме В число их беспредельно, и, кроме того, они могут генетически происходить не только от варианта Г (что справедливо для схемы Е), но и от варианта Д. Промежуточные варианты системы перспективы, о которых идет речь, будут давать формальные точки схода объективно параллельных прямых, лежащие все ближе и ближе друг к другу по мере приближения используемого варианта к схеме В. Для нее (как и для всех схем класса II, в том числе и ренессанс-

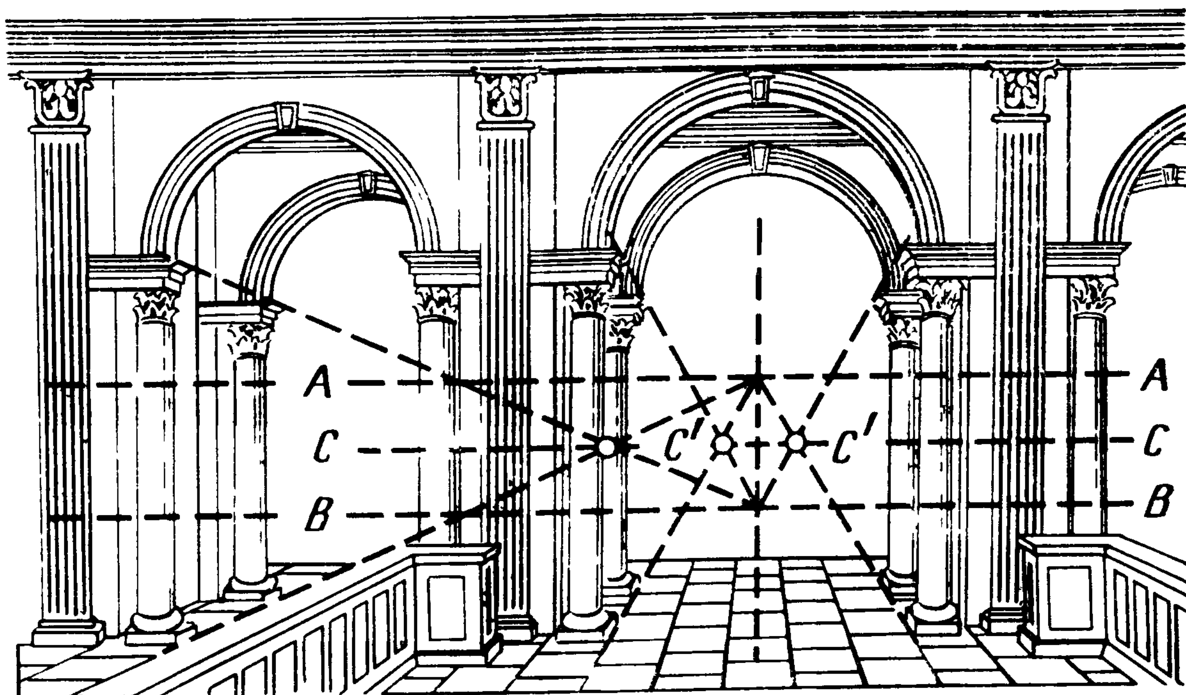


11. Рафаэль Санти. «Афинская школа». Фреска. 1509—1510 гг.

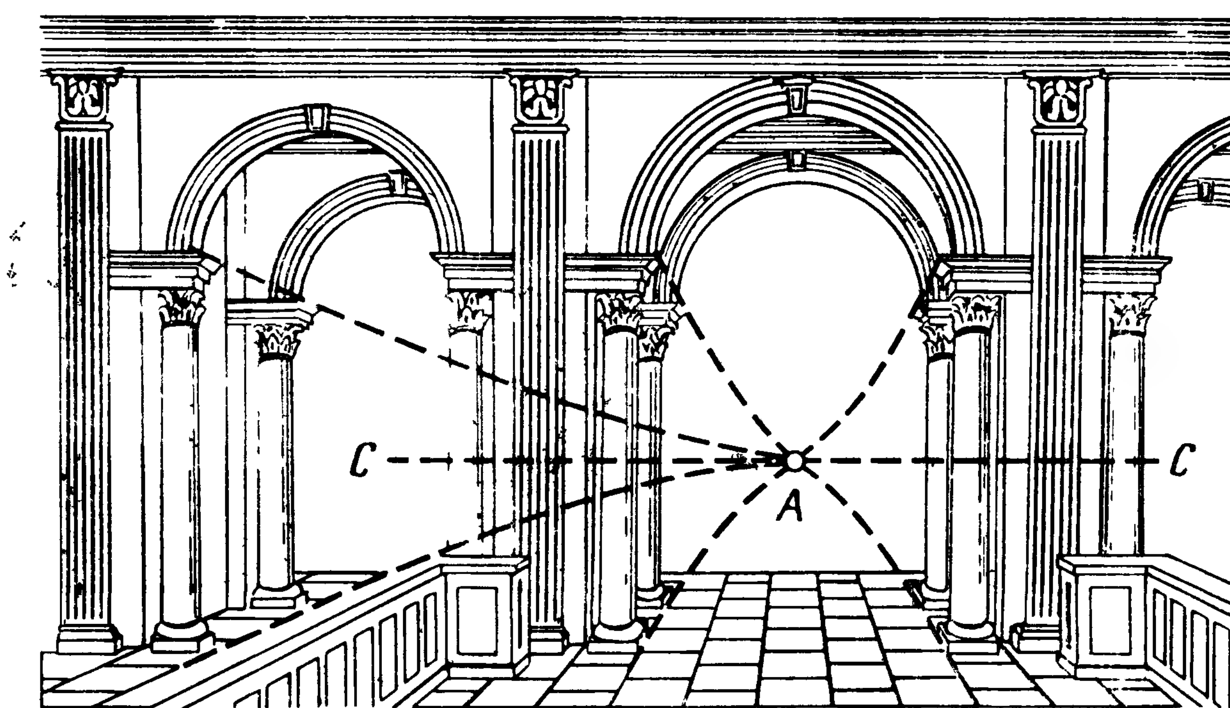
ного варианта) все формальные точки схода объективных параллелей совпадают между собой. Это можно рассматривать как признак принадлежности изображения к вариантам класса II, сохраняющим подобие.

Приведенные выше рассуждения вовсе не говорят о том, что художники никогда не пишут картин, используя несколько точек зрения. Здесь критиковалось только одно — стремление приписать множественность точек зрения художнику, когда этого на самом деле нет. Надо уметь отличать эти два разных случая, а для этого не придерживаться только ренессансного варианта научной перспективы, но всегда иметь перед глазами набор основных вариантов единой научной системы перспективы, хотя бы опираясь на схемы, приведенные на илл. 9.

В качестве примера картины, в которой точка зрения изменяется художником сознательно, исходя из требований создания нужного художественного образа, приведем «Афинскую школу» Рафаэля. Она в основном написана в принятой в то время системе ренессансной перспективы. Этот выбор был, помимо сказанного, обусловлен еще и тем, что ренессансный вариант системы перспективы достаточно хорошо передает глубину (см. табл. 1), а Рафаэлю было важно передать движение Аристотеля и Платона



12. Паоло Веронезе. «Пир у Левита» (прорись). Формальные горизонты и точки схода



13. Паоло Веронезе. «Пир у Левита» (прорись). Истинный горизонт и точка схода

из глубокого пространства на зрителя. Несложные построения, приведенные на илл. 11, дают точку схода использованного Рафаэлем перспективного построения в виде точки *A* с горизонтом, представленным прямой *BB*. В то же время группа людей, окружающих классиков философии, написана с более высокой точки зрения, которой соответствует горизонт *CC*. Головы этой группы людей расположены на одной горизонтали (отклонения от нее — следствие разницы в росте) несмотря на то, что сами люди расположены не фронтально, а «в глубину». Если бы Рафаэль написал эту группу с той же точки зрения, что и архитектурный интерьер, то группа выглядела бы «почетным караулом», вдоль которого шествуют философы. Прямая *AD* дает представление о том, каковы были бы высоты фигур людей, находящихся в правой части картины, — их построение «в глубину» буквально бросалось бы в глаза. Сейчас же группы людей, вдоль которых идут философы, воспринимаются как сгрудившиеся и внимательные слушатели спора, который ведут классики. Рассмотренный пример характерен тем, что здесь художник на самом деле использовал свое право на подвижность точки зрения в отличие от очень многих картин, где он об этой подвижности и не думал, а ее приписывают ему, пытаясь интуитивно найденные им разумные формы перспективных построений интерпретировать в терминах ренессансного варианта системы перспективы.

Поясним свои рассуждения анализом построений в «Пире у Левита» Паоло Веронезе. Соответствующая прорись, заимствованная из курса перспективы Н. А. Рынина [1], дана на илл. 12. Как следует из приведенного схематического изображения, пол формально написан с высокой, а потолок с низкой точки зрения. Формальная точка схода изображений плит, которыми устлан пол, а также поверхности невысоких перил в левой и правой частях картины определяют положение формального горизонта *AA*, который и дает высоту соответствующей формальной точки зре-

[1] *Рынин Н. А.* Начертательная геометрия. Перспектива. Пг., 1918, с. 72.

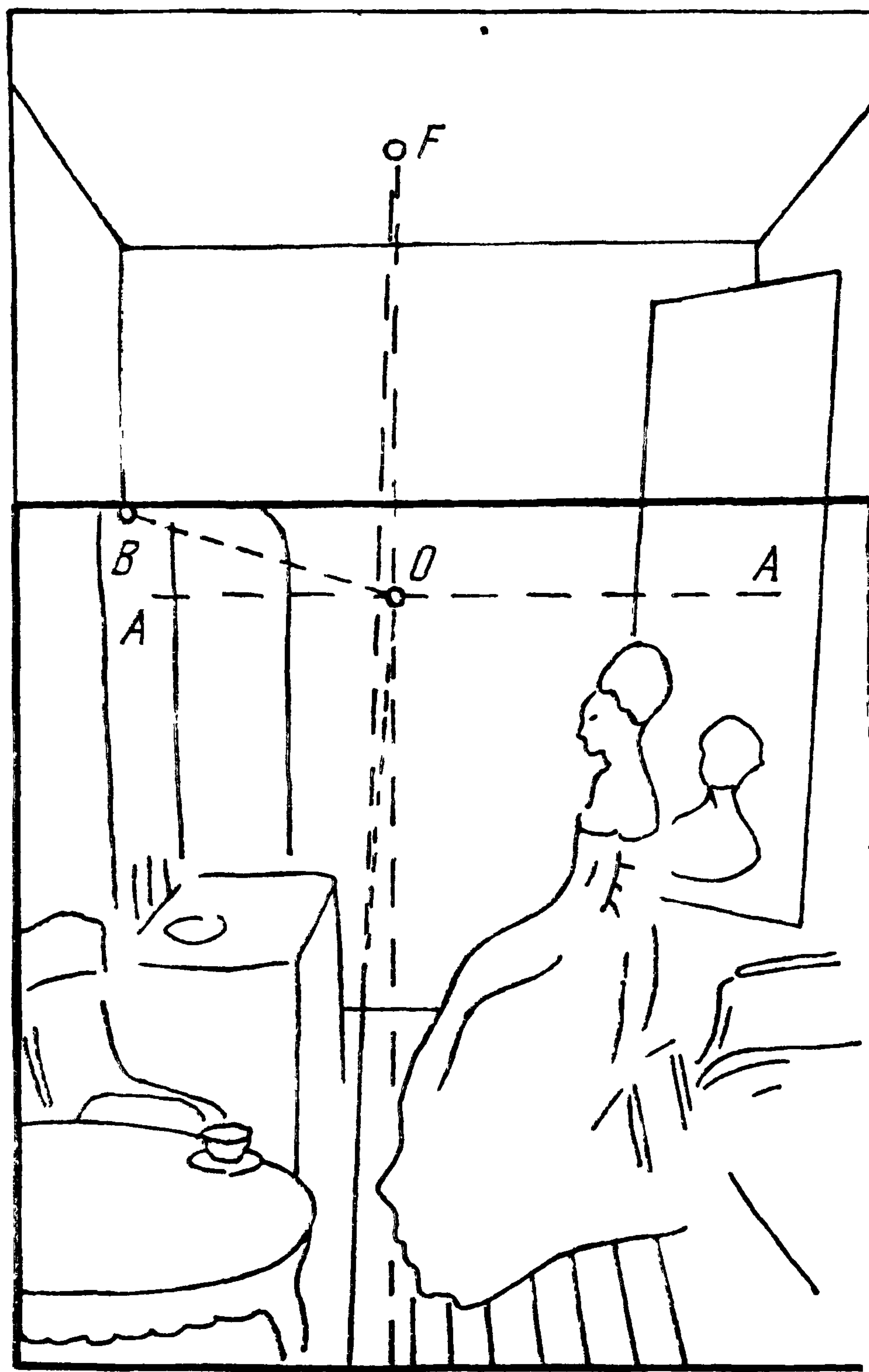


14. Ю. Пименов. «Перед выходом на сцену». 1965 г.

ния, якобы использованной художником при изображении нижней части картины. Что касается формального горизонта, с уровня которого пишется потолок, то, как видно из иллюстрации, он определяется прямой *BB*, построенной аналогичным образом, но с использованием изображений объектов, находящихся в верхней части картины (пят арок).

На самом деле у картины всего один горизонт, обозначенный прямой *CC*. Эта прямая определяется в данном случае формальной точкой схода «стен», как это подробно пояснялось выше, т. е. верхних и нижних конструкций, связанных с колоннами. Для наглядности три соответствующие точки выделены на иллюстрации. Следовательно, у Паоло Веронезе в картине один-единственный горизонт *CC*, а схема правильно построенных перспективных линий, сходящихся в главной точке картины *A*, приведена на илл. 13, которая показывает, что вариант системы перспективы, использованный Веронезе, близок к схеме 9Е. Об этом, в частности, говорит то обстоятельство, что формальные точки схода «стен» «не дотягиваются» друг до друга, а следовательно, для художника было важно передать по возможности точнее горизонтальную поверхность пола, на котором разворачивается пир (это видно на илл. 12 — точки *C′*).

Вероятно, отход Веронезе от строгих правил ренессансной системы перспективы, на которую давно обратили внимание искусствоведы, имел одной из побудительных причин приближение к естественному видению.



15. Ю. Пименов. «Перед выходом на сцену» (прорись). Схема перспективной конструкции

Рассмотренная картина Веронезе дает пример использования одного из промежуточных вариантов перспективных построений (где-то между схемами В и Г на илл. 9, возможно схемы Е). В ней отклонения от линии горизонта разнесенных по вертикали формальных точек схода пола и потолка сравнительно невелики. В тех случаях, когда художник стремится более точно следовать зрительному восприятию при передаче пола (схема Г), он неизбежно сталкивается с трудной проблемой сильных нарушений подобия, особенно на переднем плане.

Если вернуться к илл. 9, то из нее видно, что, в то время как изображаемый интерьер имеет вид прямоугольника, вытянутого по горизонтали, условный «вход» в интерьер на схеме Г имеет вид прямоугольника, вытянутого по вертикали. Столь сильное нарушение подобия может показаться художнику недопустимым. Как уже неоднократно подчеркивалось, художник не в силах «изгнать» из картины ошибки, но зато у него почти всегда имеется возможность не изображать те элементы, на которые ошибки смещены. Художники очень часто, конечно интуитивно, пользуются этим приемом. В рассматриваемом случае, когда основные ошибки сосредоточены на изображении вертикалей, прежде всего боковых стен (в частности, эти стены передаются излишне вытянутыми), художник вправе отказаться от изображения потолка и верхних частей стен и тем самым замаскировать неизбежные в картине геометрические искажения зрительного восприятия. Тогда суммарное значение содержащихся в картине ошибок станет (для случая, показанного на илл. 9Г) меньше 55%.

Подобное художественное решение можно увидеть в картине Ю. Пименова «Перед выходом на сцену» (илл. 14). Это полотно практически точно следует схеме Г на илл. 9, что видно, в частности, из очень высокого положения формальной точки схода досок пола относительно фактического горизонта. Последний можно определить обратив внимание на изображение средней части зеркала, в которое смотрится актриса. Соответствующие построения приведены на илл. 15. На ней же показан характер геометрии картины, который возник бы, если бы Ю. Пименов не отказался от передачи потолка и верхней части стен. Указанное построение осуществлено следующим образом.

Как уже неоднократно подчеркивалось, истинный горизонт можно найти построив формальную точку схода изображения стен. К сожалению,

картина Ю. Пименова исключает такую возможность, поскольку верхние части стен не изображены, а нижние закрыты предметами обстановки. Все же одна из вертикальных поверхностей — верх средней части зеркала указывает, что горизонт лежит ниже ее. Если построить прямую, продолжающую эту верхнюю границу зеркала (прямая BO на илл. 15), и вертикальную прямую OF, являющуюся границей, по разные стороны которой изображения досок пола наклонены в разные стороны, то их пересечение даст приближенное положение главной точки картины O и горизонта AA. На самом деле, как это следует из схем на илл. 10, такие линии, как BO, вовсе не идут через главную точку картины, они должны пересечь линию горизонта несколько левее точки O (в точке C_1 на илл. 10А), а это означает, что горизонт AA на илл. 15 пойдет несколько выше, но, во всяком случае, ниже точки B. Этой малой неточностью здесь можно пренебречь. Точка схода линий, передающих досчатую структуру пола, находится очень высоко — в точке F (одна из линий, передающих структуру пола, доведена до этой точки). Там же показано, как на самом деле она должна идти, чтобы попасть в истинную точку схода O, если мысленно продолжить доски пола до горизонта.

Фактический горизонт (линия AA) лежит несколько выше головы актрисы, он соответствует положению глаз художника, стоящего в изображенной комнате. Если принять эту высоту равной 1,6 м, то, считая высоту комнаты равной 3 м, находим положение прямой, передающей верхнюю границу дальней стены. Изображение же потолка будет как бы зеркальным отражением изображения пола (это видно из схемы Г на илл. 9). Единственное, что здесь необходимо дополнительно учесть, так это отличие расстояний от глаза до пола (1,6 м) и от глаза до потолка (3—1,6 = = 1,4 м). Следовательно, передача глубины потолка будет сравнительно с передачей глубины пола ослаблена в отношении 1,4 : 1,6. Приведенная на илл. 15 схема наглядно убеждает в том, что «отсечение» изображения особо сильно искаженных вертикалей было в данном случае необходимо даже из чисто геометрических соображений независимо от требований получения нужного художественного образа. Иначе актриса оказалась бы сидящей не в комнате, а как бы опущенной на дно колодца.

Эта «борьба» с изображением сильных искажений вертикалей — искажений, свойственных интуитивно выбранному Ю. Пименовым варианту научной системы перспективы, видна и в других частях картины художника (см. илл. 14). Достаточно обратить внимание на то, как вертикали предметов обстановки, касающихся пола, пишутся нечетко и скрываются в глубоких тенях, а передняя стенка туалетного столика, которая получилась бы неестественно высокой, замаскирована изображением стула и поверхности круглого стола со стоящей на нем чашкой. Вся совокупность приемов, к которым весьма тактично прибегает художник, имеет с позиции научной системы перспективы одну цель — не изображать или скрыть, замаскировать неизбежные ошибки передачи геометрии естественного зрительного восприятия, свойственные используемому варианту системы перспективы.

Сказанное свидетельствует, в частности, о том, что уже было предметом обсуждения: улучшение передачи пола происходит за счет «стен», т. е. вертикалей. Это с полной наглядностью иллюстрирует графический на-

16. Ю. Пименов. Графический набросок



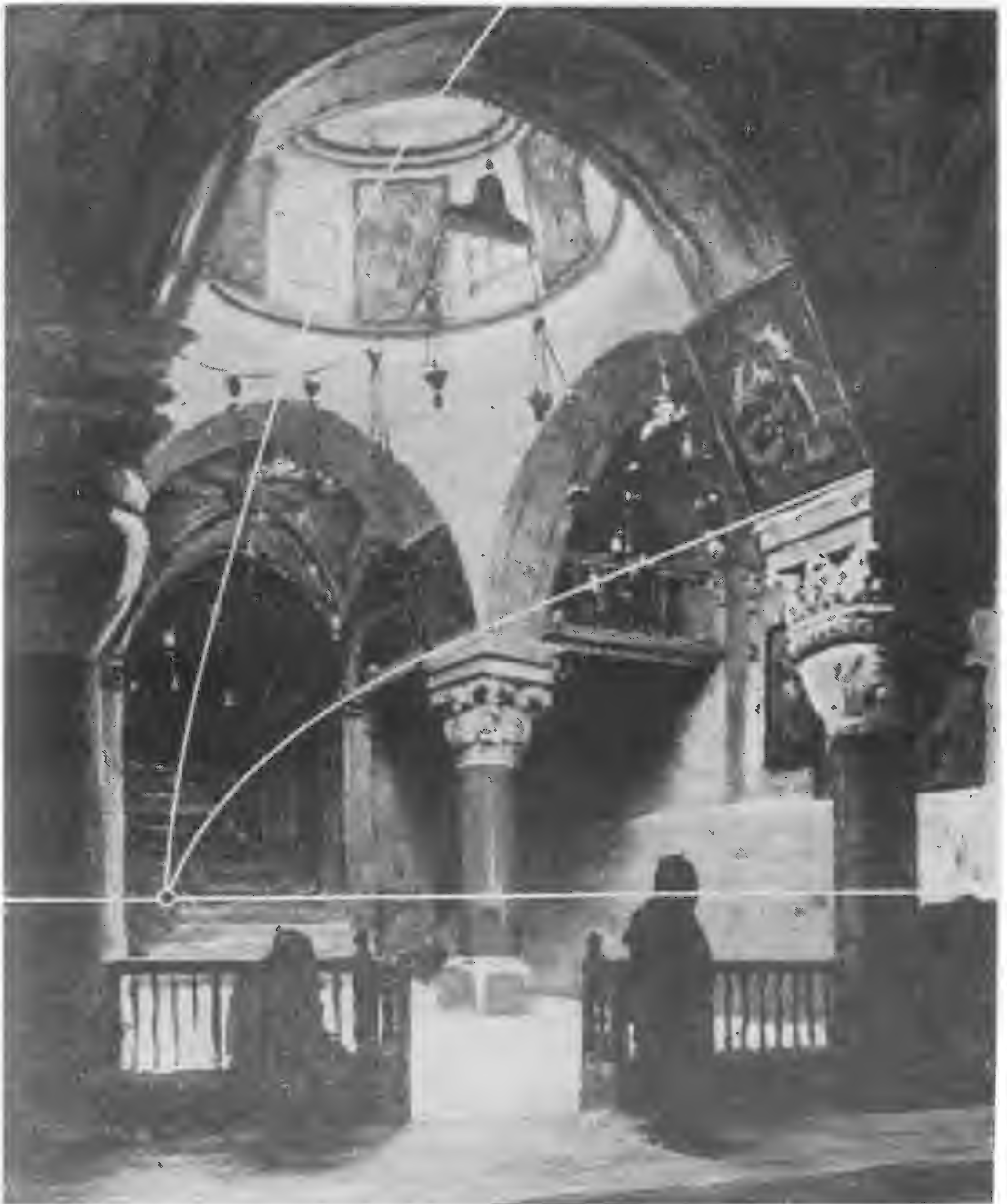
бросок Ю. Пименова, приведенный на илл. 16. Здесь сужение досок пола почти незаметно. На глубине, соответствующей изображенным справа двум столам, ширина досок уменьшается у каждого стола приблизительно на 5%, в то время как высота самих столов на 25%. Однако очевидно, что в зрительном восприятии эти две величины должны иметь один порядок. Неудивительно, что такое бросающееся в глаза несоответствие Ю. Пименов маскировал на своей картине.

В рассмотренных примерах внимание художника было привлечено к горизонтальным плоскостям интерьера, точнее, к полу, и это вынудило его обратиться к изображению интерьера по схеме, приведенной на илл. 9Г (она относится к типу [I; 0], правильно передающему ширину и глубину). В тех случаях, когда внимание художника привлекают вертикали интерьера (условно говоря, «стены») и он стремится передать их возможно более точно, он обращается к изображению по типу [I; 0], но теперь в той его разновидности, которая приведена на схеме Д илл. 9 и которая правильно передает высоту и глубину. Как следует из схемы Б, приведенной на илл. 10, и в этом случае истинный горизонт дается формальными точками схода стен, а сами эти точки ложатся «с перехлестом».

Рассмотрим этюд В. Д. Поленова «Храм Гроба господня», который он написал во время своего путешествия по Ближнему Востоку в 1882 г. На приведенной иллюстрации (илл. 17) хорошо видно, как контрастируют богато украшенные стены храма с невыразительным полом. Естественно, что именно стены привлекли внимание художника. Об этом говорят и



17. В. Д. Поленов. «Храм Гроба господня». 1882 г. ГТГ



18. В. Д. Поленов. «Церковь св. Елены». 1882 г. ГТГ

формальные характеристики изображения. Если построить формальные точки схода элементов левых и правых стен, использовав изображения гладких поверхностей, которые позволяют производить построения более точно, то окажется, что они ложатся «в перехлест» по разные стороны вертикальной оси, на которой должна лежать истинная точка схода. (Последнее следует из того, что эта вертикаль разделяет пол на два участка с различными наклонами линий, передающих границы плит, из которых сложен пол.) Как известно, полученные точки схода стен определяют истинный горизонт. Здесь эти точки лежат на разных (но близких) высотах, что вполне естественно для художественного произведения, выполненного не «по линейке». Найденное расположение формальных точек схода стен, можно сказать, документально свидетельствует об особом внимании художника к изображению именно этих элементов храма, ведь эти точки схода легли «в перехлест».

Как известно (это следует и из схемы Д на илл. 9), прямые, ограничивающие стены, передаются на изображении кривыми линиями. Обычно это малозаметно, но иногда, при достаточной глубине изображаемого пространства и одновременно достаточно близком расположении переднего плана, их кривизна может быть выявлена без труда. Чтобы проиллюстрировать сказанное, обратимся к другому этюду В. Д. Поленова, написанному во время того же путешествия. Речь идет об изображении интерьера церкви св. Елены (илл. 18), точнее, показанных на нем колонн и арок. Для определения истинного горизонта воспользуемся формальной точкой схода карниза и хорошо видной базы средней колонны (эта точка схода ляжет слева за пределами картины). Определяемый ею горизонт показан на илл. 18 в виде горизонтальной линии. Соединим плавной линией середины (верхние точки) трех арок, ведущих от входа к лестнице. Они хорошо видны, так как в них крепятся светильники. На фотографии (или в ренессансной системе перспективы) они легли бы на одной прямой, здесь же отчетливо видно, что они располагаются на кривой, направленной выпуклостью вверх, как и следует по схеме 9Д. Пересечение этой плавной линии с линией горизонта дает истинную главную точку картины. Она отмечена кружком.

Взяв за основу ближнюю точку карниза, опирающегося на среднюю колонну, и определив ее высоту над линией горизонта, можно расчетным путем найти аналогичные высоты для передней правой колонны и задней пилястры. Как будет видно из развитой во второй части книги общей теории перспективы, эти высоты должны быть пропорциональны изображению высот середин арок, соединенных на иллюстрации плавной линией. При таком расчете надо дополнительно учесть, что рассматриваемые колонны находятся дальше от художника, чем вертикальная плоскость, определяемая серединами арок. Учет этого обстоятельства фактически существен лишь для ближайшей колонны, он может быть легко произведен, поскольку на картине показаны обе колонны, поддерживающие ближайшую входную арку, и степень увеличения изображения левой колонны сравнительно с правой легко определяется прямым измерением. Результаты расчета тоже показаны плавной линией, пересекающей линию горизонта в истинной главной точке картины. Как видно из построений, приведенных на илл. 18, эта линия ложится на изображения карнизов,

поддерживающих ближнюю и дальнюю арки. Кроме того, обе показанные плавные кривые хорошо согласуются с теоретической кривой, соответствующей варианту [I; 0], правильно передающему высоту и глубину. Все это служит подтверждением теории, развитой во второй части книги.

Полезно также отметить, что формальная точка схода изображения правой «стены» лежит левее истинной точки схода, т. е. «с перехлестом». Как уже говорилось, это является формальным признаком того, что в рассматриваемом художественном произведении В. Д. Поленов главное внимание обратил на изображение вертикалей, а не маловыразительных горизонтальных плоскостей.

Обратимся теперь к обсуждению вариантов научной системы перспективы, сохраняющих подобие (они были отнесены выше к классу II). Основные примеры соответствующих вариантов даны на илл. 9 (схемы А, Б, В). Прежде всего бросается в глаза их геометрическое сходство. Все они кажутся просто разновидностями ренессансного варианта (схемы А). Действительно, чем отличаются друг от друга, например, варианты А и В, если рассматривать оба как изображения, построенные по правилам ренессансной системы перспективы? Их можно трактовать как изображения одного и того же интерьера, но построенные с различными удалениями центра проектирования (глаза художника) от картинной плоскости. (При этом предполагается, что положение картинной плоскости остается неизменным, а перемещается художник.) Математическая сторона этой задачи подробно излагается в конце § 5, здесь же уместно привести некоторые численные данные, иллюстрирующие соответствующие закономерности.

Как известно из предыдущего, все изображения на илл. 9 построены в предположении, что интерьер наблюдается с естественного расстояния, которое было обозначено L_0. В частности, в этом предположении построена схема А, передающая облик границ интерьера, наблюдаемого с естественного расстояния L_0 и построенного по правилам ренессансного варианта системы перспективы. Если теперь взять за основу изображение границ интерьера на схемах Б и В и найти точку зрения, при которой такие же изображения получились бы по правилам ренессансного варианта системы, то оказывается, что (с округлением численных данных) варианту изображения Б соответствует положение точки зрения, характеризуемое величиной $2L_0$, а варианту В — положение точки зрения, которая соответствует расстоянию $4L_0$.

Таким образом, изображения, приведенные на схемах Б и В, можно считать построенными по правилам ренессансного варианта системы перспективы, но с «неестественных» расстояний, отличающихся от L_0 в несколько раз. Изображение предметов с «неестественных» расстояний — прием, весьма часто применяемый на практике. Здесь прежде всего надо привести пример портретной фотографии, которая, как и всякая фотография, дает изображение по строгим законам ренессансной системы перспективы [2]. Хорошо известно, что фотографы используют для этой цели специальные портретные объективы, по сути являющиеся телеобъективами, позволяющими снимать портрет издали, с «неестественного далекого»

[2] Здесь не рассматриваются случаи, когда применяются объективы преднамеренно искажающие ее.

расстояния (речь идет, конечно, о случаях, когда на фотографии передается только лицо портретируемого, а не его изображение в полный рост). Важно при этом отметить, что человек, рассматривающий фотографию, никогда не ощущает того, что портретируемый снят издали, ему кажется, что фотограф использовал естественное удаление L_0.

Этот кажущийся парадокс легко объясним. Поскольку изображения, построенные по схемам Б и В (см. илл. 9), получены для естественного удаления L_0, то человек, рассматривая фотографию, подсознательно воспринимает ее как изображение, полученное с естественного удаления от портретируемого, но построенное не по законам ренессансного варианта системы перспективы, а по схеме Б или В или какой-либо промежуточной схеме. Человек подсознательно предполагает, что он удален от портретируемого на естественное расстояние, например такое, с которого написал бы его портрет художник, поскольку в своей практике он никогда не удаляется от человека, лицо которого хочет рассмотреть, а подходит к нему поближе на естественное для этого расстояние. Вопрос, почему фотограф предпочитает получать изображение по схемам типа Б и В, а не по правилам «честной» ренессансной перспективы, будет обсужден несколько ниже. Здесь достаточно просто констатировать, что, применяя специальные портретные объективы, он фактически уходит от ренессансного варианта системы перспективы.

Сказанное касается не только фотографов. Художники тоже очень часто пишут так, что, трактуя их картины с позиции ренессансного варианта системы перспективы, следует говорить о том, что они пишут их с неестественно больших расстояний (хотя при созерцании картин зритель этого не ощущает).

Приведенные выше соображения следует уточнить в одном отношении. Полученные численные данные об увеличении расстояний, с которых строится изображение, вдвое и вчетверо против естественных были найдены исходя из анализа изображения границ интерьера. Возникает почти очевидный вопрос о том, сохранятся ли полученные численные характеристики и для изображения предметов, находящихся внутри границ интерьера? Проведенный анализ говорит, что это приблизительно так. При обычных округлениях не только границы интерьера в схеме Б, но и изображаемые в нем с естественного расстояния предметы можно передать воспользовавшись ренессансным вариантом изображения, но «отойдя» от изображаемого интерьера на расстояние, вдвое превышающее естественное. Чтобы получить тот же эффект для варианта В, формальное удаление надо сделать вчетверо больше естественного. В промежуточном случае это расстояние может быть, например, втрое больше естественного.

Сказанное вовсе не означает, что любой вариант изображения класса II полностью эквивалентен некоторому варианту ренессансной системы перспективы с должным образом подобранным неестественным преувеличением удаления центра проектирования от сохраняющей неизменным свое положение картинной плоскости. Описанные выше приемы всего лишь приближенный способ получения соответствующих изображений. Чтобы проиллюстрировать сказанное, приведем такой численный пример. Пусть, как и ранее, естественное удаление $L_0 = 2$ м. Предположим, что изображению подлежит бесконечно длинный коридор, причем самым

близким его планом будет тот, который совпадает с картинной плоскостью, а самый удаленный находится в области горизонта. Разобьем этот коридор на ряд последовательных участков со следующими удаленностями от картинной плоскости: от 0 до 1 м, от 1 до 3 м, от 3 до 20 м, от 20 м до горизонта. Для получения изображения, соответствующего варианту [II; 1], правильно передающему подобие и ширину, необходимо для первого интервала увеличить L_0 в 50 раз, для второго — в 7 раз, для третьего — в 3,5 раза, а для последнего — в 2,5 раза (все числа даны с округлением). Конечно, при этом надо производить взаимное согласование масштабов изображения.)

Приведенный пример иллюстрирует теоретическую невозможность сделать ренессансный вариант изображения представителем всех вариантов класса II. С другой стороны, он показывает, что при известных условиях это практически допустимо. Таким условием прежде всего является исключение очень близких (в рассматриваемом примере находящихся ближе 3 м) областей картинного пространства из подлежащих изображению. Далее 3 м изменение потребного преувеличения L_0 происходит очень медленно и для обычных интерьеров (а не для бесконечно длинных коридоров) может считаться величиной почти постоянной. Что касается методов изображения очень близких и неглубоких пространств, то им посвящена глава 5.

Вернемся теперь к вопросу о свойствах изображения, построенного по правилам ренессансного способа в зависимости от степени удаления центра проектирования от неподвижной картинной плоскости. Проиллюстрируем эти свойства, обратившись к качеству изображения того же интерьера, что и выше, и сведя соответствующие численные данные в табл. 2. (При этом следует помнить, что вариант системы перспективы будет действительно ренессансным только для естественного удаления, для других удалений это будут различные варианты системы класса II, построенные приближенными приемами.)

Таблица 2. Перераспределение ошибок в зависимости от изменения удаленности центра проектирования от картинной плоскости

Удаление центра проектирования	Ошибка, %		Удаление центра проектирования	Ошибка, %	
	Масштаб	Глубина		Масштаб	Глубина
Естественное	37	21	Утроенное	11	43
Удвоенное	22	31	Учетверенное	0	52

Приведенные в таблице численные характеристики изображения даны с округлением и, кроме того, получены для конкретного интерьера, поэтому могут рассматриваться только как иллюстрация общей тенденции.

Как следует из таблицы, суммарная величина ошибки, как и ранее, практически постоянна и равна приблизительно 55%. Таким образом, в силу «закона сохранения искажений» удаление центра проектирования в ренессансном варианте способа изображения не может изменить суммар-

ной величины ошибок — смысл подобного удаления сводится к тому, что изменяется не количественная, а качественная характеристика ошибок. По мере удаления центра проектирования от картинной плоскости ошибки передачи масштаба постепенно переходят в ошибки передачи глубины.

Для придания этим общим рассуждениям большей наглядности вернемся к примеру портретной фотографии. Как уже говорилось, человек, смотрящий на фотографический портрет, будет всегда ощущать, что он снят с естественного расстояния совершенно независимо от того, с какого расстояния на самом деле производилась съемка. Если перед ним положить две фотографии, одну снятую с естественного расстояния, а другую, например, с утроенного, то он будет видеть два изображения, отличающиеся не тем, что они сняты с разных расстояний, а тем, что на первом бросается в глаза несогласованность величины носа и ушей (искажение согласованности размеров более близкого и более далекого планов, т. е. ошибка масштаба), а во втором эта ошибка станет малозаметной, но изображение будет восприниматься как более плоское.

Какой из этих двух компонентов общей ошибки существеннее, является вопросом эстетическим, а не математическим. Здесь решающее слово принадлежит художнику (в рассматриваемом примере — автору художественной фотографии), и обычно предпочитают ошибки передачи глубины ошибкам передачи масштабов. Именно поэтому появились специальные портретные объективы.

Сказанное относится, конечно, не только к фотографии (этот пример использовался в основном потому, что обычный фотоаппарат всегда работает в строго ренессансной системе перспективы), но и к картинам. Несколько неопределенная искусствоведческая характеристика «близкого» зрительного образа, построенного по ренессансным правилам (сравнительно с «далевым»), как нарушающего «привычные зрительные пропорции предмета» приобретает теперь четкость и количественную определенность.

Чтобы закончить обсуждение табл. 2, полезно сделать одно замечание. В последней строке таблицы ошибка масштаба равна нулю, а ошибка передачи глубины имеет наибольшее значение. Этой строке соответствует (для рассматриваемого примера) учетверение естественного расстояния от центра проектирования до картинной плоскости, если считать последнюю неподвижной. Что будет с изображением, если центр проектирования отнести еще дальше, например принять его в 8 раз превышающим соответствующую естественную величину? Ошибка передачи глубины будет продолжать возрастать, в то время как ошибка передачи масштаба появится вновь, но, условно говоря, изменит знак. Если во всех приведенных в табл. 2 строках (кроме последней) ошибка передачи масштаба сводилась к тому, что дальний план передавался уменьшенным сравнительно с его естественным зрительным восприятием, то теперь он будет передаваться преувеличенных размеров. Однако любое отклонение от передачи естественного зрительного восприятия нежелательно совершенно независимо от того, сводится оно к преуменьшению или преувеличению. В рассматриваемом гипотетическом случае дальнейшее ухудшение передачи глубины не будет более сопровождаться улучшением передачи относительных масштабов — она будет тоже ухудшаться. Поэтому дальнейшее увеличение удаленности только вредно, а следовательно, лишено смысла.



19. Г. В. Сорока. «Кабинет дома в Островках, имении Н. П. Милюкова». 1844 г. ГРМ

Иногда из соображений, не имеющих отношения к задаче передачи художественного образа, фотографы вынуждены применять очень сильные телеобъективы (например, при съемке сильно удаленных объектов). Тогда сказанное здесь можно наблюдать на фотографиях. Таким образом, удаление центра проектирования имеет смысл лишь в ограниченных размерах (в обсуждаемом частном случае это удаление не следует делать более чем четырехкратным). К тому же после перехода подобного разумного предела перестает действовать «закон сохранения искажений» и суммарная ошибка изображения начинает возрастать.

Обратимся теперь к анализу художественных произведений, тяготеющих к использованию перспективных построений, отнесенных к классу II систем перспективы, сохраняющих подобие. В качестве первого примера рассмотрим картину Г. В. Сороки «Кабинет дома в Островках, имении Н. П. Милюкова» (илл. 19). Эта картина, созданная в 1844 г., написана абсолютно строго по правилам ренессансного варианта системы перспективы. Художника явно не смущает бросающееся в глаза несоответствие



20. Неизвестный художник. «Вечером в комнатах». Середина XIX в. ГТГ

масштабов изображения предметов на самом переднем и дальнем планах. Он смело помещает изображение неестественно сужающейся поверхности письменного стола с лежащими на нем предметами у нижнего обреза картины. Здесь он строго следует указаниям своего учителя А. Г. Венецианова: «Ничего не изображать иначе, чем в натуре является, и повиноваться ей одной». При этом он, как и все художники начала XIX в., твердо верил, что натура воспринимается по правилам ренессансной системы перспективы. Несостоятельность этой позиции стала абсолютно понятной лишь сегодня.

Относящаяся примерно к тому же времени картина неизвестного художника «Вечером в комнатах» (илл. 20) тоже написана по строгим правилам ренессансного варианта системы перспективы. Однако в этом произведении художник демонстрирует интуитивное понимание несовершенства используемой им системы. Он освобождает самый близкий передний план от каких-либо предметов (если не считать не привлекающего особого внимания ковра) и помещает в глубокие тени изображение левой и правой

границы пола на переднем плане. Это позволяет ему в какой-то степени замаскировать неестественно большое расширение пола на переднем плане. Кроме того, художник пишет свою картину, мысленно удалив себя на значительное расстояние от изображаемой им сцены. Некоторые особенности картины позволяют произвести необходимые вычисления. Если предположить, что мужчина, стоящий у дальней стены, имеет рост 1,7 м, и обратить внимание на то, что узор на обоях позволяет оценить фактическую глубину комнаты от дальней стены до пилястр на переднем плане, то после несложных вычислений нетрудно получить обсуждаемые ниже величины. Будем считать, что главной задачей художника было изображение людей и предметов обстановки, освещенных светом лампы, т. е. пространства комнаты до пилястр на переднем плане. Самый близкий передний план, как уже говорилось, не содержит предметов и находится в тени. Он не играет сколько-нибудь существенной геометрической роли, скорее он необходим для создания ощущения, что на изображенную сцену смотрят из темной части комнаты, для подчеркивания неравномерного освещения комнаты светом одной лампы, находящейся в ее дальнем углу.

Вернемся к геометрии изображенной сцены. Если оценить расстояние, с которого художник писал светлую часть комнаты (т. е. расстояние от художника до пилястр), то оно окажется равным 6 м. Это примерно трехкратная величина расстояния естественного видения в комнате. Табл. 2 показывает, что такой искусственный прием заметно снижает ошибки масштаба, он дает более естественное соотношение масштабов близкой и удаленной частей изображенной сцены. Нетрудно также установить, что художник физически не мог находиться в изображенной комнате. Очевидно, что на картине показана почти вся комната. Но тогда ее истинную величину можно оценить по изображению кассетированного потолка, поскольку размер двух дальних секций потолка (до пилястр) может быть определен. Тогда можно вычислить полный размер комнаты, имеющей потолок из трех таких секций. При этом окажется, что художник «висит» где-то на расстоянии 3,5 м от комнаты и смотрит в нее через стеклянную стену (конечно, если только понятие «смотрит» понимать как следование канонам ренессансной системы перспективы).

Чтобы на самом деле видеть комнату примерно такой, как она изображена, вовсе не нужно покидать ее стен. Показанное на картине очень близко естественному зрительному восприятию изображенной сцены из затененной части комнаты. Чтобы сохранить важные для художника черты увиденного, нужно воспользоваться адекватным поставленной задаче вариантом системы перспективы, который, конечно, вовсе не потребует мысленного удаления из комнаты. Если желательно избежать больших ошибок масштабов на картине, то следует обратиться к варианту, показанному на схеме 9Б или близкому к нему. Именно такой выбор фактически и сделал автор рассматриваемой картины. Этим она отличается от картины «Кабинет дома в Островках», в которой художник никуда себя мысленно не удалял, а передавал интерьер по правилам ренессансной системы перспективы, поместив центр проектирования в изображаемой комнате.

Здесь полезно еще раз подчеркнуть, что научная система перспективы никогда не требует каких-либо смещений точки зрения. Не смещая этой

точки, можно различным образом распределить неизбежные ошибки изображения между их компонентами, переходя от одного варианта системы перспективы к другому. При этом зритель будет всегда ощущать себя там, где точка зрения фактически находится. Описанный в связи с картиной «Вечером в комнатах» эффект, когда формально-ренессансная точка зрения не совпадает с ощущаемой зрителем, говорит лишь о том, что художник интуитивно воспользовался искусственным приемом, позволившим получить изображение, близкое к нужному варианту системы научной перспективы, показанному на илл. 9Б (с расположением точки зрения внутри комнаты).

Обратимся теперь к анализу полотна, написанного много позже,— к картине И. Е. Репина «Не ждали» (илл. 21). Картина эта тоже написана в ренессансной системе перспективы. Правда, художник не строит геометрически точно перспективную конструкцию, поэтому вместо единой точки схода О (илл. 22) у него существует некоторая «область схода», в которой лежат все точки схода отдельных элементов картины. Эта область схода (в середине которой лежит условная точка схода О) показана на илл. 22 штриховой границей. Надо сказать, что здесь точки схода отдельных элементов картины не распределены некоторым регулярным образом (как, например, на илл. 10), а лежат хаотически внутри области, ограниченной штриховой линией. Известная размытость точки схода, превращение ее в область— вполне рациональный прием. Он не только устраняет некоторую сухость рисунка, выполненного как по линейке, но и отвечает закономерностям психологии зрительного восприятия. Дело в том, что преобразование сетчаточного образа мозгом происходит для различных участков сетчатки различно, и поэтому даже при не слишком сильных переносах линии взора возникающая в сознании человека картина отличается некоторой нерегулярной изменчивостью.

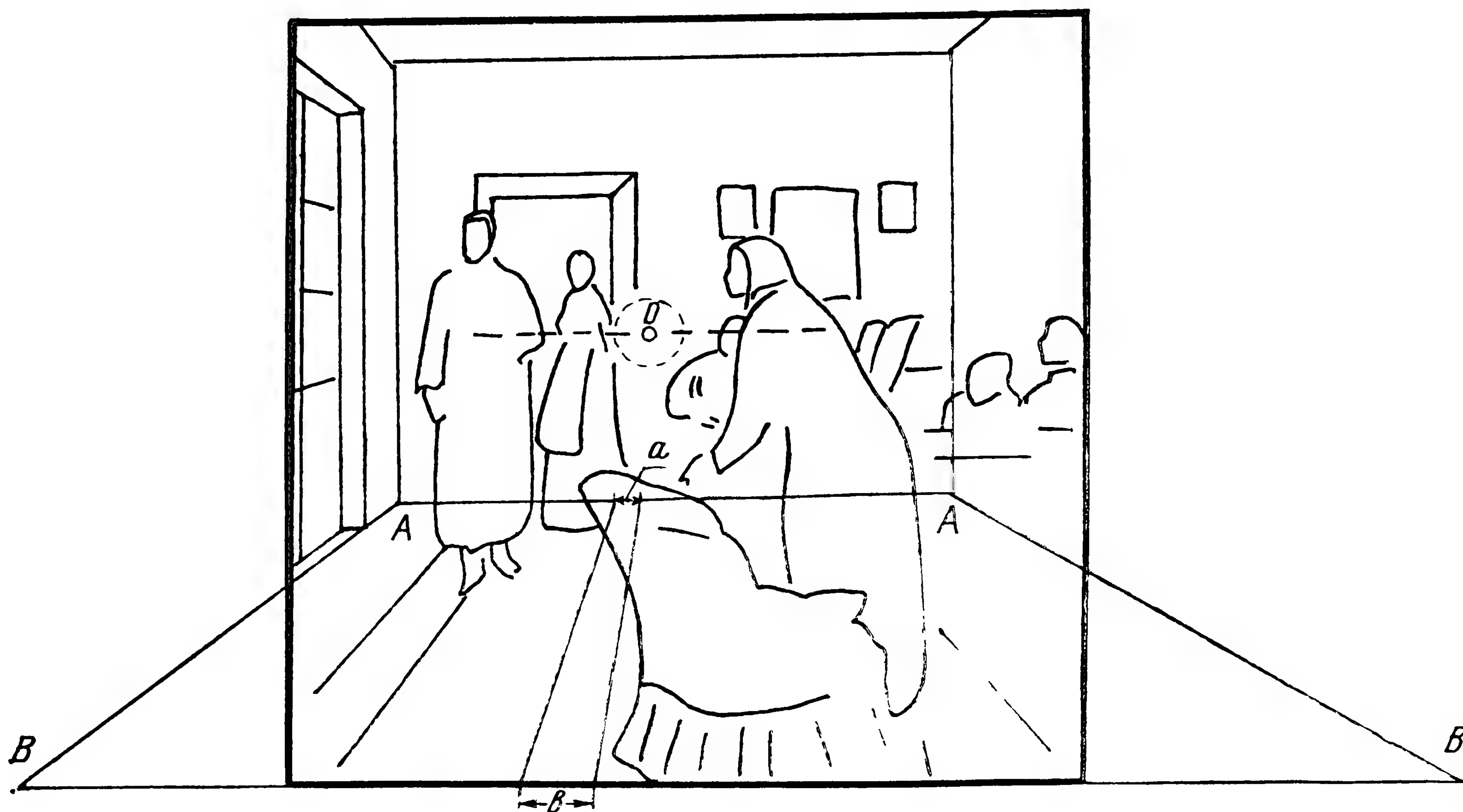
Как следует из схемы на илл. 22, горизонт выбран художником не слишком высоким, он соответствует уровню глаз сидящего человека. Если провести обычным образом оценку размеров изображенной комнаты, то окажется, что И. Е. Репин писал интерьер, как бы удалившись от переднего плана картины примерно на 3 м, хотя зритель чувствует себя почти участником изображенного события, присутствующим где-то в этой же комнате. Этот психологический эффект уже обсуждался выше в связи с практикой портретной фотографии.

Известно, что главным недостатком ренессансного варианта системы перспективы является сильное искажение взаимной согласованности масштабов переднего и дальнего планов. Чтобы смягчить это, Репин, как и автор картины «Вечером в комнатах», несколько увеличивает расстояние от центра проектирования до картинной плоскости — вместо естественного расстояния, которое было оценено величиной порядка 2 м, он взял 3 м. Но это, безусловно, не главное. Главное, как и в рассматривавшейся выше картине Ю. Пименова «Перед выходом на сцену»,— это отсечение элементов изображения, в которых искажающие свойства используемой системы перспективы особенно бросаются в глаза. На илл. 22 передан пол, каким его надо было бы изобразить, если бы на картине была показана вся комната. Столь сильное сужение пола (от величины *ВВ* до величины *АА*) невозможно увидеть в комнате подобного размера. Неудивительно,

21. И. Е. Репин. «Не ждали». 1884—1888 гг.



22. И. Е. Репин. «Не ждали» (прорись). Схема перспективной конструкции



что И. Е. Репин решительно отсекает боковые части пола и делает это не только из композиционных соображений, но и из желания скрыть наиболее одиозные, связанные с используемым вариантом системы перспективы неизбежные искажения естественного зрительного восприятия.

Отсечение боковых стен было связано с тем, что при их изображении неестественно сильное сужение пола по мере увеличения глубины буквально бросалось бы в глаза. Там, где этого не происходит, художник спокойно дает точно такое же сужение. Полезно обратить внимание на то, что отношение отрезков AA и BB и отрезков a и b одно и то же. Следовательно, сужение показанной половицы совпадает по величине с сужением пола в целом. Однако половица узка, и угол между ее границами не превышает 10°, в то время как угол между изображением границ пола больше 100°! Поэтому половица кажется человеку показанной почти параллельными линиями, т. е. почти такой, какой она видна, в то время как о боковых границах пола этого никак нельзя сказать, хотя в естественном зрительном восприятии они тоже видны почти параллельными. Неудивительно, что даже подлежащую изображению границу пола И. Е. Репин закрыл предметами обстановки.

И все же шила в мешке не утаишь! Фигуры горничной и вошедшего будут видны почти одинаковыми, а не столь разномасштабными, как на картине, да и соотношение ширины досок пола вдали и вблизи будет видно скорее таким, как на картине Ю. Пименова, а не как здесь. Сказанное не следует понимать в качестве упрека. Ведь если перейти к правильной передаче масштабов, то в рассматриваемом классе вариантов системы перспективы ухудшилась бы передача глубины — «закон сохранения искажений» обойти нельзя.

К началу XX в. перспективные построения становятся все более свободными, и нередко главная направленность этой свободы сводится к стремлению более точной передачи естественного зрительного восприятия. Рассмотрим в этой связи приведенную на илл. 23 картину А. П. Рябушкина «Ожидают выхода царя». На первый взгляд здесь использована обычная система перспективы и используются приемы, подобные только что обсужденным в связи с анализом картины И. Е. Репина.

Действительно, алая дорожка, по которой должен пройти царь, хотя и дана в достаточно энергичном сужении, все же не кажется противоестественной вследствие ее узости. Если бы, опираясь на точку схода, определяемую краями дорожки, построить все пространство, изображенное помещение выглядело бы крайне неестественно — дальняя стена оказалась бы настолько маленькой, что около нее смогло бы поместиться не более одного-двух бояр. Поэтому доски пола А. П. Рябушкин дает серией почти параллельных прямых. Это, с одной стороны, соответствует зрительному восприятию близкого пространства (подробнее об этом см. главу 5), а с другой — позволяет «расширить» дальнюю стену. Более того, эта кажущаяся параллельность вызывает ощущение, что левая боковая стена за боярами как бы параллельна оси дорожки, и поэтому многочисленная группа бояр может там стоять. Это ощущение связано со зрительной привычкой людей, которые из повседневного опыта знают, что в столь малом и близком помещении его сужение не ощущается. На самом деле, если произвести точное построение изображения пола за боярами,

23. А. П. Рябушкин. «Ожидают выхода царя». 1901 г.



то даже исходя из показанной геометрии крайней левой половицы разместить такое количество людей в комнате невозможно. Художник искусно маскирует изображением сгрудившейся группы бояр эту неизбежно неестественную геометрию изображения пола подобно тому, как это делает И. Е. Репин, «отсекая» стены на переднем плане и используя предметы обстановки.

Не менее разительны и особенности в изображении самих бояр. Уменьшение роста показанных людей с увеличением глубины происходит значительно менее интенсивно, чем уменьшение ширины дорожки, а головы бояр вообще не испытывают перспективных сокращений. Последнее точно соответствует естественному зрительному восприятию группы людей, находящихся на близком расстоянии от смотрящего. Поэтому, сравнивая фигуры самого левого и самого правого боярина, сразу видишь излишне удлиненные пропорции левого. Если попытаться определить истинный горизонт, то, скорее всего, его надо считать лежащим на уровне глаз стоящих бояр, поскольку определяемая ими прямая горизонтальна. Но тогда формальные точки схода дорожки и даже досок лежат ниже линии горизонта. Это свидетельствует о том, что приведенное построение скорее относится к классу I систем перспективы, чем к классу II. Более того, подобное расположение формальных точек схода свидетельствует о том, что перспективные построения тяготеют к схеме, приведенной на илл. 10Б, т. е. тяготеют к системе, правильно передающей «стены». В рас-

сматриваемой композиции это довольно естественно, поскольку «стеной» в данном случае является группа бояр.

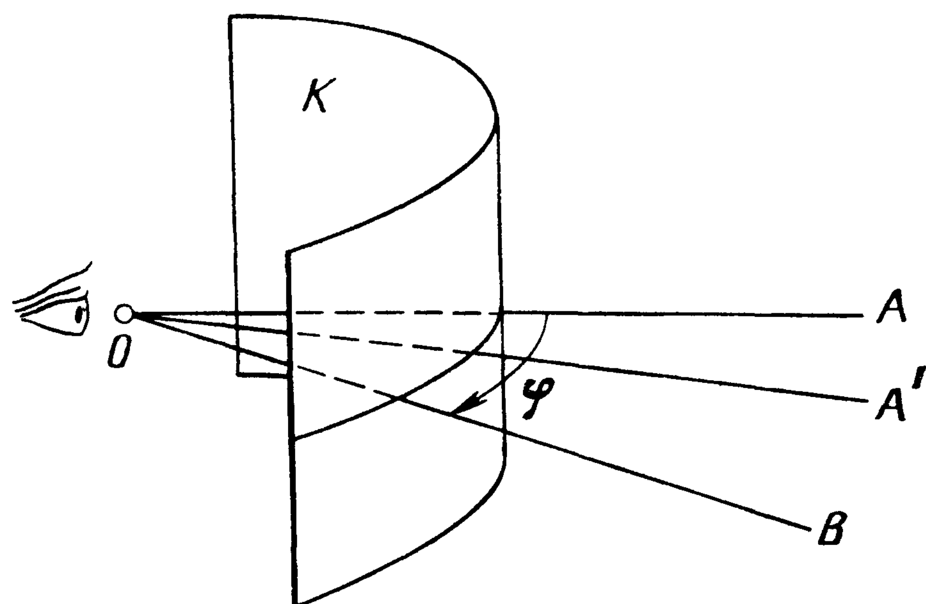
Суммируя этот беглый анализ, можно констатировать гармоничное сочетание А. П. Рябушкиным двух различных принципов построения геометрии картины. С одной стороны, стремление к аксонометричности (отсутствие перспективных сокращений голов бояр, кажущаяся параллельность досок пола), а с другой — к четко видимым перспективным сокращениям (алая дорожка). Смысл подобного сочетания, казалось бы, разнородных принципов будет обсуждаться в конце главы 6.

Если подвести итог рассмотрению задачи передачи на картине интерьера, то оказывается, что художники предпочитают изображать интерьер по схеме, тяготеющей к схеме 9Б, позволяющей смягчать свойственные ренессансному варианту перспективы неестественные искажения относительных масштабов. Ей соответствует вариант [II; 0], правильно передающий подобие и глубину, или две разновидности варианта системы перспективы [I; 0], представленные на схемах 9Г и 9Д и правильно передающие пары: ширина — глубина и высота — глубина.

Точное следование ренессансному варианту (схема 9А) встречается редко и в русском искусстве фактически отмирает к середине XIX в. Если ренессансный вариант перспективы и появляется позже, то это обусловливается решаемой художественной задачей, а отнюдь не слепым поклонением «правилам перспективы». Примечательно, что совпадающие варианты перспективных построений [I; 1] и [II; 1] (схема 9В) фактически не встречаются. Это довольно естественно, поскольку эти варианты характеризуются очень сильным искажением передачи глубины (ее ослаблением), а интерьер — это, как правило, глубина. Именно поэтому художники, вероятно, тяготеют к вариантам [I; 0] и [II; 0], в которых последняя цифра «нуль» говорит о правильной передаче глубины. Этому утверждению, казалось бы, противоречат данные табл. 1, в которой вариант [II; 0] характеризуется (в отличие от [I; 0]) наличием ошибок T. Однако выше уже подчеркивалось, что величина T определяется отношением d/a и возникающая ошибка связана не с искажением передачи глубины, а с искаженной передачей основания фронтальньй грани a.

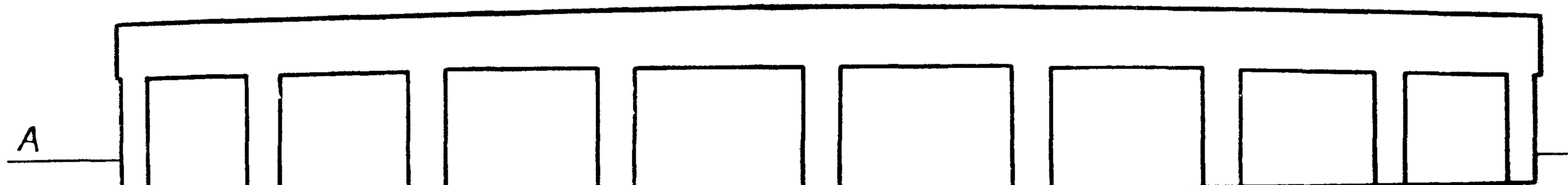
Когда в своих произведениях художники уходили от академически строгой ренессансной передачи пространственности, они действовали интуитивно, больше доверяя своему зрительному восприятию, чем академическим правилам. Только сейчас становится ясно, что они фактически никаких правил не нарушали, а просто переходили от одного варианта научной системы перспективы к другому, столь же законному и столь же точному (или, что тоже справедливо, столь же неточному). Поэтому, говоря сегодня о том, что художники обрели свободу, можно понимать это не как уход от правил, а как свободу выбора подходящих правил (которым они следовали интуитивно). То обстоятельство, что анализ геометрии передачи пространственности до сих пор опирается на формальные представления ренессансной системы перспективы, совершенно естественно, ведь до сих пор была известна только она, однако, как показал проводившийся выше разбор ряда художественных произведений, эта практика становится сегодня вряд ли оправданной.

В заключение настоящей главы рассмотрим один вопрос, лишь частично связанный с задачей изображения интерьера. Все что говорилось выше, касалось проблемы изображения в достаточно узком поле четкого зрения. Как известно, поле четкого ви́дения у человека весьма мало, и это компенсируется высокой подвижностью глаза. С другой стороны, полное поле зрения человека достаточно велико, оно имеет величину порядка 160° по горизонтали. Однако это поле зрения (за исключением содержащегося в его центре узкого поля четкого зрения) обладает очень низкой четкостью. Оно обычно называется *полем периферического зрения*, и его плохая четкость не позволяет эффективно использовать его при рисовании с натуры.



24. Схема получения изображения в панорамной системе перспективы

25. Условный архитектурный мотив, охватываемый большим углом зрения по горизонтали и переданный в панорамной системе перспективы



Художественная практика давно уже установила, что существует некоторый угол, нередко называемый *углом нормального ви́дения*, равный приблизительно 30° (при вершине, т. е. в точке, где расположен глаз), который удобен при рисовании с натуры и при построении перспективных изображений. Указанная здесь величина не носит абсолютного характера, угол нормального видения может быть и несколько больше и несколько меньше. В некоторых случаях этот угол называют также *углом четкого ви́дения*.

В художественной практике иногда возникает потребность в изображении горизонтальных протяженностей, заметно превышающих угол нормального видения. В интерьере это может быть протяженная стена с пилястрами, наблюдаемая со сравнительно близкого расстояния, в открытом пространстве — ансамбль архитектурных сооружений и т. п. В подобных случаях можно обратиться к так называемой *панорамной перспективе*. Теоретические зависимости, определяющие ее с учетом законов зрительного восприятия, приведены в конце § 5, здесь же ограничимся самой общей ее характеристикой.

На илл. 24 показан глаз, находящийся в точке O, который смотрит в точку A. Во всех случаях, рассматривавшихся выше, предполагалось, что если изображение точки A находится в середине получаемого полного

изображения, то точки, соответствующие границам этого изображения (например, точка A'), расположены так, что лучи зрения OA и OA' составляют угол менее 15°, т. е. половины угла нормального ви́дения. Если же надо изобразить точку B, такую, что горизонтальный угол φ между лучами зрения OA и OB недопустимо велик, то можно применить следующий прием. Будем передавать подлежащее изображению внешнее пространство не на обычную картинную плоскость, а на цилиндрическую картинную поверхность K, как это показано на илл. 24. Преимуществом такого способа является то, что при любой величине угла φ луч зрения будет пересекать поверхность изображения под прямым углом. Другим достоинством такой формы картинной поверхности является ее способность «распрямляться». Хорошо известно, что цилиндр можно распластать так, что при этом процессе не будут образованы складки или разрывы. Поэтому изображение, полученное на цилиндрической поверхности, можно легко распрямить, вставить в раму и повесить на стену.

Каковы же особенности изображения, получаемые в случае применения панорамной перспективы? На илл. 25 приведено изображение некоего архитектурного объекта. Этот объект в 1,4 раза шире расстояния от художника до ближайшей точки изображаемого объекта (на иллюстрации эта точка находится на одинаковых расстояниях от его левого и правого концов). Следовательно, горизонтальный угол, охватывающий подлежащее изображению поле зрения, приблизительно равен 70°. Он более чем вдвое превышает тот, который был назван углом нормального ви́дения. Первое, что бросается в глаза при взгляде на илл. 25, — так это некоторая изогнутость горизонталей, в натуре являющихся прямыми. При этом горизонтали, лежащие выше горизонта (на иллюстрации горизонт помечен буквами AA), показаны кривыми с выпуклостью, направленной вверх. Это легкое искривление весьма типично для многих художников, и подробные описания этого эффекта можно найти у М. В. Федорова [3]. Кроме того, размеры проемов (или расстояния между колоннами) несколько уменьшаются по мере удаления от центра к периферии изображения. Причины этого очевидны: внешние части показанного сооружения (в отличие от его центральной части) видны в ракурсе и соответствуют большим удалениям.

Глава четвертая

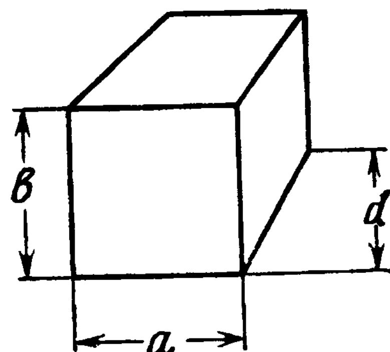
ПЕЙЗАЖ

В настоящей главе будут преимущественно рассматриваться перспективные построения, связанные с таким жанром, как пейзаж. Однако фактически речь будет идти не только о пейзаже, но и об изображении любых протяженных пространств, в принципе простирающихся до горизонта. При анализе такой проблемы возникает необходимость судить о свойствах

[3] *Федоров М. В.* Рисунок и перспектива. М., 1960.

изображения несколько иначе, чем это делалось в предыдущей главе. Там изучалась передача сравнительно малопротяженных объектов, и об основных свойствах различных вариантов перспективных построений можно было судить по изображению границ передаваемого пространства, в частности границ интерьера. При этом делалось обоснованное предположение, что полученные численные оценки справедливы не только для границ, но и для всего заключенного между ними пространства.

При анализе передачи на картине весьма протяженных пространств такой подход оказывается недостаточным. Здесь необходимо судить о качестве изображения в каждой отдельной точке картины и сравнивать, например, ошибки передачи геометрии естественного зрительного восприятия отдельно для переднего, среднего и дальнего планов одной картины. Соответствующая математическая теория изложена в § 6 второй части книги. Частично этот вопрос уже обсуждался во второй главе.



26. Характерные отрезки, определяющие передачу формы куба на картинной плоскости

Проблема передачи протяженного пространства, при которой анализируется изменение характера неизбежных ошибок по мере перемещения от одного плана картины к другому, тесно смыкается с другой задачей — задачей изображения формы, объема некоторого сравнительно небольшого предмета. Действительно, судить об ошибках изображения, свойственных тому или иному варианту системы перспективы, для разных планов удобнее всего, если мысленно перемещать некий стандартный предмет от плана к плану и следить за изменением характера неизбежных ошибок по мере такого мысленного перемещения. Что касается формы этого стандартного предмета, то из понятных соображений наилучшим образом для этой цели подходит куб.

Чтобы численно охарактеризовать свойство изображения для некоторого произвольного плана, введем в рассмотрение, как и в предыдущей главе, ошибки передачи подобия P^0, глубины T^0 и масштаба M^0. Индекс означает, что эти величины соответствуют некоторой точке изображаемого пространства и ее малой окрестности, а не протяженным образованиям, как это было в случае интерьера.

Определение величин P^0 и T^0, по сути, совершенно аналогично определению использовавшихся в предыдущей главе величин P и T. На илл. 26 приведено изображение того куба, который мысленно перемещается от переднего плана до горизонта. При этом его конфигурация на картине будет изменяться, и о соблюдении (или нарушении) передачи подобия P^0 и глубины T^0 можно будет судить, сравнивая отношение b/a на картине с таким же отношением, свойственным естественному зрительному восприятию (для P^0), и аналогичным образом сравнивая отношения d/a (для T^0). Иными словами, P^0 будет говорить о правильности передачи фронтальной грани, а T^0 — о правильности передачи удаленности дальней грани куба от ближней.

Что касается величины M^0, то ее определение будет несколько отличным от приведенного в предыдущей главе. Если следовать тому пути, кото-

рый был эффективен при изучении интерьера (что можно сделать), то, как показано в конце § 6, полученные результаты будут малоинтересными вследствие малых размеров куба. В то же время проблема правильности передачи масштаба изображения на разных планах картины остается одной из центральных.

При оценке правильности масштаба изображения надо иметь в виду, что эта правильность может быть различной для трех основных направлений, наглядно представленных на илл. 26 величинами a, b и d. Чтобы оценить правильность масштаба «в среднем», возьмем среднеарифметические величины, основанные на знании ошибок изображения каждого из этих трех отрезков. Последнее обстоятельство отметим нижним индексом при M^0 и будем писать $M^0_{ср}$. Однако при определении численного значения $M^0_{ср}$ возникает одна специфическая трудность.

Представим себе художника, пишущего пейзаж. В его зрительном восприятии предметы, находящиеся на разных планах, будут обладать вполне определенными размерами. Перенося свое зрительное восприятие на холст, он может выбрать размеры картины разными — может писать маленький этюд, а может создавать картину больших размеров. Однако если маленький этюд и большая картина геометрически подобны (или, переходя на язык фотографии, сравниваются маленький и большой отпечатки, полученные с одного негатива), то обсуждаемые свойства — ошибки передачи подобия, глубины и среднего масштаба — должны быть у них одинаковы. Ведь речь идет о качествах, которые не должны зависеть от такой малосущественной величины, как размер изображения.

Что касается величин ошибок P^0 и T^0, то здесь независимость их от размеров картины почти очевидна. Это касается и ошибки $M^0_{ср}$, которая тоже обладает нужным свойством, однако это вовсе не так очевидно, и соответствующие математические доказательства (см. § 6) занимают много места. При этом в ходе построения математической теории получается один результат, представляющий и самостоятельный интерес.

Оказывается, что человек, смотрящий на картину, интуитивно принимает средний план за выполненный в правильном масштабе. Поэтому для среднего плана всегда справедливо равенство $M^0_{ср} = 0$. Об ошибках передачи масштабов близкого и дальнего планов говорят, «отталкиваясь» от среднего, например утверждая, что объекты в области горизонта написаны излишне маленькими, а на переднем плане излишне большими. Совершенно очевидно, что в приведенном контексте слово «излишне» имеет смысл лишь при допущении, что средний план предполагается переданным правильно. Искусствоведы в своих работах часто рассуждают подобным образом, однако глубинные причины этого стали ясными лишь сейчас (см. § 6). Что касается положения такого «среднего плана» на плоскости картины, то соответствующие математические выражения достаточно сложны, но с вполне приемлемой для искусствоведческой практики точностью можно утверждать, что он просто лежит на равных расстояниях от самого далекого и самого близкого планов, изображенных на картине (речь, конечно, идет о расстояниях на плоскости картины).

Точно так же, как и в предыдущей главе, разумно ввести суммарную ошибку, составленную из абсолютных величин трех основных ошибок

($\sigma = |P^0| + |T^0| + |M^0_{ср}|$), для численной оценки правильности изображения. Однако наряду с суммой полезно следить и за ее слагаемыми, чтобы видеть, какой именно элемент изображения дает наибольший вклад в σ. Для того чтобы произвести все необходимые вычисления, надо условиться о двух величинах. Во-первых, необходимо назначить размеры того самого куба, который будет мысленно перемещаться от переднего плана до дальнего. Этот куб должен быть, с одной стороны, достаточно малым (ведь в этой главе изучается правильность изображения в точке и ее малой окрестности), а с другой — не слишком малым, чтобы он был заметен на плоскости картины. В качестве такого куба выберем тот, который на всех планах занимает на плоскости картины $^1/_{10}$ расстояния, дающего удаленность самого далекого плана от самого близкого (при этом в натуре перемещаемый куб будет становиться все больше по мере удаления от художника). Вторым условием, о котором следует договориться, является глубина пространства, которая будет изучаться. Сделаем здесь почти очевидное допущение, что изображению подлежит все пространство — от самого близкого переднего плана (основания картины) до горизонта.

Сведем результаты изучения различных способов изображения (которые подробно рассматриваются в § 6) в табл. 3, позволяющую получить общее представление о характере изменения величин ошибок и их распределения по трем основным компонентам P^0, T^0 и $M^0_{ср}$ для трех планов: основания картины, среднего плана и области горизонта. Знаки при величинах ошибок означают: знак «плюс» — ошибку преувеличения, знак «минус» — ошибку преуменьшения. Для P^0 знак «плюс» означает ошибку преувеличения вертикалей.

Таблица 3. Ошибки для различных вариантов системы перспективы

Вариант системы перспективы	Ошибка, %								
	Основание картины			Средний план			Область горизонта		
	$M^0_{ср}$	T^0	P^0	$M^0_{ср}$	T^0	P^0	$M^0_{ср}$	T^0	P^0
[R]	+66	−4	0	0	−7	0	−59	−10	0
[II; 0]	+29	−53	0	0	−22	0	−20	0	0
[II; 0,5]	+15	−59	0	0	−30	0	+2	0	0
[II; 1]	−15	−79	0	0	−28	0	+13	0	0
[I; 0]	+16	0	+49	0	0	+24	−12	0	0
[I; 0,5]	+5	−38	+33	0	−20	+12	−4	0	0
[I; 1]	−15	−79	0	0	−28	0	+13	0	0

Рассмотрим приведенную таблицу. Прежде всего обращает на себя внимание отсутствие ошибок масштаба $M^0_{ср}$ на среднем плане. В соответствующем столбце всюду стоят нули. Это естественное следствие описанного выше эффекта, сводящегося к тому, что средний план картины человек интуитивно воспринимает как переданный в правильном масштабе. Столь же естественно и отсутствие ошибок подобия P^0 в первых четырех строчках таблицы, поскольку они соответствуют ренессансному вариан-

ту системы перспективы и вариантам, относящимся к классу II, сохраняющему подобие. Кроме того, нелишне заметить, что строки 4 и 7 совпадают в силу того, что они соответствуют совпадающим вариантам системы перспективы [I; 1] и [II; 1], правильно передающим ширину и высоту. После этих предварительных замечаний приступим к более подробному анализу численных данных, приведенных в таблице.

Начнем этот анализ с рассмотрения средних ошибок передачи масштаба $M^0_{\text{ср}}$. Очевидно, что они могут проявиться только на переднем и дальнем планах. Просмотр столбцов для $M^0_{\text{ср}}$ показывает, что наибольшие ошибки масштаба дает ренессансный вариант. Это еще раз, теперь не только качественно, но и количественно, говорит об «ахиллесовой пяте» ренессансного способа передачи пространственности. Во всех других отношениях (T^0, P^0) этот вариант перспективы следует признать хорошим. Знаки при численных данных говорят, что ренессансный вариант дает сильно преувеличенные изображения на переднем плане ($M^0_{\text{ср}} = +66\%$) и сильно преуменьшенные в области горизонта ($M^0_{\text{ср}} = -59\%$) [1]. Эта тенденция свойственна (в сильно ослабленном виде) и всем другим вариантам, за исключением совпадающих вариантов [I; 1] и [II; 1], безошибочно передающих ширину и высоту, для которых характерна обратная тенденция.

Как известно, уменьшение ошибок $M^0_{\text{ср}}$ может происходить лишь за счет увеличения других ошибок — ошибки T^0 у вариантов класса II, сохраняющих подобие, и одновременно ошибок T^0 и P^0 у вариантов класса I, безошибочно изображающих ширину. Это и видно для столбцов, соответствующих основанию картины. Что касается столбцов, соответствующих среднему плану и области горизонта, то тут эта общая тенденция столь отчетливо не проявляется. Чтобы разобраться в других действующих закономерностях, полезно обратиться к сумме абсолютных величин ошибок, о которой говорилось несколько выше: $\sigma = |M^0_{\text{ср}}| + |P^0| + |T^0|$. Сведем суммы ошибок, полученные на основании численных данных табл. 3, в табл. 4.

Прежде всего обращает на себя внимание большая суммарная ошибка σ, соответствующая основанию картины, для всех вариантов системы перспективы. Это указывает на большие трудности при попытке правильной передачи близкого переднего плана на картине. Табл. 4 ясно показывает, что художник просто не в состоянии передать его в согласии с естественным зрительным восприятием, какой бы вариант системы перспективы он ни избрал. Художники-практики прекрасно знают это и либо просто не изображают пространство и заполняющие его предметы близкого пе-

[1] Эти значения получены для случая, когда изображается все пространство — от основания картины до горизонта. Если это не так, то положение среднего плана изменится, изменятся и значения $M^0_{\text{ср}}$. Например, пусть не изображается пространство, прилежащее к картинной плоскости, а новый передний план совпадает с бывшим средним. Табл. 3 дает в этом случае для ренессансного варианта изменение ошибки от нуля до —59%. Эта разница сохранится, но теперь средний план картины уйдет вглубь, ему опять будет соответствовать $M^0_{\text{ср}} = 0$, новому переднему плану — ошибка, приблизительно равная +29,5%, а области горизонта —29,5% (т. е. в сумме та же ошибка, что и раньше). Подобные пересчеты необходимы только для $M^0_{\text{ср}}$.

Таблица 4. Суммы ошибок для различных вариантов системы перспективы

Вариант системы перспективы	Сумма ошибок σ, %			Вариант системы перспективы	Сумма ошибок σ, %		
	Основание картины	Средний план	Область горизонта		Основание картины	Средний план	Область горизонта
[*R*]	70	7	69	[I; 0]	65	24	12
[II; 0]	82	22	20	[I; 0,5]	76	32	4
[II; 0,5]	74	30	2	[I; 1]	94	28	13
[II; 1]	94	28	13				

реднего плана, либо помещают в этой зоне объекты, искажение форм и размеров которых может остаться малозаметным: траву, невыразительную поверхность земли, поверхность воды и т. п.

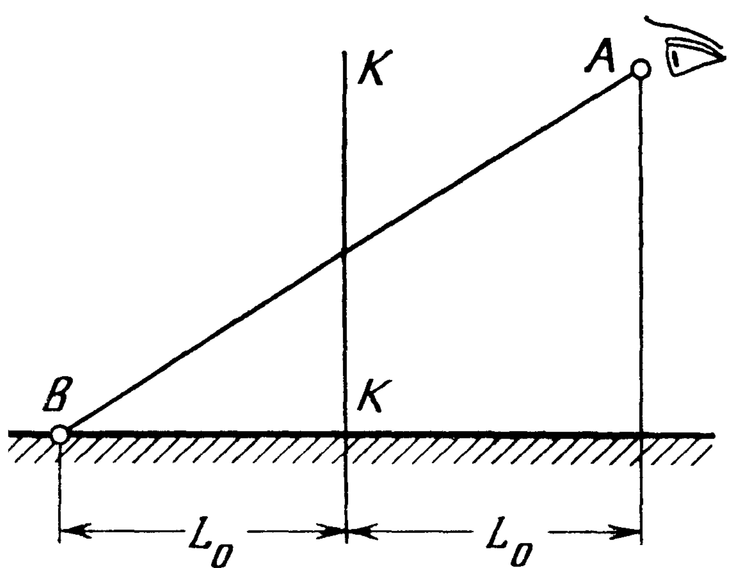
Как известно, существуют жанры, передающие облик именно очень близких объектов (портрет, натюрморт). Табл. 4, казалось бы, исключает возможность существования этих жанров. Это, конечно, не так. Табл. 3 и 4 относятся к тому случаю, когда передается пространство от самого близкого плана (основания картины) до горизонта и все планы предполагаются одинаково важными. В тех случаях, когда задачей является изображение только близких предметов, существует разумное решение проблемы, и этим вопросам посвящена глава 5.

Табл. 4 хорошо иллюстрирует открывающиеся перед художником возможности выбора наиболее подходящего способа изображения в зависимости от решаемой им задачи. Если, например, главный объект изображения находится на среднем плане, а близкий и далекий планы особой нагрузки не несут (выше уже приводился соответствующий пример — одинокий корабль в море), то наиболее подходящим будет ренессансный вариант системы перспективы. Если и средний и дальний планы одинаково важны, то следует предпочесть вариант [I; 0] или [II; 0] (для обоих характерна правильная передача глубины) — они дают для этих планов приемлемые величины ошибок.

Можно было бы продолжить комментирование приведенных в табл. 3 и 4 величин ошибок, однако более разумным представляется переход к наглядным способам сравнения — изображению одного и того же пространства в типичных вариантах системы перспективы. Чтобы не слишком сильно увеличивать объем иллюстраций, ограничимся рассмотрением четырех основных случаев: [I; 0], [*R*], [II; 0] и [II; 1]. Как уже отмечалось выше, первый случай замечателен тем, что передает без всяких ошибок горизонтальную поверхность (например, поверхность земли), второй дает ренессансный (фотографический) вариант системы перспективы, третий аналогичен первому, но вместо правильной передачи ширины правильно передает подобие, а последний вариант является предельным случаем первого и третьего. Все иные способы изображения занимают промежуточное положение между названными (исключая ренессансный вариант). Сказанное здесь уже обсуждалось в связи с комментированием илл. 6.

Пусть изображению подлежит плоский ландшафт с горами на горизонте. Поверхность земли расчертим линиями — как бы с границами пря-

моугольных плит, уложенных на нее. Изобразим также прямолинейную дорогу, наискось пересекающую передаваемое пространство и имеющую точку схода на горизонте. Основываясь на данных, приведенных в табл. 3 и 4, не станем передавать самый близкий передний план, непосредственно примыкающий к основанию картины, поскольку во всех вариантах системы научной перспективы ему свойственны очень большие искажения. Поэтому на приведенных ниже схемах нижний обрез картины соответствует не естественному удалению L_0 от художника, а его удвоенной величине (хотя картинная плоскость продолжает оставаться удаленной от глаза художника на расстояние L_0). На илл. 27 приведена соответствующая схема: глаз художника расположен в точке A, картинная плоскость дана вертикалью KK, а ближайшая точка, подлежащая изображению, обозначена буквой B.



27. Схема, показывающая положение самого близкого плана (нижнего обреза картины) в условных изображениях пейзажа

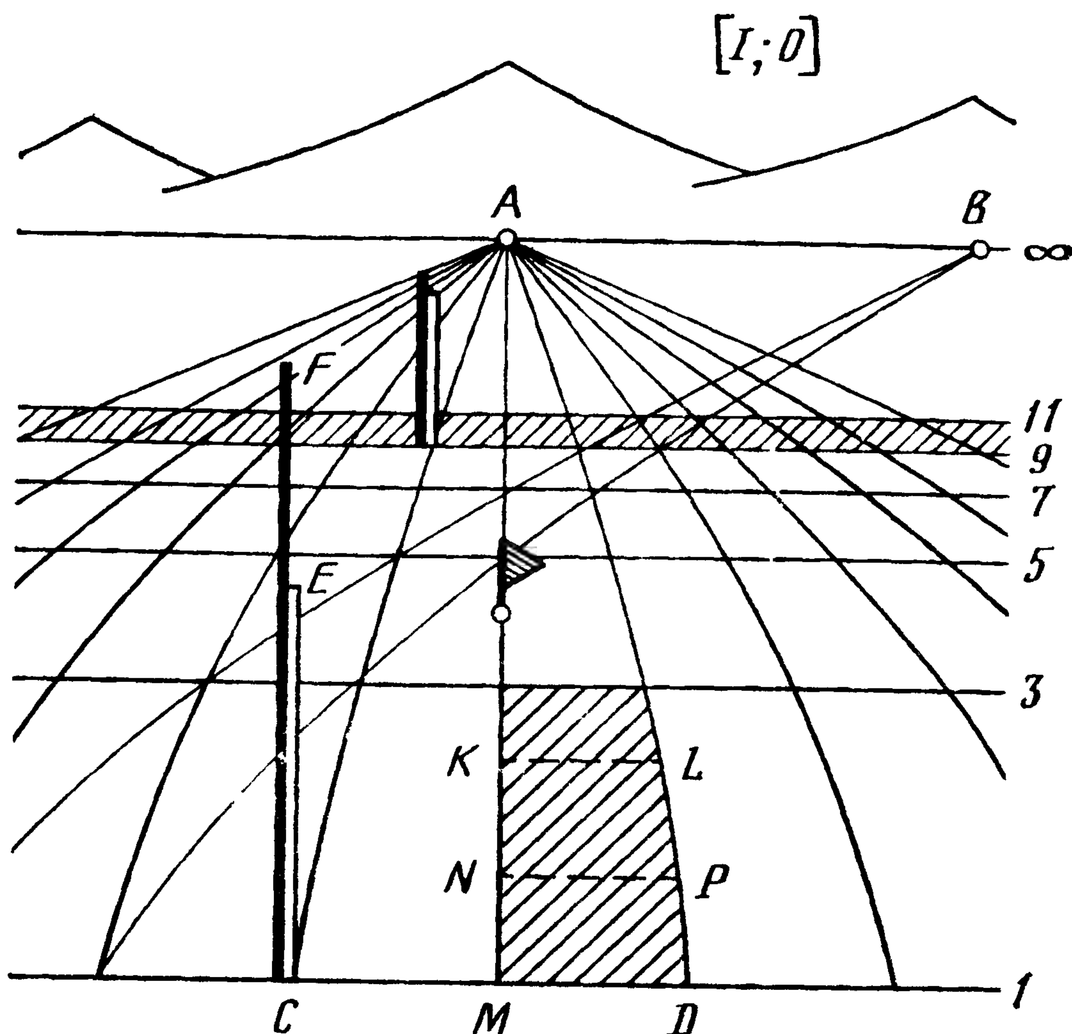
На илл. 28 показан описанный условный ландшафт в варианте [I; 0] научной системы перспективы. Как уже говорилось, он соответствует безошибочной передаче поверхности земли (поскольку правильно передает ширину и глубину). Горизонтальные прямые, показанные на схеме, соответствуют разным планам, причем в натуре расстояния между ними одинаковы и равны $2L_0$. Поставленные около горизонтальных прямых числа (1; 3; 5 и т. д.) говорят об их удалении от картинной плоскости, причем единицей измерения является L_0. Что касается кривых, имеющих общую точку схода A, то в натуре это прямые, перпендикулярные картинной плоскости. Кривизна сходящихся в точке A линий еще раз свидетельствует о том, что человек нередко видит прямые линии слегка искривленными. Об этом же говорит и кривизна линий, изображающих границы дороги. На равных расстояниях от нижнего обреза картины и линии горизонта показан флажок. Поскольку в этом варианте системы перспективы поверхность земли передана без ошибок, то человек, смотрящий на флажок в натуре, тоже будет видеть его на зрительно равных расстояниях от горизонта и ближайшей изображенной границы земной поверхности. Помимо сказанного, на схеме выделены штриховкой одна из ближайших плит, устилающих землю, и горизонтальная полоса, удаленная в натуре от плоскости картины в среднем на расстояние $10L_0$.

Как известно, безошибочный вариант системы перспективы невозможен (редчайшее исключение будет обсуждаться в следующей главе), поэтому безошибочность передачи горизонтальной поверхности говорит о том, что ошибки в рассматриваемом варианте смещены на вертикали. Чтобы показать это, воспользуемся ошибками передачи подобия P^0 и построим вертикальные отрезки (например, изображения шестов) на переднем и удаленном планах, причем шест, изображенный по правилам используемого варианта перспективы, покажем черным цветом, а прилегающий к нему белый отрезок будет передавать размер, отвечающий естественному зрительному восприятию. Приведенные на илл. 28 вертикальные отрезки говорят о большой степени искажения вертикалей на

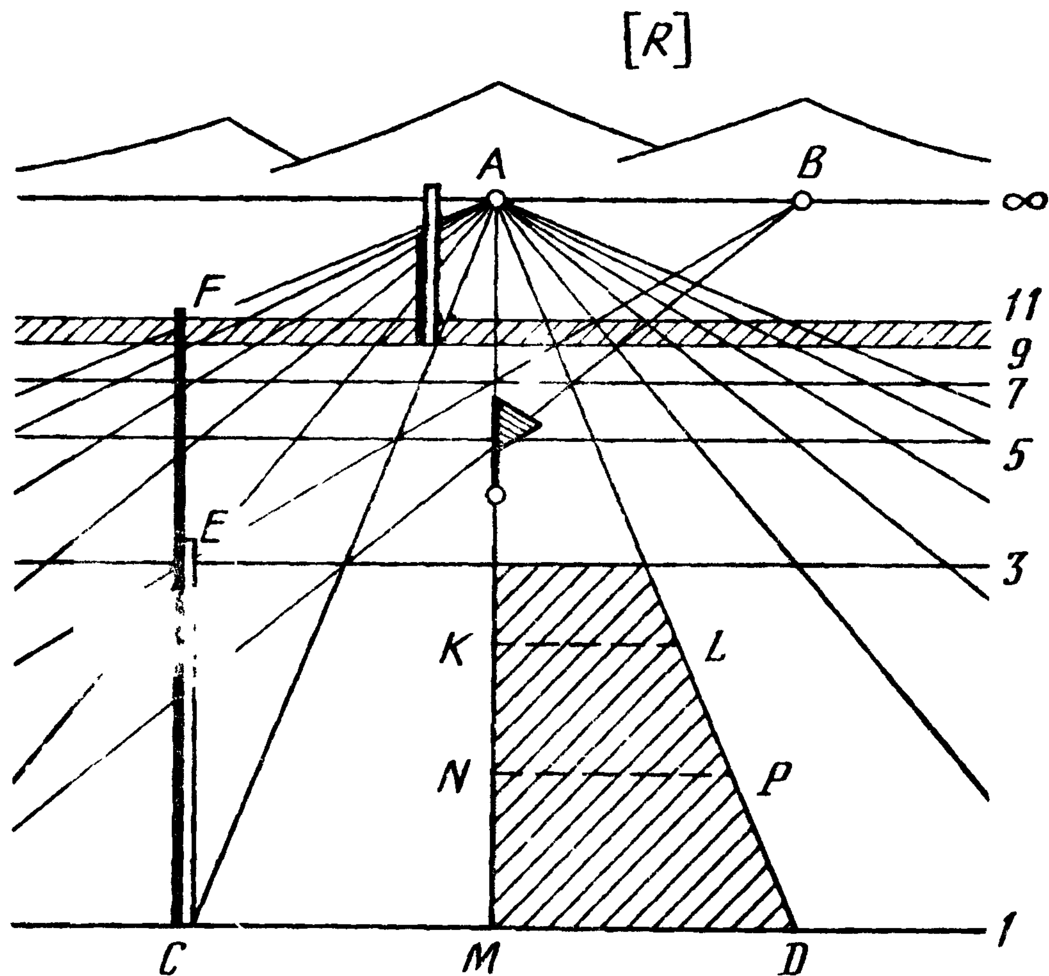
близких планах, которые постепенно ослабевают по мере приближения к горизонту [2].

Обратимся теперь к илл. 29, на которой передано все то же самое, но следуя ренессансному варианту системы перспективы. Прежде всего обращают на себя внимание искажения в передаче облика поверхности земли. Размеры заштрихованной плиты, находящейся на переднем плане, сильно возросли, и, кроме того, плита характеризуется очень интенсивным сужением сравнительно с ее правильным изображением. Это говорит о свойственных ренессансной системе перспективы преувеличениях объектов, находящихся на переднем плане, и заметных искажениях их видимой конфигурации.

Преувеличение объектов переднего плана приводит к тому, что и сам он начинает занимать непропорционально большую часть картины. Это видно по положению флажка. На илл. 28 он показан точно на середине расстояния между нижним обрезом картины и линией горизонта (а следовательно, и виден так), в то время как на илл. 29 его удаление от нижнего обреза равно 0,6, а от линии горизонта — 0,4 расстояния между горизонтом и нижним обрезом картины. Если объекты переднего плана и он сам преувеличены, то объекты дальних планов заметно преуменьшены. Лучше всего это видно по смещению точки схода дороги *B* и при сравнении изображения гор на горизонте. В ренессансном варианте (сравнительно с показанными на илл. 28) они почти приняли облик маловыразительных холмов. Это уменьшение изображения удаленных объектов против законов естественного

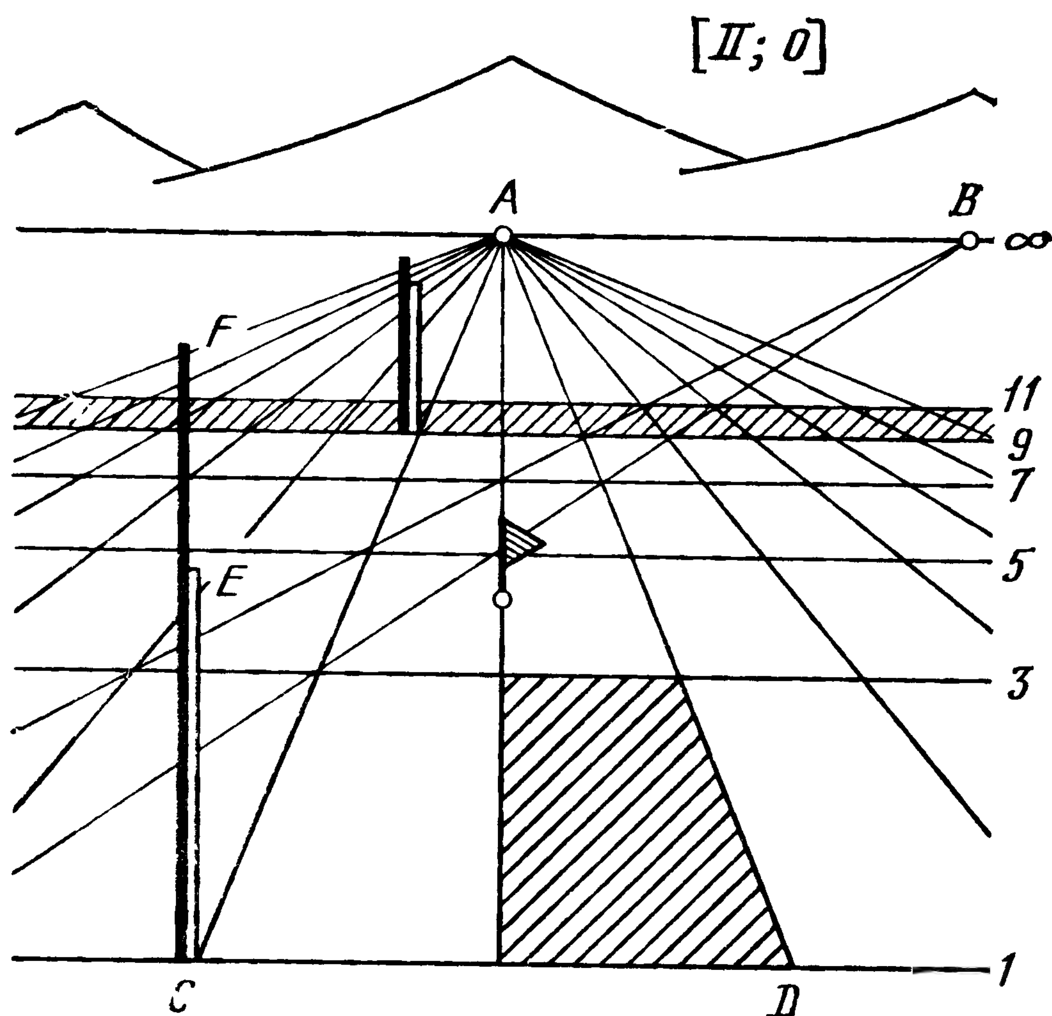


28. Условное изображение пейзажа в варианте [I; 0] системы перспективы, правильно передающем горизонтальные поверхности (ширину и глубину)

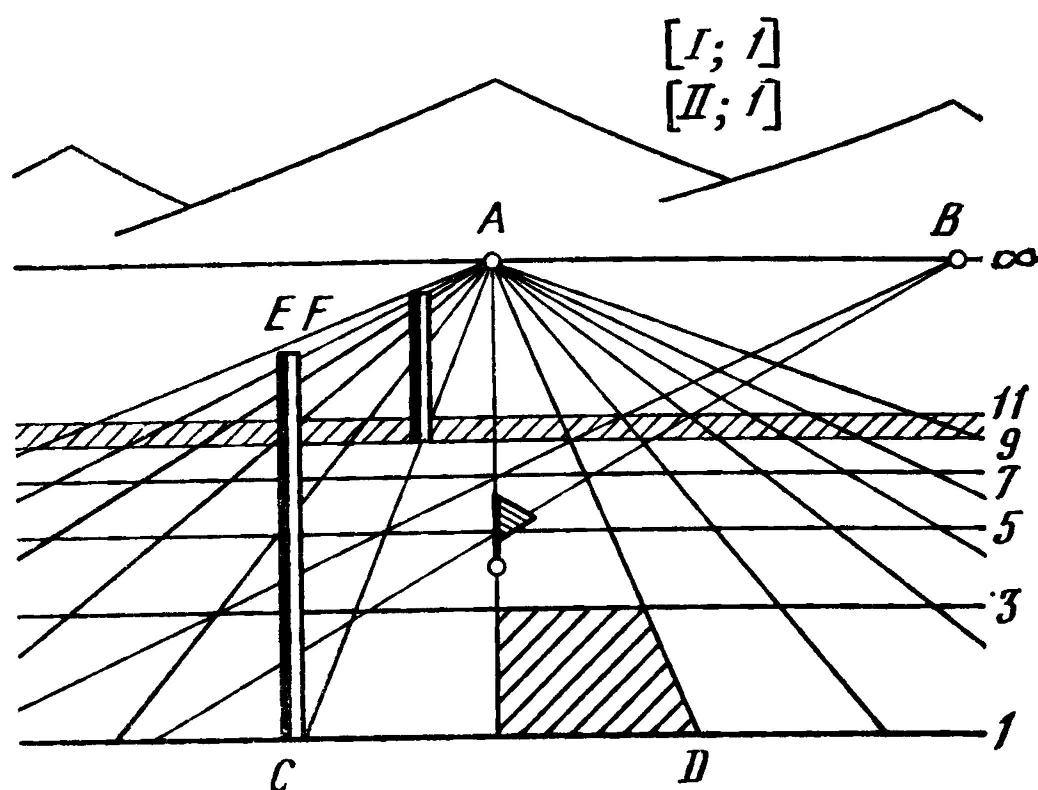


29. Условное изображение пейзажа в ренессансном варианте системы перспективы [R]

[2] Шест, показанный на нижнем обрезе картины, изображен примерно в 1,5 раза больше, чем он казался бы в естественном видении, т. е. ошибка изображения составляет примерно 50%. Это, казалось бы, противоречит табл. 3, где наибольшее значение $M^0_{\text{ср}} = 16\%$. Однако противоречия здесь нет, ведь в таблице дано среднее значение по трем координатам. Поскольку по другим координатам (вглубь и вбок) на илл. 28 ошибок нет, то средняя ошибка будет $(50 + 0 + 0)/3 \approx 16\%$, что хорошо согласуется с табл. 3.



30. Условное изображение пейзажа в варианте [II; 0] системы перспективы, правильно передающем подобие и глубину



31. Условное изображение пейзажа в совпадающих вариантах [I; 1] и [II; 1] системы перспективы, правильно передающих фронтальные плоскости (ширину и высоту)

ви́дения приводит и к «сжатию» дальних планов. Об этом свидетельствует уже обсуждавшееся положение флажка. Показанные шесты лишь подтверждают сказанное: передний передан более высоким, чем следует, а задний — более низким.

Рассматривая изображение, приведенное на илл. 28, в качестве исходного, сделаем попытку внести в него улучшающие изменения. Выше уже говорилось, что в нем совершенно правильно передана поверхность земли. Главный недостаток этого варианта системы перспективы — ошибки в передаче вертикалей. На илл. 28 высота переднего шеста выбрана равной по величине горизонтальному расстоянию CD. Это видно из того, что, как легко убедиться, $CE = CD$, однако в исходном варианте [I; 0] системы перспективы шест будет изображен равным CF, а не CE, т. е. с заметным преувеличением. В естественном зрительном восприятии прямые CD и CE будут равны; если их рассматривать как основание и высоту прямоугольника, они дадут квадрат. Однако вместо квадрата на картине будет показан вытянутый по вертикали прямоугольник с основанием CD и высотой CF. Это явное нарушение подобия изображения фронтальных плоскостей передаваемых на картине объектов может оказаться нежелательным. Здесь возможны два выхода из положения.

На илл. 30 проблема решена путем увеличения горизонтального отрезка CD до размера CF. В результате теперь с ошибками передаются не только вертикали (CF вместо CE), но и горизонтали (это видно из сравнения отрезков CD на илл. 28 и 30), однако за этот счет сохранено подобие фронтальных плоскостей передаваемых объектов. Что касается передачи глубины, то она изображается идеально, о чем свидетельствует положение флажка: он находится на равных расстояниях от нижнего обреза картины и линии горизонта. Сравнение изображений близкого и удаленного шестов говорит о том, что передача вертикалей улучшается по мере приближения к горизонту, а горы переданы совершенно точно. Заштрихованная плита, находящаяся на переднем плане, передается искаженно сравнительно с ее правильным изображением на илл. 28.

На илл. 31 та же проблема сохранения подобия при передаче фронтальных плоскостей объектов решена иначе. Здесь в полном согласии с естественным видением передан как отрезок CD, так и вертикальные отрезки (это видно из того, что теперь $CE = CF$). Однако это привело к заметному ослаблению передачи глубины, особенно для переднего плана. Если расстояния от заштрихованной горизонтальной полосы (как уже говорилось, она удалена в натуре на расстояние около $10L_0$ от плоскости картины) до линии горизонта на илл. 28 и 31 почти одинаковы, то заштрихованная плита, расположенная на переднем плане, «сжата» чрезвычайно сильно. При этом в сильнейшей мере оказалась искаженной ее конфигурация: если в изображении, следующем естественному восприятию (см. илл. 28), она вытянута на картине по вертикали, то на илл. 31 — по горизонтали. Подобное ослабление передачи глубины на переднем плане и привело к сильному смещению флажка — теперь он отстоит от нижнего обреза картины на величину, составляющую всего 0,35 от расстояния между этим обрезом и линией горизонта. Поскольку в обсуждаемых вариантах [I; 1] и [II; 1] системы перспективы ширина и высота передаются безупречно, то силуэты гор переданы совершенно правильно.

Показанные на илл. 28, 30 и 31 схематические изображения являются предельными. Существует бесчисленное множество вариантов системы научной перспективы, промежуточных между показанными на илл. 28 и 31 (класс I), и бесчисленное множество вариантов, промежуточных между показанными на илл. 30 и 31 (класс II).

Такие варианты могут оказаться целесообразными, поскольку позволяют ослабить наиболее неприятные качества предельных случаев. Так, например, если ограничиться только перцептивными вариантами системы перспективы (исключив из их числа ренессансный), то, очевидно, общее им всем свойство хорошо передавать дальние планы. Таким образом, основным требованием будет улучшение качества передачи близких объектов. Обратившись к промежуточным вариантам [I; 0,5] и [II; 0,5], ошибки масштаба на переднем плане можно уменьшить примерно вдвое по сравнению с вариантами [I; 0] и [II; 0], правильно передающими глубину, а ошибки передачи глубины — тоже вдвое по сравнению с вариантами [I; 1], [II; 1] (правильно передающими высоту). Такой компромиссный подход может иногда оказаться предпочтительным.

Если попытаться произвести качественное сравнение показанных схем, то, пожалуй, наименее приемлемыми для передачи больших пространств будут ренессансный вариант (см. илл. 29) и совпадающие варианты [I; 1] и [II; 1], правильно передающие ширину и высоту (см. илл. 31). Первый характеризуется сильными ошибками передачи масштабов, а второй — излишне ослабленной передачей глубины. Неудивительно, что, как показал проведенный в предыдущей главе анализ картин, при изображении интерьеров художники предпочитали способы, тяготеющие к варианту [I; 0] (передающему ширину и глубину или высоту и глубину) и варианту [II; 0] (передающему подобие и глубину). Уже из этого короткого перечисления видно, что именно объединяет эти варианты и объясняет выбор художников — стремление к правильной передаче глубины. В этом проглядывает извечное стремление художников к убедительной передаче на двумерной плоскости картины трехмерного пространства.

Переходя к анализу полотен художников, укажем на трудности анализа пейзажной живописи с геометрической (перспективной) позиции. При изучении изображения интерьера объект изображения был предельно ясен, его конструкция почти всегда очевидна (очевидным, например, может быть то, что колонны единой колоннады имеют равную высоту, отстоят друг от друга на равных расстояниях и расположены вдоль прямой линии), поэтому вопрос о том, как выглядит некоторый показанный объект в натуре, почти не возникал. Другое дело пейзаж. Если, например, какое-то дерево показано больше другого, то решить вопрос о том, перспективный ли этот эффект, или оно в натуре больше, обычно нет никакой возможности. Для осуществления объективного анализа геометрии картины необходимо наряду с ней иметь документ, позволяющий восстановить геометрические характеристики естественного зрительного восприятия натуры художником.

Задача, сформулированная выше, имеет решение в тех редких случаях, когда наряду с полотном художника искусствовед располагает фотографией изображаемого пространства, снятой с той же точки, с которой художник писал свой пейзаж. По фотографии (зная законы ренессансной системы перспективы и закономерности естественного зрительного восприятия) можно восстановить геометрию зрительного восприятия художника и сравнивать с ней геометрию изучаемого произведения. При таком сравнении можно установить, в каких элементах художник следовал естественному ви́дению, в каких (и насколько) отклонялся от него, и на этом пути дать более глубокий искусствоведческий анализ изучаемого произведения.

Использование фотографий для анализа геометрии картин известно. К этому методу обращались М. В. Федоров, Ф. Новотный, Э. Лоран и другие исследователи [3]. Однако все они действовали методически ошибочно, сравнивая перспективные построения на картине с фотографической перспективой. Ведь последняя сильно искажает естественное ви́дение, и отклонения от нее в лучшем случае говорят о том, что художник пренебрегает академическими правилами. Но такое сравнение неспособно ответить на более важный вопрос: в чем художник следовал естественному ви́дению, в чем и насколько отклонялся от него?

Чтобы пояснить сказанное, представим себе, что художник совершенно точно передал естественное ви́дение человека на пейзаже, изображающем плоскую равнину с цепью гор на горизонте (выше было показано, что это возможно). Опираясь на фотографию, искусствовед станет утверждать, что художник сильно преувеличил на своей картине горы, «растянул» дальний план, «сжал» передний план и т. п. На самом же деле следовало бы сказать, что картина написана геометрически безошибочно, а фотография сильно преуменьшила горы, «сжала» дальний план, «растянула» передний план и т. п. Основываясь на мнимых трансформациях пространственности, обнаруженных в картине, искусствовед может начать давать им толкования и строить на этом фундаменте свои выводы. Но поскольку такой фундамент на самом деле отсутствует, то свое «здание» искусствовед начнет воздвигать на песке.

[3] *Федоров М. В.* Указ. соч.; *Novotny F.* Cézanne und das Ende der wissenschaftlichen Perspektive. Wien, 1938; *Loran E.* Cézannes Composition. Berkeley etc., 1963.

Переходя к рассмотрению пейзажей, условимся о том, что вместо репродукций картин и фотографий мотивов будут приводиться их прориси, скорее даже беглые наброски, на которых опущены элементы изображения, не представляющие интереса для оценки перспективных систем картин. Само собой разумеется, что, приводя численные характеристики изображений, будем их получать путем измерения на репродукциях картин и фотографиях, а не на приводимых прорисях.

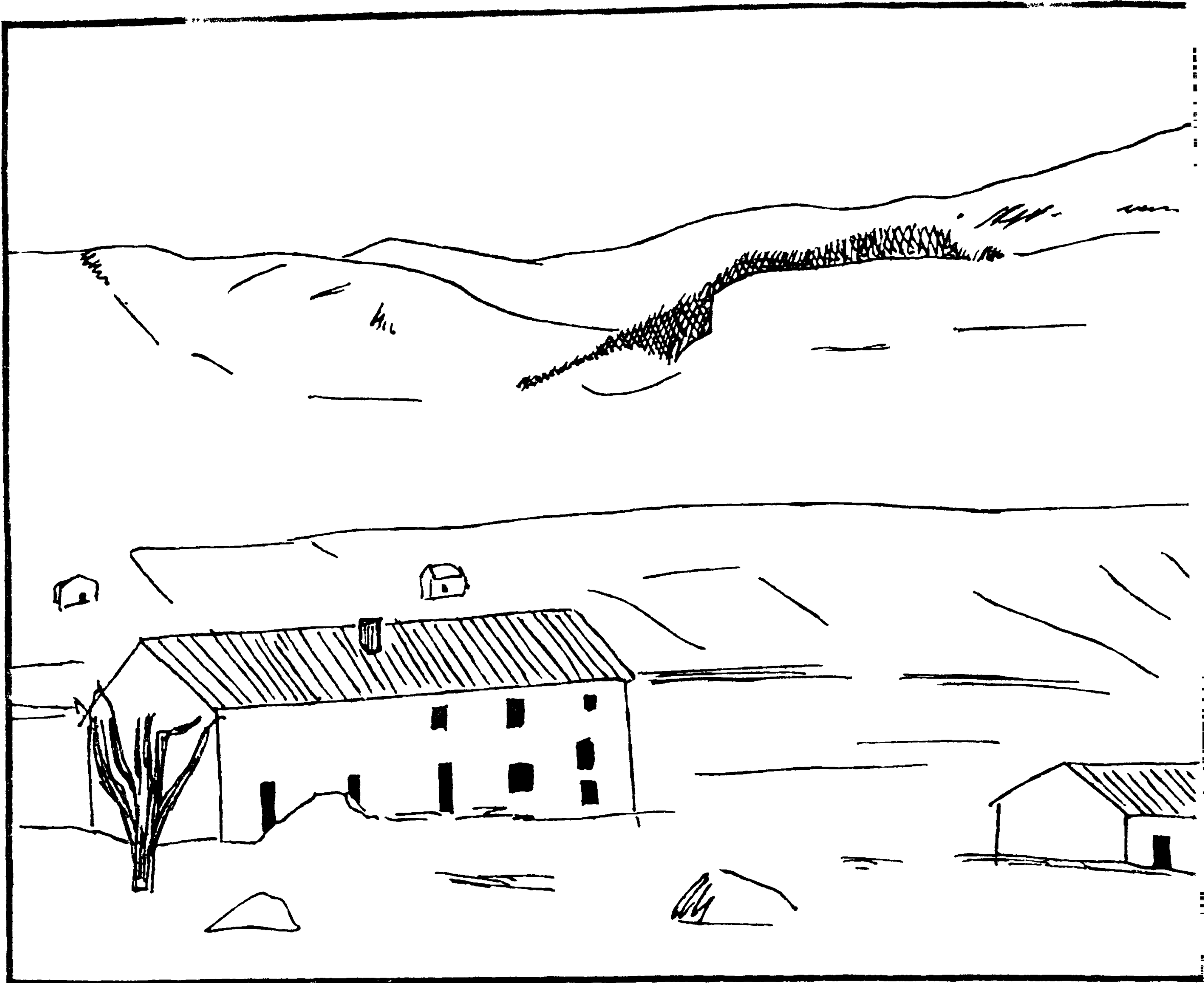
Начнем анализ изобразительного материала с рассмотрения ряда картин Поля Сезанна, что в значительной степени связано с весьма полной фотографической документированностью его творчества. Репродукции картин Сезанна и соответствующие фотографии заимствуем из упоминавшегося исследования Э. Лорана.

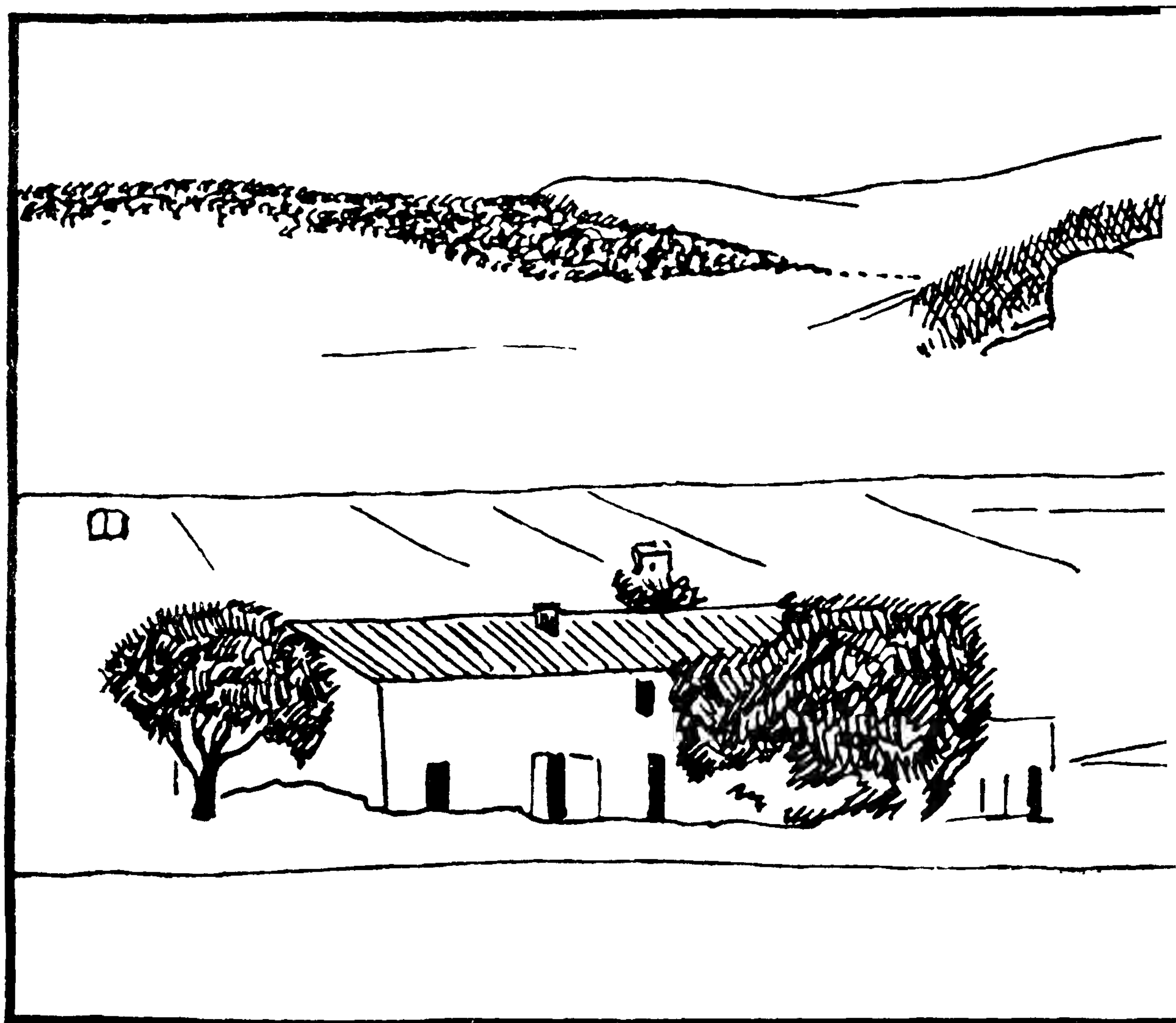
На илл. 32 приведена прорись пейзажа Поля Сезанна «Провансальский хутор вблизи Гардана», а под ней — прорись соответствующей фотографии, снятой с той же точки зрения (но, конечно, много позже и в другое время года). На иллюстрации приравнены (для удобства сравнения) масштабы картины и фотографии по горизонтали (по ширине) для плана, на котором изображены два близких здания.

Примем план, определяемый этими зданиями, за основной и оценим высоту линии горизонта над поверхностью земли, соответствующей избранному плану (это лучше делать, измеряя расстояния до линии горизонта от нижних границ крыш, так как низ зданий не может быть определен столь четко, да он мог и измениться за время, протекшее между написанием картины и фотографированием). Тогда окажется, что в среднем линия горизонта на картине расположена на 30% выше, чем на фотографии.

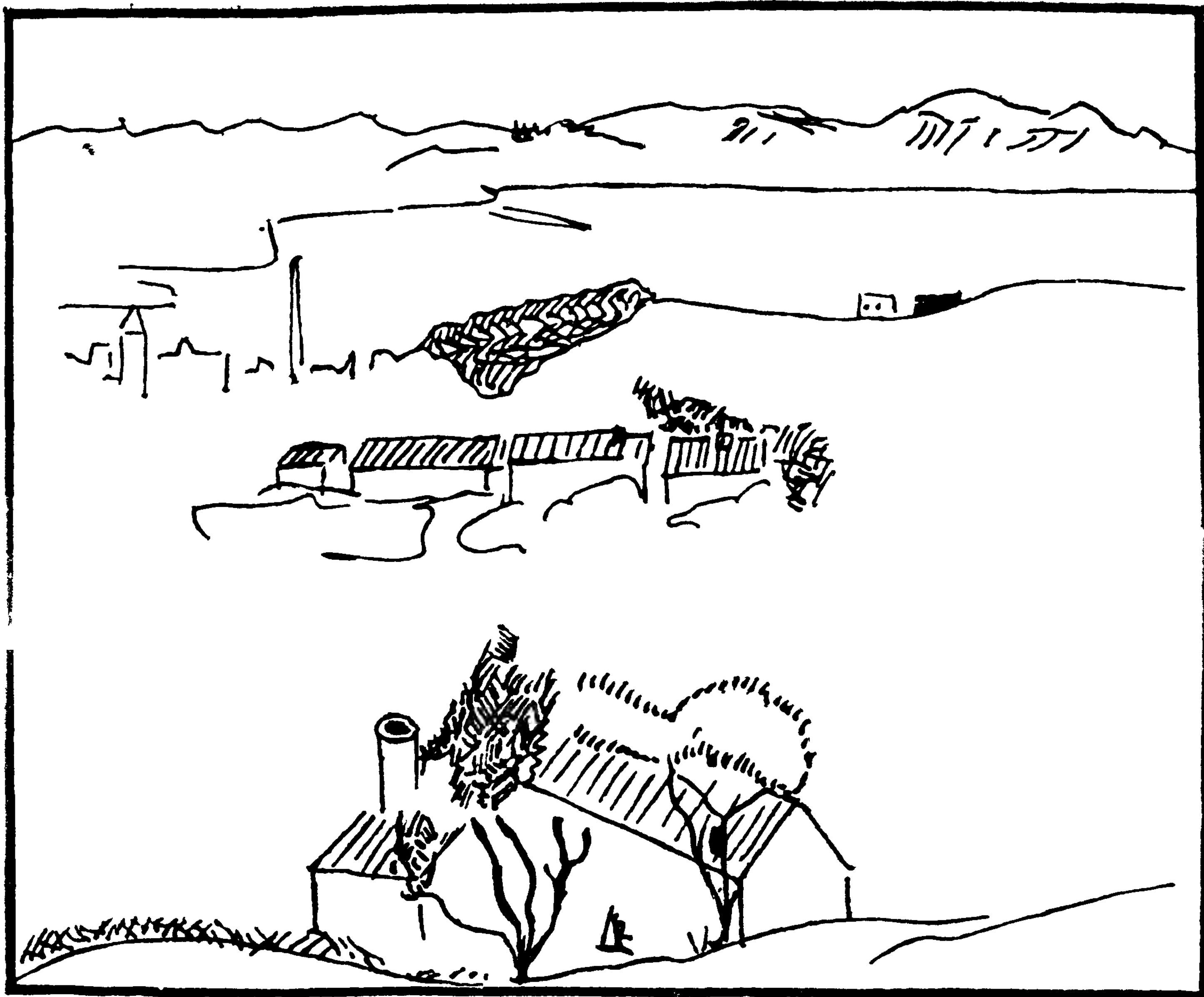
Чтобы истолковать этот факт, обратимся к схемам, приведенным на илл. 28 и 29. На первой из них использован вариант системы перспективы, правильно передающий горизонтальные плоскости и горы на горизонте, на второй — ренессансный вариант. Уравняем на этих иллюстрациях изображения ширины совпадающих в натуре объектов. Пусть, например, окажется необходимым уравнять отрезки MD на обеих иллюстрациях. Чтобы сделать это, следует (в данном примере) увеличить все изображение помещенное на илл. 28, примерно в 1,5 раза; но ведь тогда и линия горизонта поднимется в 1,5 раза и (считая выполненную в ренессансном варианте системы перспективы иллюстрацию за фотографию) можно будет утверждать, что на картине линия горизонта расположена на 50% выше, чем на фотографии. Если бы оказалось нужным уравнять некоторые отрезки KL, то это превышение линии горизонта станет численно другим. На илл. 28 и 29 уравнивание ширины фактически произведено для плана, помеченного цифрой *3* (уравнена ширина изображений дальних сторон заштрихованных плит), и в результате высота линии горизонта над прямой *3* на илл. 28 лежит на 25% выше, чем на фотографии. Из приведенного примера видно, что превышение (сравнительно с фотографией) линии горизонта над горизонталью, для которой производится уравнивание, в сильнейшей степени зависит от того плана, который используется для уравнивания ширины.

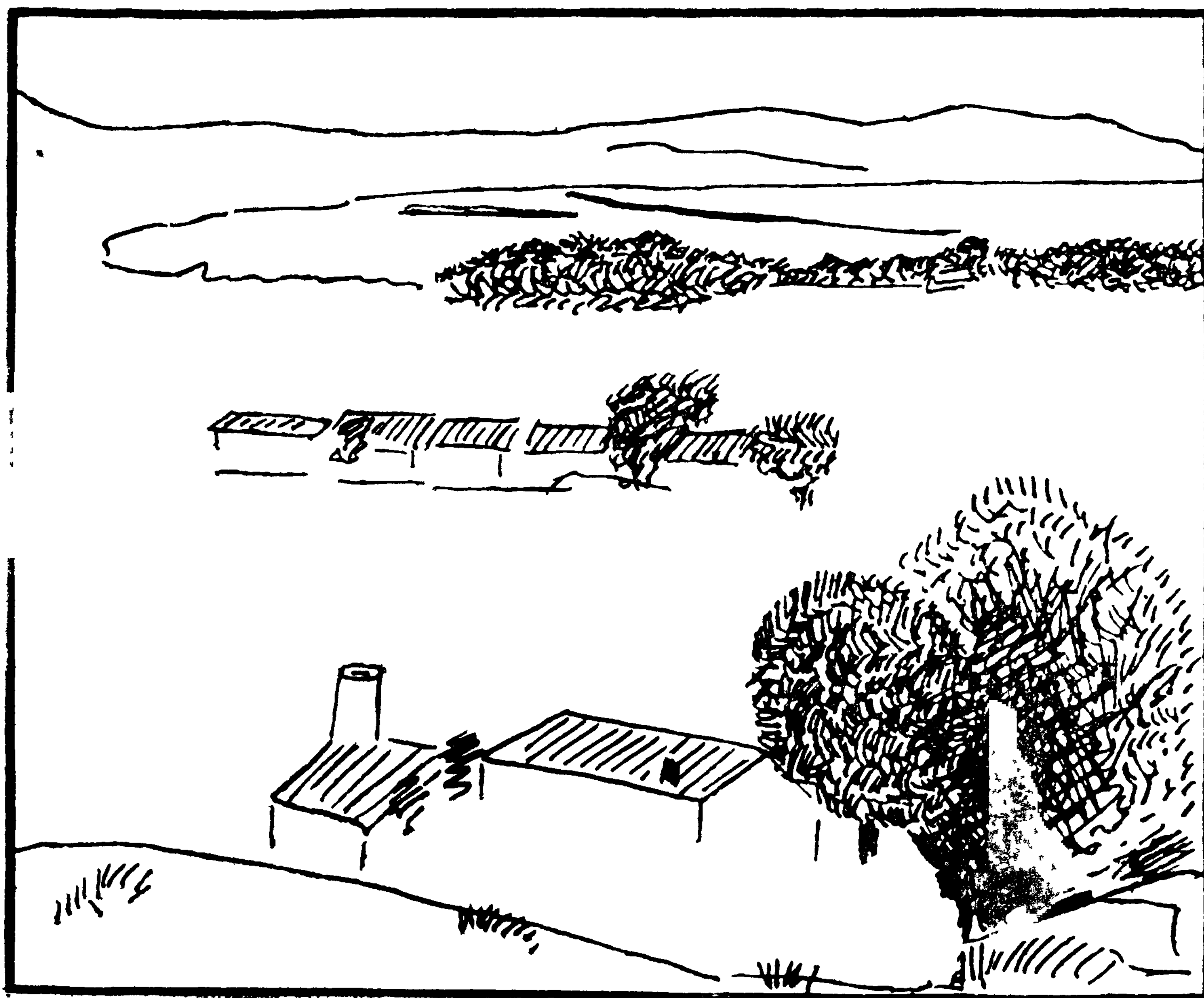
Если исходить из того, что на рассматриваемой картине Сезанна повышение линии горизонта на 30% в основном связано с передачей удален-





32. Поль Сезанн. Прорись картины «Провансальский хутор вблизи Гардана» (вверху) и соответствующей фотографии (внизу)





33. Поль Сезанн. Прорись картины «Вид Эстака» (вверху) и соответствующей фотографии (внизу)

ности, то, проделав аналогичные расчеты, можно убедиться, что соответствующий план на илл. 28 окажется лежащим на удалении, представленном штриховым отрезком KL. Он соответствует удалению от картинной плоскости на расстояние, равное приблизительно 2,5 L_0.

Оценив на фотографии размеры домов и предположив, что съемка велась с использованием обычного объектива, можно оценить и расстояние от домов до фотокамеры. Поскольку в единицах L_0 оно известно и равно 3,5 (2,5 L_0 до картинной плоскости и еще L_0 от картинной плоскости до фотокамеры), то это открывает возможность найти L_0. Расчеты показывают, что в рассматриваемом случае $L_0 \approx 20$ м. Выше, при изучении способов передачи интерьера, характерное расстояние L_0,с которого предметы видны «в своем истинном размере», оценивалось в 2 м. Это вполне разумная для предметов комнатной обстановки величина. Теперь она оказалась в 10 раз больше, но ее порядок тоже представляется разумным, если передаются на картине широкие просторы открытого пространства.

Сопоставление картины Сезанна со схемой, приведенной на илл. 28, будет обоснованным, если предположить, что в этой своей работе художник стремился точно следовать естественному зрительному восприятию при передаче обширного открытого пространства, в котором на среднем и переднем планах отсутствуют вертикали. Как уже говорилось, вариант системы перспективы [I, 0] (см. илл. 28), правильно передающий горизонтальные поверхности, характеризуется преувеличенной передачей вертикалей. В этой связи в названном перспективном варианте нарушается подобие фронтальных плоскостей — они изображаются несколько вытянутыми в вертикальном направлении. Сравнение картины Сезанна с фотографией убеждает в том, что показанные на переднем плане дома характеризуются этой особенностью. Более того, численный анализ (см. § 6) дает для рассматриваемого случая ожидаемое преувеличение высоты дома равным 23%. Измерения показанных на илл. 32 домов (от нижнего края крыши до верха дверей, чтобы не зависеть от возможных изменений конфигурации почвы) дает фактическое преувеличение высоты около 20% — совпадение более чем убедительное.

К аналогичным заключениям приводит и рассмотрение картины Сезанна «Вид Эстака» (илл. 33). Наличие на горизонте гор, находящихся за обширной водной поверхностью, позволяет путем сравнения их изображений определить (в единицах L_0) план, для которого произведено уравнивание по ширине. Вернувшись к илл. 28 и 29, находим, что изображения гор на картине сравнительно с их изображением на фотографии станут на 30% больше (как это показывает илл. 33), если уравнять планы, соответствующие удалению от картинной плоскости на расстояние $5L_0$. Фактически на илл. 33 такое уравнивание осуществлено для плана, на котором показаны здания с цилиндрической трубой. Следовательно, эти здания расположены на расстоянии $5L_0$. Знание этой величины и наличие четкого горизонта позволяют сопоставить все остальные объекты изображения со схемой на илл. 28.

Сопоставление изображения удаленных планов (над заштрихованной полосой) на илл. 28 и 29 говорит о том, что преувеличение расстояния от полосы до горизонта на «картине» (см. илл. 28) сравнительно с фотографией (см. илл. 29) имеет совершенно естественное происхождение, поэ-

тому аналогичное соотношение протяженностей изображения залива на илл. 33 вполне понятно. К сожалению, точные измерения здесь исключены как вследствие изогнутости береговой линии, так и вследствие того, что на фотографии она поросла деревьями. Если сравнить увеличение глубины далеких планов картины (область горизонта, залив), которое равно приблизительно 30%, с аналогичным увеличением для переднего плана (от зданий с трубой до ряда крыш домов, расположенных вдоль улицы), где оно составляет 10%, то очевидно, что и здесь оно полностью соответствует теоретическим схемам, которые тоже дают все уменьшающуюся разницу в передаче глубины между «картиной» и «фотографией» по мере удаления от линии горизонта.

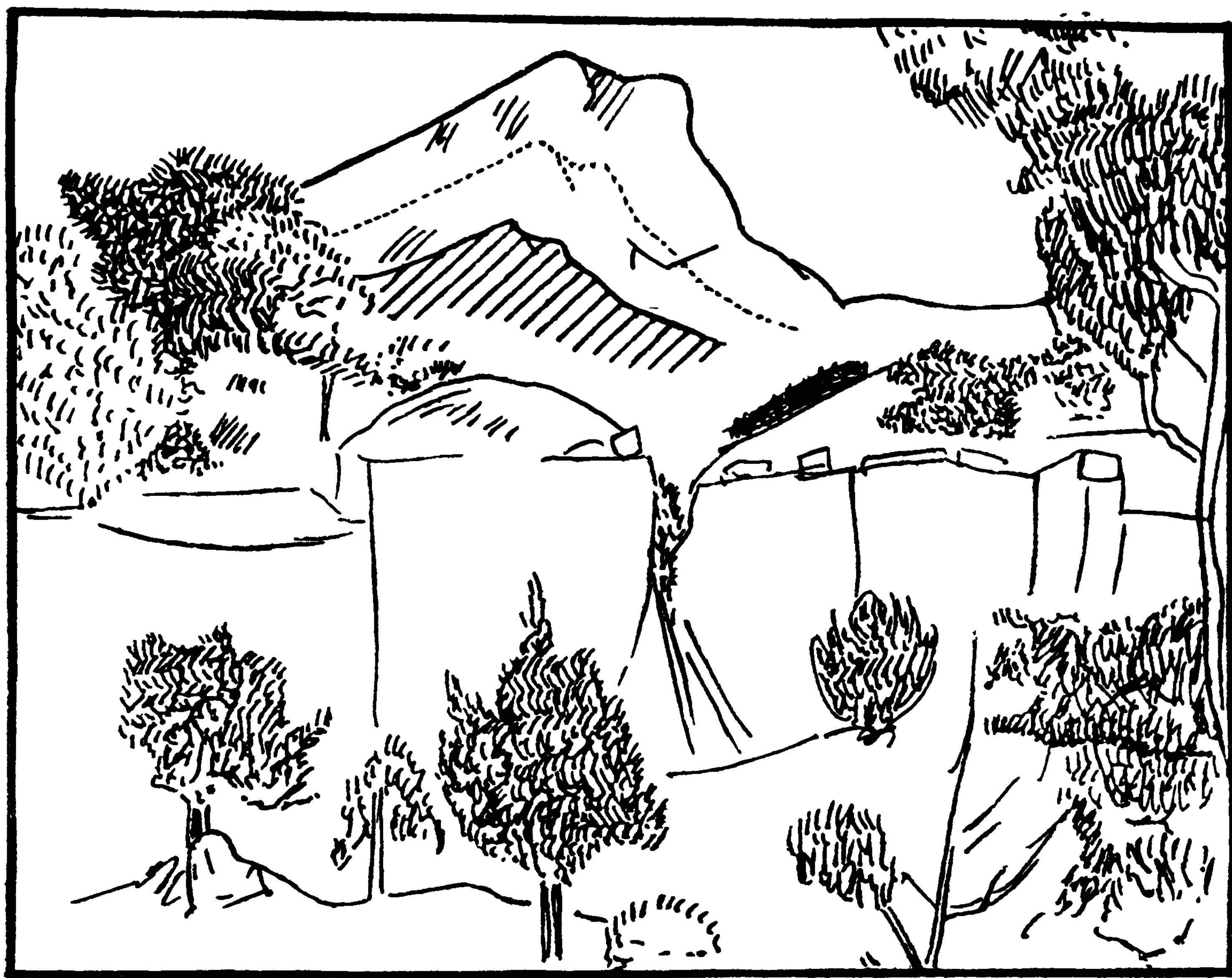
Геометрический анализ этих двух картин показал, что в них Сезанн строго следует естественному зрительному восприятию пространства (точнее, поверхности земли), допуская, как это и следует из теории, неизбежные в любом перспективном изображении искажения лишь при передаче вертикалей (см. илл. 32). Последнее он, конечно, делал интуитивно, не зная соответствующей математической теории. Скорее всего, он стремился к тому, чтобы увеличенное (против фотографии) расстояние от нижнего обреза картины до линии горизонта не вошло в противоречие с изображением высоты зданий, т. е., по сути, руководствовался теми же принципами, из которых исходит и математическая теория. Таким образом, в рассматриваемых полотнах Сезанн интуитивно применял вариант [I; 0] (правильно передающий ширину и глубину) научной системы перспективы, и говорить здесь о том, что Сезанн «нарушал законы перспективы», нет основания. Конечно, он писал свои картины, не подражая фотографии, но какое отношение имеет фотография к творчеству Сезанна? Своеобразие этих картин надо искать не в перспективных построениях (они совершенно естественны), а в других качествах рассматривавшихся произведений.

Сказанное вовсе не означает, что Сезанн никогда не нарушал законов перспективы (которые понимаются здесь расширенно, как совокупность всех рассматривавшихся выше вариантов обоих классов). На илл. 34 приведена прорись картины Сезанна «Гора Св. Виктории, со стороны каменоломни Бибемус». Заштрихованный силуэт горы взят с фотографии, а показанный пунктиром следует естественному зрительному восприятию (т. е. заштрихованный соответствует ренессансному варианту, а пунктирный — всем остальным, рассматриваемым в книге)[4]. В этом произведении Сезанн подчеркнуто преувеличил (против естественного ви́дения) размеры горы, исходя из решавшейся им художественной задачи.

Представляется очевидным, что следует четко различать перспективные построения в двух первых картинах (см. илл. 32 и 33) и в последней, а не объединять их в одну группу произведений, в которых Сезанн «преувеличивает дальние планы», как это обычно делается, основываясь на сравнении с фотографиями. Сравнивать полотна художников надо не с фотографиями, а с естественным зрительным восприятием.

Другой характерной особенностью геометрии картин Сезанна являются, по единодушному мнению исследователей его творчества, преуменьше-

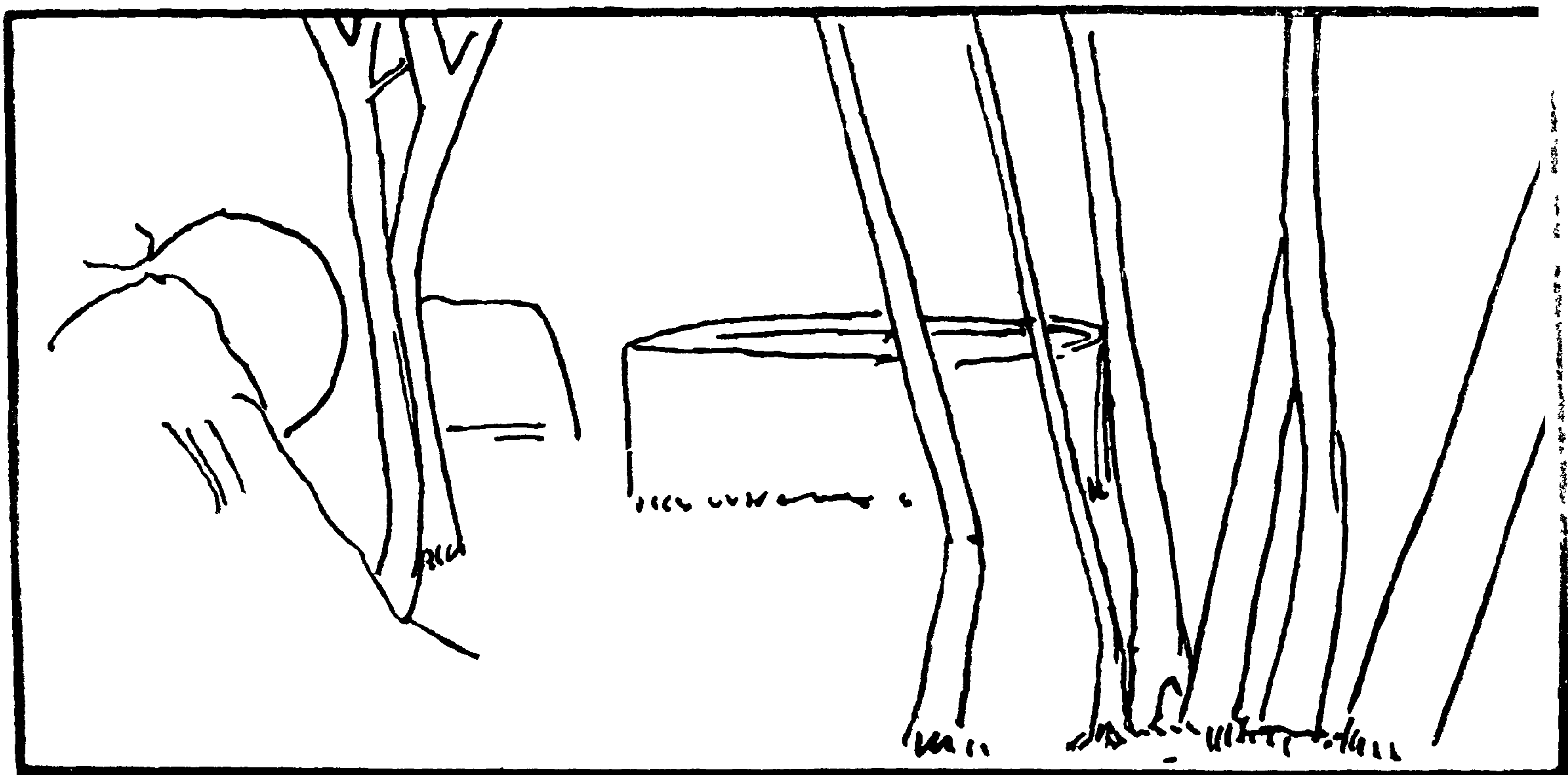
[4] Здесь для краткости не приводится методика построения пунктирного контура. Она по сути не отличается от использованной выше.

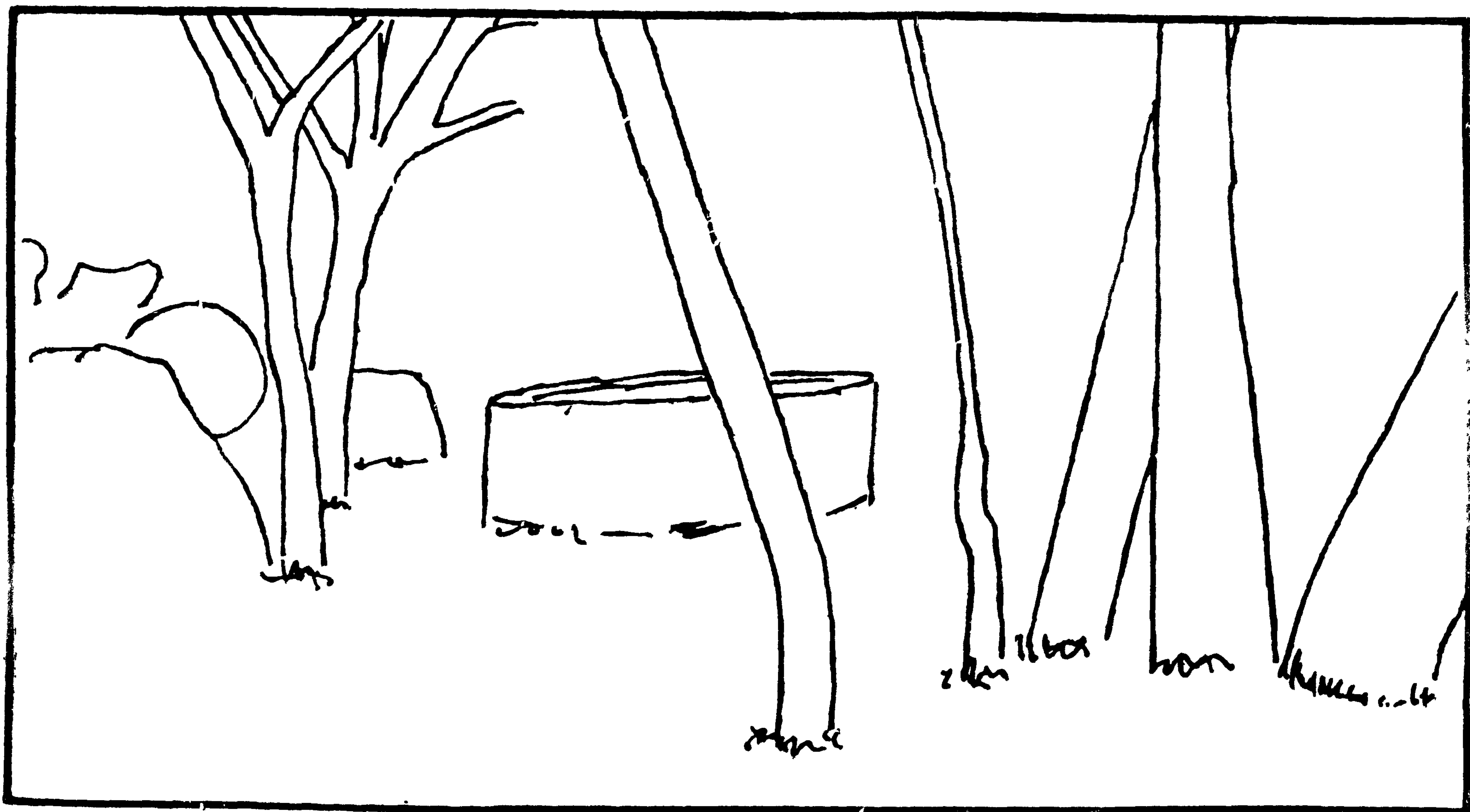


34. Поль Сезанн. Прорись картины «Гора Св. Виктории, со стороны каменоломни Бибемус». Контур горы Св. Виктории, соответствующий фотографии, заштрихован, соответствующий естественному зрительному восприятию дан пунктиром

ние (сравнительно с фотографией) предметов переднего плана и его «сжатие». Эти эффекты можно видеть на илл. 35, где дана прорись его картины «Родник и жернов в лесу Шато Нуар». Уравнивание ширины изображаемых объектов произведено для главного плана, на котором находится низкое цилиндрическое сооружение, вероятно ограждающее родник. В результате группа деревьев на самом переднем плане и связанное с ними пространство «раздвинулось» на фотографии в 1,5 раза, а глубина плана (от корней этих деревьев до основного плана) тоже увеличилась в 1,25—1,3 раза. Если вернуться к схемам на илл. 28 и 29, то показанная в нижних частях этих схем заштрихованная плита обладает именно такими характеристиками расширения в обоих названных направлениях при переходе от естественного зрительного восприятия (см. илл. 28) к фотографии (см. илл. 29). Другие варианты системы научной перспективы (см. илл. 30 и 31) характеризуются совершенно иными соотношениями изображения ширины и глубины заштрихованной плиты.

Что касается планов, лежащих за тем планом, для которого было произведено уравнивание, то, как и следует ожидать, сфотографированные предметы стали меньше. Это видно из сопоставления диаметров жернова на картине и фотографии. Все это показывает, что и в рассматриваемом произведении Сезанн опять следовал варианту [I; 0], правильно передающему ширину и глубину горизонтальных плоскостей. Одновременно такое совпадение степени расширения в обоих направлениях дает основание предполагать, что основной план находится на удалении $3L_0$ от картинной плоскости, а самый передний — на удалении L_0. Если бы были известны размеры изображенных объектов и расстояния до них, то можно было бы определить значение L_0. Сейчас же можно только высказать предположение, что в данном случае оно меньше, чем на илл. 32—34, на которых передавалось открытое пространство. Это следует как из фо-

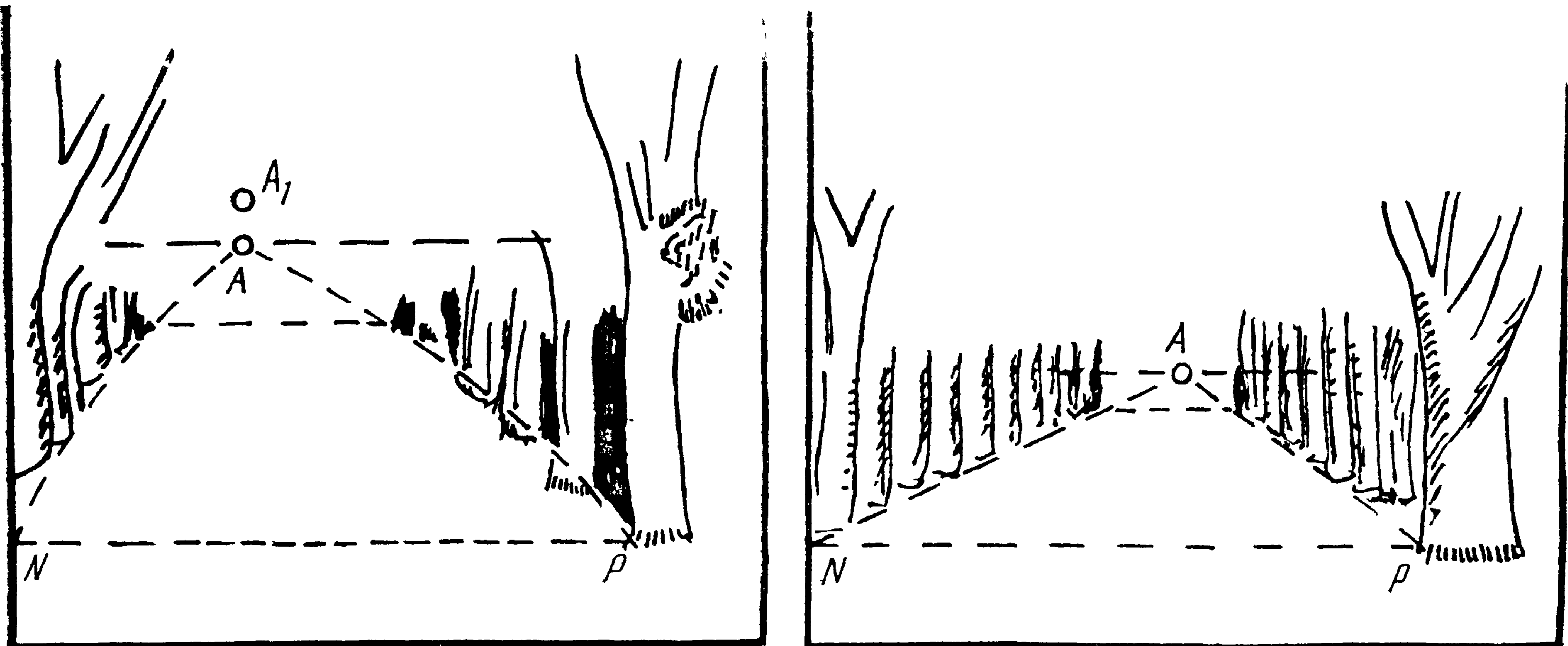




35. Поль Сезанн. Прорись картины «Родник и жернов в лесу Шато Нуар» (деталь). Внизу приведена прорись соответствующей фотографии

тографии (она снята с заметно более близкого расстояния, чем в предыдущих случаях), так и из того, что размеры объектов, которые надо видеть в их естественной величине, меньше, чем на предыдущих картинах.

Последнее утверждение следует уточнить в том отношении, что высота деревьев не может считаться характеристикой такого объекта; на картине нет полного изображения деревьев. В связи со сказанным и с отсутствием на картине изображения горизонта Сезанн не был связан (как на илл. 32) какими-то дополнительными условиями при изображении вертикалей. В результате он отходит от правил перспективы интуитивно используемого им варианта [I; 0], который приводит к нарушению подобий



36. Поль Сезанн. Прорись картины «Каштановая аллея в Жа де Буффан» (деталь). Справа приведена прорись соответствующей фотографии

фронтальных плоскостей (к преувеличению высот). Изображенные на основном плане предметы переданы геометрически подобными показанным на фотографии. Это убеждает в том, что в некоторых случаях, когда нет необходимости изображать пространство до горизонта, можно улучшить рассмотренные выше варианты системы перспективы за счет смещения неизбежных ошибок к неизображаемой области горизонта. Здесь можно провести аналогию с илл. 3: если не требуется показать потолок с капителью, то высоту колонны можно передать в соответствии с естественным восприятием, ведь разрыв h тогда будет незаметен.

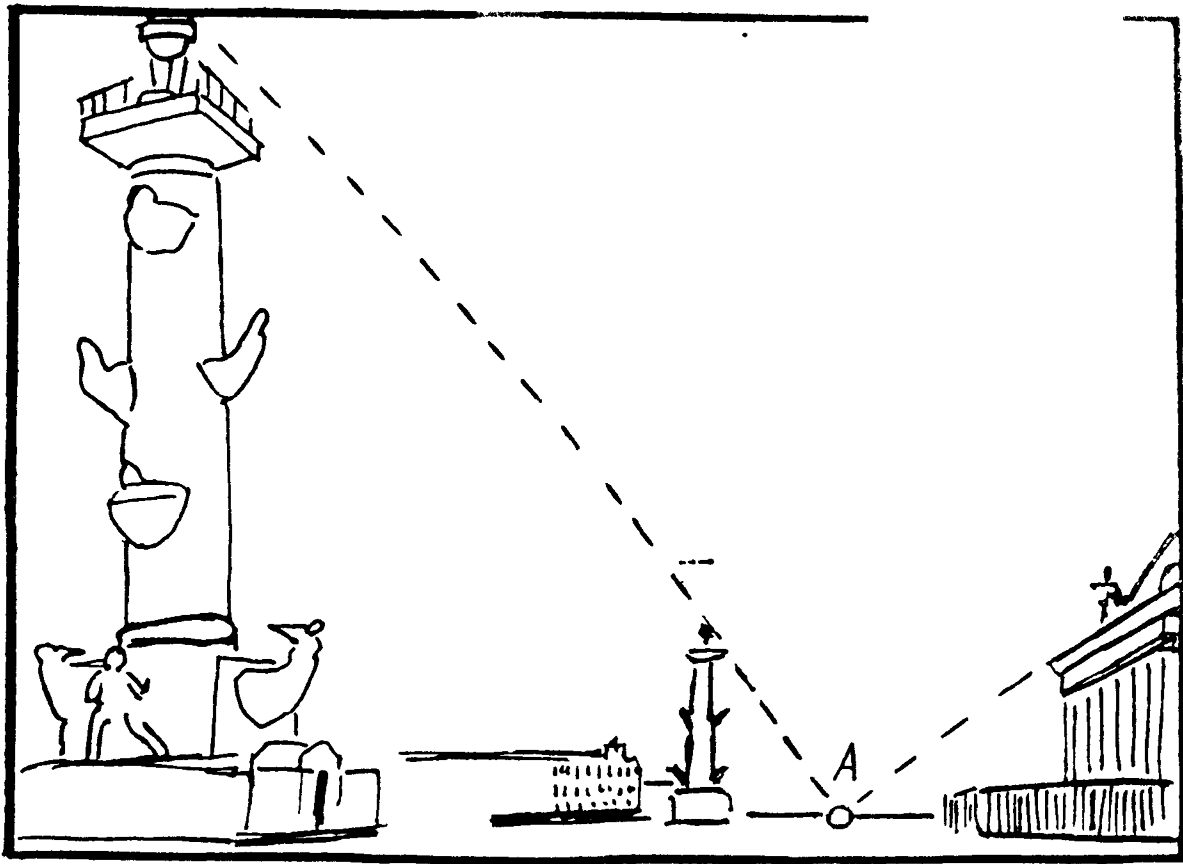
Свидетельством приверженности Сезанна к варианту [I; 0] научной системы перспективы, правильно передающему горизонтальные поверхности, может служить и его картина «Каштановая аллея в Жа де Буффан». Ее анализ упрощается тем, что аллея имеет заведомо параллельные прямые — края. На илл. 36 дана прорись нужных элементов картины (слева) и фотографии (справа). Прочертив на прориси фотографии края аллеи штриховыми прямыми, найдем точку схода A. Штриховая горизонталь, идущая через точку A, является линией горизонта. Начало аллеи дано штриховой прямой NP, а конец — штриховой прямой без обозначений. Располагая этими данными, нетрудно на илл. 29 найти соответствующие планы. Дальней штриховой горизонтали соответствует план, помеченный на схеме числом 11, а передней — помеченный буквами NP. Имея характерные планы на илл. 29, находим отвечающие им на илл. 28. Они помечены точно так же. Затем переносим (в нужном масштабе) данные с илл. 28 на левую прорись илл. 36, сохранив обозначения, использованные в правой (фотографической) прориси. Контур аллеи, воспроизведенный Сезанном, с удивительной точностью ложится на теоретическую кривую, полученную расчетным путем и представленную криволинейным треугольником ANP.

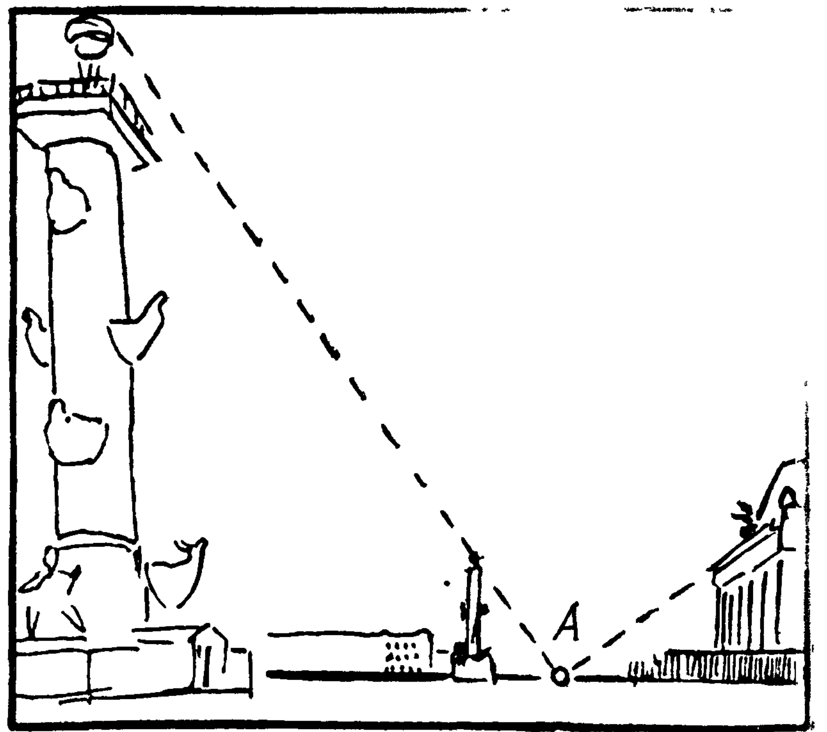
Истинной точкой схода на картине является точка A (найденная описанным выше путем), а истинным горизонтом — штриховая горизонталь, идущая через A. Формальная точка схода A_1, которую можно получить, продолжая прямыми линиями края аллеи на картине Сезанна, лежит выше A, что может привести к ошибочному выводу об использовании художником особо высокого горизонта при написании картины. Этот пример говорит об опасности, которую таит в себе метод истолкования живописных произведений, если для этого истолкования пользоваться неадекватным вариантом перспективных построений, применяемым художником. Вопрос этот достаточно подробно рассматривался в предыдущей главе и, в частности, пояснен на илл. 10А. Напомним, что положение точки A_1 над фактическим горизонтом, идущим через точку A, формально свидетельствует о том, что основное внимание художник уделил изображению самой аллеи, а не ограничивающих ее деревьев.

Иногда утверждают, что в своей картине (и в других аналогичных случаях) Сезанн изобразил поверхность земли как бы повернутой в сторону картинной плоскости, как бы «вздыбил» ее, смягчив тем самым передачу глубины и усилив плоскостное начало. На самом деле вариант [I; 0] научной системы перспективы всегда даст подобный эффект у любого художника вследствие ослабления (весьма вероятно, к досаде художника) иллюзии пространственности. Вопрос этот подробно обсуждается в главе 6.

Анализ картины и фотографии каштановой аллеи позволяет дать оценку и величине естественного удаления L_0. На фотографии видно, что аллею составляют примерно 10—12 пар деревьев. Считая расстояние между деревьями равным 3 м, получим глубину аллеи около 30 м. Плану, помеченному на илл. 28 и 29 буквами NP, соответствует удаление от картинной плоскости $1{,}5\,L_0$. Следовательно, глубина аллеи в единицах L_0 будет $11-1{,}5=9{,}5$, т. е. около 10. Это сразу дает приближенную оценку $L_0 \approx 3$ м или несколько больше. Таким образом, в рассматриваемом случае величина L_0 оказалась больше, чем в интерьерах (что естественно), и много меньше величины L_0, характерной для открытого пространства (что тоже естественно).

В творчестве Сезанна фактически нет вертикалей как главного объекта изображения на близких планах. Между тем в художественной практике такая задача встречается. Чтобы проиллюстрировать, что и здесь действуют те же законы, обратимся к рисунку М. В. Федорова «Ростральные колонны перед Биржей» и фотографии того же мотива, представленных на илл. 37 (фотография не приведена к единому масштабу с рисунком). Эта иллюстрация, как и следующая, заимствована из упоминавшейся выше книги М. В. Федорова. Найти точку схода A (а значит, и линию горизонта) на фотографии не представляет труда. Но, как можно было убедиться из предыдущего, истинная точка схода и истинный горизонт во всех вариантах системы научной перспективы совпадают. Это позволяет сразу определить точку схода A и на рисунке. Штриховые линии, идущие через вершины ростральных колонн (т. е. линии, соединяющие точки равной высоты), справа (как и следует) прямые, а слева кривые, направленные выпуклостью вверх. Они находятся в удовлетворительном согласии с уравнениями той разновидности системы научной перспективы [I; 0], которая правильно передает высоту и глубину.



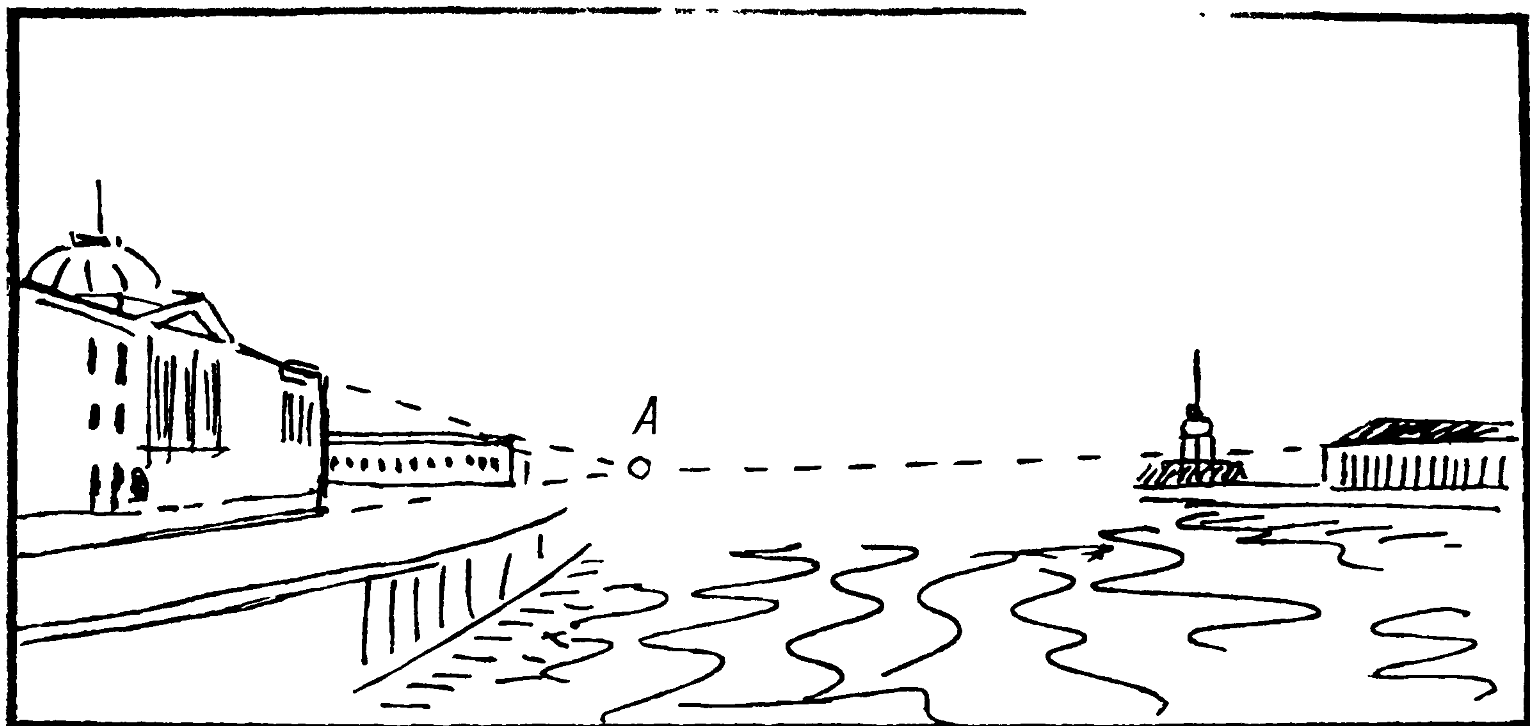


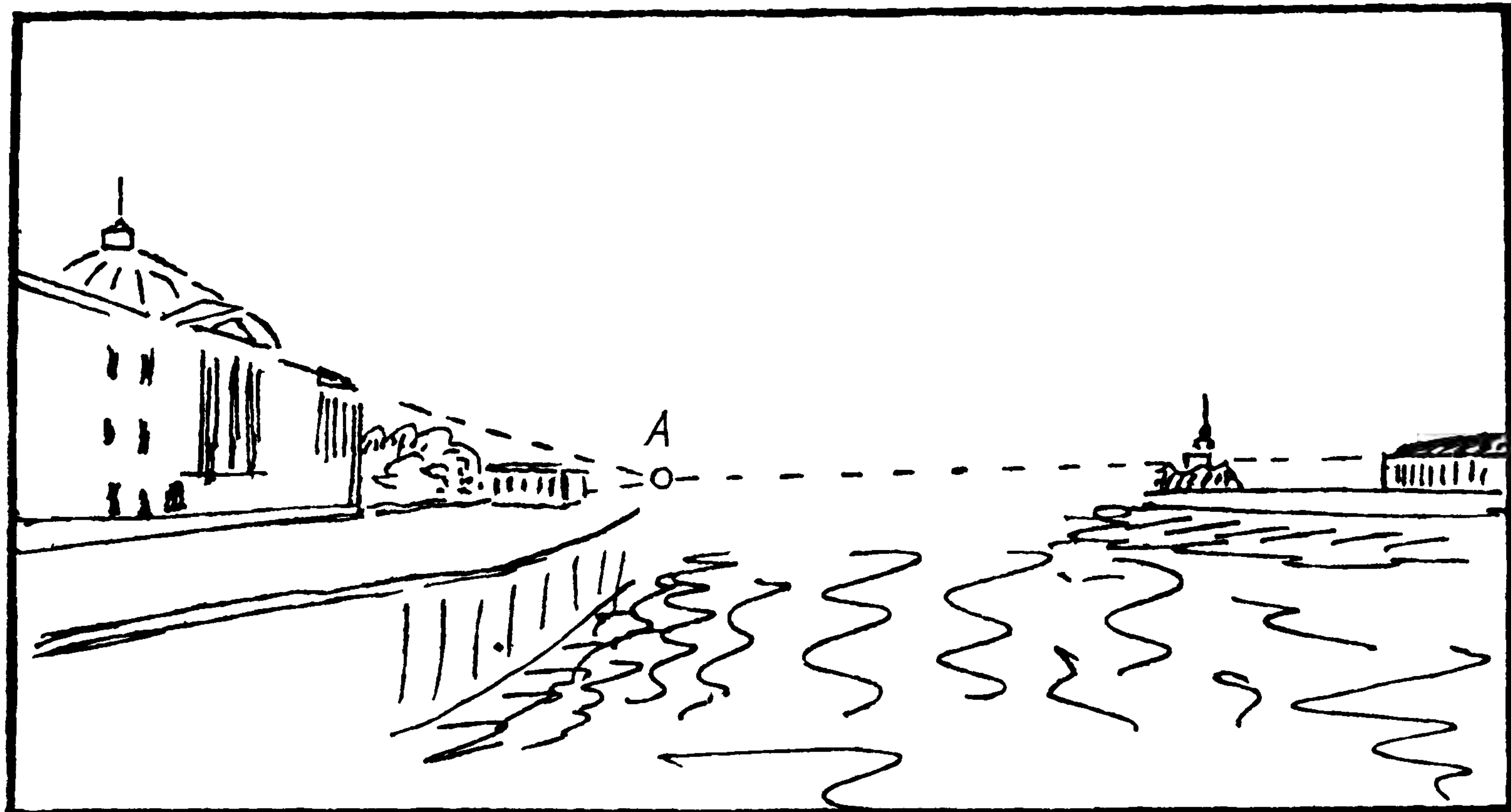
37. Прорись рисунка М. В. Федорова «Ростральные колонны перед Биржей» (слева) и соответствующей фотографии (справа)

Если провести на рисунке прямую, соединив вершины ростральных колонн, и продолжить прямой линией (как на фотографии) верх Биржи, то на рисунке на линии горизонта образуются две формальные точки схода (они не показаны), которые лягут слева и справа от точки A, причем «с перехлестом». Это обстоятельство является, как уже упоминалось, формальным свидетельством того, что основное внимание художник уделил правильной передаче вертикалей. В соответствии с вариантом системы перспективы, к которому тяготеет художник, находится и то, что по мере увеличения глубины изображения объектов они становятся на рисунке все больше и больше относительно фотографии. Если уравнять высоты передних ростральных колонн, то сравнительно с фотографией высота изображенной на рисунке Биржи будет увеличена примерно на 20%, дальней ростральной колонны — на 28%, а Зимнего дворца (он виден в глубине между колоннами) — на 30%.

Как известно, вариант [I; 0] научной системы перспективы в обеих своих разновидностях связан с нарушением подобий фронтальных плоскостей, особенно на переднем плане. Здесь это тоже наблюдается: отношение видимой ширины между передней колонной и передним углом здания Биржи (они определяют вертикальную плоскость, которую можно считать приблизительно фронтальной) к высоте передней колонны на фотографии (которая всегда верно передает подобие) примерно на 20% меньше, чем на рисунке, пространство на рисунке как бы «шире», чем на фотографии. Этот эффект уже описывался при анализе картины Сезанна «Провансальский хутор вблизи Гардана» (см. илл. 32), только там речь шла о неизбежном нарушении подобия в сторону преувеличения высоты домов, здесь же речь идет о преувеличении ширины. Это естественно, поскольку обсуждаемая разновидность варианта [I; 0] научной системы перспективы, правильно передающая высоту и глубину, отличается от использованной Сезанном (правильно передающей ширину и

38. П. П. Верещагин. Прорись рисунка «Вид набережной Невы» (вверху) и соответствующей фотографии (внизу)





глубину) тем, что она как бы повернута относительно последней на 90° (ширина и высота поменялись местами). Полезно напомнить, что при правильной передаче высоты и глубины последняя изображается на рисунке не смещением по вертикали, как обычно, а смещением по горизонтали. На приведенной иллюстрации удаленность дальней колонны относительно передней дается скорее ее смещением вправо, чем смещением ее основания вверх. Сказанное хорошо иллюстрирует жизненность этого сравнительно редкого варианта системы перспективы.

На илл. 38 приведены рисунок П. П. Верещагина «Вид набережной Невы» и соответствующая фотография мотива (снизу). На иллюстрации показаны только важные с позиции обсуждаемой проблемы изображения: слева на переднем плане здание Академии художеств, здание на противоположном берегу Невы и шпиль Адмиралтейства вдали, опущены, в частности, изображения многочисленных кораблей. На иллюстрации уравнены высоты здания Академии художеств у левых обрезов рисунка и фотографии. Даже беглый взгляд на иллюстрацию убеждает в том, что сооружения на противоположном берегу Невы показаны большими, чем на фотографии: шпиль Адмиралтейства на 30%, высота более близкого здания на 20%. Однако в отличие от рассматривавшихся выше случаев все формальные точки схода совпали, на рисунке образовалась одна-единственная точка схода A. Оба эти признака в совокупности говорят

о том, что художник применил один из вариантов системы перспективы, отнесенных к классу II (сохраняющих подобие). Об этом же говорит и такая деталь, как уменьшение изображения протяженности здания Академии художеств (от шпиля до дальнего угла) на 10% сравнительно с фотографией. Что подобное уменьшение должно иметь место, видно из сравнения илл. 29 и 30. На последней наклоненная сторона заштрихованной плиты передана меньшим отрезком, чем на илл. 29, передающей закономерности фотографии. То, что для сравнения здесь используется вариант [II; 0] (правильно передающий подобие и глубину), а не вариант [II; 1] (правильно передающий ширину и высоту и показанный на илл. 31), совершенно естественно. Последний вариант характеризуется столь сильным искажением передачи глубины (это видно из конфигурации заштрихованной плиты), что описанное уменьшение изображения протяженности здания Академии художеств оказалось бы много больше.

Анализ рисунка «Вид набережной Невы» наводит на мысль, что картины и рисунки многих художников невольно квалифицируются ошибочно. Варианты системы перспективы, сохраняющие подобие (класс II), сами по себе почти неотличимы от ренессансного варианта. В них прямые линии передаются прямыми линиями, и они имеют одну точку схода объективно параллельных прямых (а не формальные и истинные точки схода, как в вариантах класса I). Рассмотренный рисунок П. П. Верещагина тоже попал бы в разряд выполненных по законам ренессансной системы перспективы, если бы не фотография, которая убедительно свидетельствует, что это не так. Знают, что не следуют ренессансному варианту и художники, когда в своей работе изменяют масштабы изображаемых объектов и размеры интервалов между ними против строгих академических правил. Но смотрящий на их произведение может этого и не заметить.

Подводя итог анализу художественного материала, можно лишь подтвердить вывод, полученный в предыдущей главе,— художники предпочитают пользоваться вариантами системы перспективы, тяготеющими к правильно передающим глубину (обеим разновидностям варианта [I; 0] и варианту [II; 0]). Видимо, они лучше, чем другие, отвечают задачам передачи естественного восприятия пространства.

Было бы ошибкой думать, что эти выводы основаны только на приведенном здесь анализе ограниченного по объему изобразительного материала. М. В. Федоров изучил большое число работ многих художников и отметил, что такие особенности, как преувеличение (против фотографии) удаленных планов, передача объективно прямых линий в виде слабо изогнутых кривых и существование нескольких формальных точек схода, характерны для таких мастеров, как Брюллов, Поленов, Верещагин, Репин, Серов и др. Так что обнаруженные в двух последних главах закономерности типичны, а не исключительны.

Глава пятая

АКСОНОМЕТРИЯ И ОБРАТНАЯ ПЕРСПЕКТИВА

Обычно, когда пишут об аксонометрическом способе изображения предметов или обратной перспективе, то подчеркивают условность этих способов изображения, их несовершенство сравнительно с системой научной перспективы, созданной в эпоху Возрождения. Казалось бы, эта позиция подтверждается историей изобразительного искусства. Ведь аксонометрия и обратная перспектива характерны для античности и средневековья и фактически перестают использоваться в искусстве Ренессанса и Нового времени. Как правило, эта эволюция трактуется как победа научно обоснованных способов изображения пространства и заполняющих его предметов над другими, быть может, художественно и оправданными, но со строго научной точки зрения неправильными приемами.

Хотя такая позиция представляется вполне логичной, она глубоко ошибочна. И аксонометрия и обратная перспектива получаются столь же строго, как и рассмотренные в предыдущих главах варианты единой научной системы перспективы; они получаются из тех же исходных положений, теми же математическими приемами и описываются теми же уравнениями. Они ничем (в смысле строгости обоснования) не отличаются от рассмотренных выше вариантов системы перспективы, они ничуть не лучше, но и не хуже упомянутых вариантов, а их использование вполне разумно и сегодня.

Когда в предыдущих главах сравнивались различные варианты единой научной системы перспективы, то оказалось, что ни один из них не может претендовать на абсолютное первенство. В зависимости от решавшейся художественной задачи более подходящим оказывался то один, то другой вариант. Можно поэтому говорить, что каждый вариант системы перспективы имеет свою область применения, где он явно лучше других. Точно так же аксонометрия и обратная перспектива являются вариантами той же единой научной системы перспективы, и существует область применения, где они явно лучше других способов изображения.

Все рассматривавшиеся выше примеры интерьеров и пейзажей характерны в том отношении, что в них не изображался самый передний план, отстоящий от художника на расстояние 2—3 м. Это вполне естественно, поскольку введенное в конце главы 3 понятие угла нормального видения (далее удобнее говорить о конусе нормального видения) исключало такую возможность. Действительно, если принять (как это обычно делается) величину угла этого конуса равной 30°, то для стоящего человека с горизонтально направленным взором ближайший участок земной поверхности, попавший в этот конус нормального видения, будет находиться на расстоянии примерно 7 м. Даже если учесть возможность расширения этого угла, понижения горизонта и т. п., то все равно участки пространства, находящиеся на удалении 2—3 м, вряд ли попадут на полотно как участки, привлекающие повышенное внимание художника (здесь не рассматриваются такие жанры, как портрет и натюрморт).

В то же время такие очень близкие участки пространства представляют иногда для художника особенный интерес. Только что упоминался такой специфический жанр, как портретная живопись. Однако еще более важным является проблема изображения очень близких предметов при изучении истории искусства, в частности искусства античности и средневековья (как западного, так и восточного). Здесь следует напомнить, что художники упомянутых эпох не знали рисования с натуры. Все, что изображалось художниками на картинах, фресках мозаиках, иконах, миниатюрах рукописей и т. п., изображалось по памяти и с учетом выработанных традицией методов изображения. Если вычленить их этих традиционных методов тот компонент, который соответствует научной системе перспективы, то возникшая задача делает неизбежным следующее рассуждение.

Как уже говорилось в главе 1, античность и средневековье не ставили перед собой геометрическую задачу целостного изображения пространства. В те времена решалась не задача передачи на плоскости картины пространства, а лишь задача передачи формы, объема отдельных предметов. Это настолько хорошо известно, что в дополнительном обосновании не нуждается. Исключения из этого правила так немногочисленны, что здесь обсуждаться не будут (так, например, средневековая китайская пейзажная живопись знает поистине изумительные образцы передачи глубокого пространства). Оставляя такие редкие исключения вне поля зрения последующего анализа (к ним вполне приложимы результаты рассмотрения задачи передачи открытого пространства, данные в главе 4), сосредоточим свое внимание на изучении вопросов геометрической передачи формы, объема отдельных предметов.

Прежде всего надо понять, о каких предметах идет речь. Анализ средневековых и античных художественных произведений показывает, что такими предметами в первую очередь были предметы обстановки. Именно по тому, как художник передал форму подножий, седалищ, столов, ларцов, книг и других аналогичных предметов, судим мы сегодня о принципах пространственных построений художника.

Художник передавал эти предметы, пользуясь зрительной памятью, причем он имел в виду, конечно, не какой-то конкретный предмет, а некое его обобщение. Изображая, например, подножие, он не думал об облике какого-то виденного им вчера экземпляра, а писал его таким, какими он видел подножия «вообще», в течение всей своей жизни. Вполне закономерен вопрос о том, где и с каких расстояний наблюдал художник эти предметы обстановки. Ответ на первый вопрос практически очевиден — он видел их в закрытых помещениях [эта констатация важна, поскольку в закрытых помещениях и открытом пространстве человек видит не совсем одинаково (см. § 2)]. Что касается второго вопроса, то ответ на него тоже почти очевиден. Чтобы рассмотреть некоторый предмет обстановки, человек приближается к нему на расстояние 2—3 м, а в некоторых случаях (ларцы, книги) еще ближе. Именно облик предметов, наблюдаемых часто, с возможно более близкого расстояния и к тому же в закрытых помещениях, давал эту сумму зрительных впечатлений, которые помогали художнику правильно передавать геометрию предмета, а зрителю узнавать их, поскольку он наблюдал их в жизни в тех же условиях.

Вернемся теперь к поискам тех вариантов научной системы перспек-

тивы, которые наиболее точно передают облик небольших предметов, наблюдаемых с малых расстояний. Если учесть, что речь идет о закрытых помещениях, то можно утверждать, что в этих условиях предметы будут находиться в области *полной константности*. Этот специальный термин психологии зрительного восприятия означает очень простое обстоятельство: на этих ограниченных расстояниях не будет наблюдаться кажущееся сужение предметов с увеличением глубины. Но ведь тогда границы некоторого вытянутого и небольшого прямоугольного предмета с осью, расположенной в глубину от художника, будут видны параллельными, а не сходящимися в точке схода на горизонте. По указанной причине этот прямоугольный предмет будет изображаться в так называемой *параллельной перспективе* или *аксонометрии*. Следовательно, аксонометрия — это *система научной перспективы для изображения небольших предметов, наблюдаемых с близких расстояний преимущественно в закрытых помещениях*.

В § 8 второй части книги дано строгое математическое рассмотрение обсуждаемого вопроса. Там показано, что уравнения, описывающие аксонометрический способ изображения, получаются из общих уравнений научной системы перспективы (по которым строились изображения в двух предыдущих главах) как частный случай, справедливый для малых предметов и малых расстояний до них. Аксонометричность не наблюдалась в предыдущих главах только потому, что самые близкие области пространства там просто не изображались.

Полученный здесь вывод о полной научности и естественности аксонометрических изображений предметов делает абсолютно излишними какие-либо специальные гипотезы, которые должны объяснить факт обращения художников прошлого к этому способу передачи объемной формы предметов. Искусствоведы, которые по вине математиков уверовали в непогрешимость научной ренессансной системы перспективы, уже в течение многих лет пытаются понять, почему так «неправильно», «ненаучно», «вопреки очевидным законам работы глаза» творили художники прошлого. Чего тут только ни придумывали! Говорили, что, обращаясь к аксонометрии, художник вопреки (!) зрительному восприятию пытался передать свое знание свойств объективной реальности — ведь на самом деле в реальном пространстве две стороны прямоугольника параллельны. Или, не желая утверждать, что художник действовал «вопреки зрительному восприятию», говорили, что он фактически следовал правилам ренессансной системы перспективы (он их знал?), но мысленно помещал себя на бесконечно далекое (!) расстояние от изображаемого предмета.

Теперь становится ясным, что эти или другие гипотезы такого рода, исходящие из того, что аксонометрия «неправильна», совершенно излишни. Обращаясь к аксонометрии при изображении близких и небольших предметов, художник действовал из совершенно естественного побуждения: передать на плоскости картины свое зрительное восприятие (пусть извлекаемое из зрительной памяти) неискаженным.

Последнее утверждение требует дополнительного комментария. Выше всюду говорилось (а во второй части книги это и доказано), что неискаженная перспективная передача некоторого произвольного и достаточно полного пространственного образа принципиально невозможна. Однако



39. «Рождество Иоанна Предтечи». Византийская икона. XV в. ГЭ

аксонометрия являет собой пример удивительного исключения — она передает зрительный образ безошибочно (правда, сместив неизбежные искажения в область горизонта, которая затем не изображается). Она не знает нарушений ни подобия, ни масштаба, ни передачи глубины! Эти утверждения доказаны в § 8, и там же показано, какова «плата» за такую возможность. Такая возможность реализуется при выполнении ряда обязательных условий: передаваемый предмет должен быть не слишком больших размеров и находиться очень близко от художника (в области полной константности). Кроме того, желательно, чтобы предмет был виден в ракурсе (у куба, например, должны быть видны сразу три грани). Хотя приведенные ограничения довольно стеснительны, сам факт существования в подобных условиях идеальной, безошибочной научной системы перспективы представляется крайне интересным и поучительным. Но, как это нередко бывает, извилистый путь развития науки шел так, что в течение многих и многих лет эта идеально точно следующая естественному зрительному восприятию система объявлялась ошибочной, условной, а для оправдания ее существования в искусстве приводились самые различные, но не слишком состоятельные доводы.

В качестве примера использования аксонометрии в художественной практике приведем византийскую икону XV в. «Рождество Иоанна Предтечи» (илл. 39). Здесь все предметы обстановки — стол, табурет, колыбель — переданы в основном в аксонометрии (некоторые отклонения от нее будут пояснены ниже). При этом совершенно ясно, что каждый из названных предметов изображен совершенно независимо от других. Их не объединяет ни единая точка зрения, ни какая-либо другая формальная характеристика системы научной перспективы. Каждый из названных предметов передан таким, каким бы его увидел художник, подойдя к нему поближе и глядя на него как на отдельный предмет. Это вовсе не означает, что икона характеризуется беспомощной композицией и «рассыпается» на отдельные предметы. Это означает совсем другое: объединение отдельных элементов изображения в нечто целое происходит не на базе использования единой для картины в целом научной перспективы, а достигается другими средствами (и поэтому в настоящей книге не изучается).

Дальний план иконы занят изображениями двух зданий, которые тоже переданы аксонометрически. Однако нет никаких оснований относить подобные сооружения к малым объектам, наблюдаемым с малых расстояний, как, например, предметы обстановки. И тем не менее этот способ изображения следует признать научно обоснованным. Как показывает теория (§ 8), естественное зрительное восприятие сильно удаленных объектов (если они не имеют в натуре огромных размеров) тоже может быть передано по правилам аксонометрии (конечно, отдельного объекта, а не всего пространства). Для этого надо, чтобы удаленный объект изображения был значительно меньше расстояния до него (имел не слишком большой угловой размер) и целиком помещался по одну сторону плоскости горизонта.

Таким образом, аксонометрия является совершенно законным вариантом единой научной системы перспективы, это наиболее рациональный способ изображения очень близких и очень далеких объектов.

Чтобы не ограничиться одним примером, обратимся к двум произведениям известного японского художника XIX в. Хокусая. На илл. 40 приведена его гравюра «Девушка, работающая над моделью Фудзи». Здесь все пространство можно назвать близким, и применение при его изображении аксонометрии полностью оправданно. Обращает на себя внимание стремление художника избежать чертежной сухости путем слабых поворотов аксонометрических структур отдельных элементов изображения друг относительно друга.

Другим примером, который тоже уместно привести, является его гравюра «Водопад Амида» (илл. 41), на которой три ковра, видимые с большого расстояния, показаны строго аксонометрически. Это тоже совершенно правильная передача естественного ви́дения.

Указанное свойство аксонометрии — становиться справедливой дважды: для очень близкого и далекого планов — вероятно, способствовало тому, что она в некоторых случаях «завоевала» и средний план (по сути, не имея на это права), как это случилось, например, в средневековом китайском искусстве.

Интересно отметить, что инженерная графика, которая интересуется не только проблемами черчения (передачей объективной геометрии пред-



40. Хокусай. «Девушка, работающая над моделью Фудзи». Около 1824 г.

▶

41. Хокусай. «Водопад Амида». 1820—1832 гг.

метов), но ставит перед собой в некоторых случаях и задачу наглядного представления некоторого объекта, давно заметила свойство аксонометрии правильно передавать облик небольших предметов, наблюдаемых с малых расстояний. Поэтому инженерная графика рекомендует при передаче облика больших объектов (например, зданий, ансамблей, больших инженерных сооружений и т. п.) пользоваться ранессансной системой перспективы, а при передаче отдельных небольших деталей, приборов и т. п.— аксонометрией. Не умея объяснить, почему аксонометрия столь хорошо подходит для изображения деталей, теоретики инженерной графики обычно ссылаются на два обстоятельства: простоту аксонометрического изображения и его большую наглядность. Теперь к этим аргументам можно добавить и третий — абсолютно точное следование закономерностям естественного зрительного восприятия, которое и объясняет замечательную наглядность аксонометрических изображений.


諸國瀧廻リ
木曽路ノ奥
阿弥陀ヶ瀧
前北斎為一筆



42. Андреа Мантенья. «Мертвый Христос». Около 1470—1480 гг. Милан, галерея Брера

Свойство параллельной системы перспективы (аксонометрии) хорошо передавать облик сравнительно небольших объектов, находящихся на очень близком расстоянии от художника, давно привлекло их внимание. Это прекрасно известно, например, портретистам, которые никогда не прибегают к перспективным сокращениям голов, если это искажает закономерности естественного зрительного восприятия. Делая это, они предполагают, что не пользуются законами научной системы перспективы, поскольку они здесь не подходят. На самом деле здесь абсолютно не подходит ренессансный вариант системы перспективы, но тот прием, которым они пользуются, опирается на столь же законный вариант системы научной перспективы, как и ранессансная. Таким образом, это еще раз доказывает, что многовариантность системы научной перспективы требует привлечения при анализе художественного произведения того ее варианта, который наиболее точно отвечает стоявшей перед художником задаче.

Эта тяга к средневековой параллельной перспективе совершенно естественна при изображении близких областей пространства. Классическим примером такого обращения к аксонометрии является известное полотно Андреа Мантеньи «Мертвый Христос» (илл. 42). Тело Христа передано здесь в параллельной перспективе. В этом можно убедиться, сравнивая ширину изображения ступней с показанным на картине расстоянием между глазами. Такое сравнение говорит о том, что Мантенья полностью отказался от какого-либо перспективного сокращения при изображении тела Христа. Но ведь отсутствие перспективного сокращения — главный признак использования параллельной перспективы. Бу-

дучи ярким приверженцем недавно открытой ренессансной системы перспективы, Мантенья отдал ей дань при изображении ложа, на котором покоится тело Христа, т. е. совершенно второстепенного объекта изображения [1].

Теория научной перспективы с неизбежностью приводит к тому, что при известных условиях небольшие и близкие предметы надо изображать, опираясь на вариант параллельной перспективы. Что произойдет, если предмет будет по-прежнему находиться близко, будет достаточно мал, но его размеры станут несколько больше тех, которые приводят к аксонометрическому изображению? Вопрос этот подробно изучается в § 9, здесь же достаточно привести окончательный вывод. Если такой близкий предмет (для наглядности будем считать его вытянутым горизонтальным прямоугольником), находящийся в области полной константности, будет к тому же виден в ракурсе, то его длинные стороны перестанут казаться параллельными, а будут видны слегка расходящимися в глубину. Таково естественное возникновение так называемой *обратной перспективы*.

Обратная перспектива является, следовательно, как и аксонометрия, одним из вариантов единой научной системы перспективы. Чтобы избежать возможных недоумений, опишем естественное ви́дение в обратной перспективе несколько подробнее. Феномен ви́дения в обратной перспективе имеет место при соблюдении уже упоминавшихся условий — малых расстояний от художника и наблюдения небольших протяженных предметов в ракурсе. В зависимости от величины ракурса и ширины наблюдаемого протяженного предмета угол кажущегося расхождения объективно параллельных прямых будет изменяться. Он будет увеличиваться с увеличением ширины наблюдаемого предмета (но слишком большая ширина, выводящая предмет из сравнительно небольшой зоны четкого видения, недопустима) и достигать наибольшего значения при ракурсе около 45°. Расчеты показывают (см. § 9), что наибольшая возможная величина обратной перспективы при естественном зрительном восприятии равна приблизительно 10°. Следовательно, научная система перспективы допускает в известных случаях изображения, построенные по законам обратной перспективы, при этом она не может быть выражена сильнее, чем 10°.

Сказанное здесь может вызвать у читателя естественное недоумение: ведь тогда и он должен видеть в некоторых условиях небольшие предметы в обратной перспективе. Надо сказать, что он их такими и видит, но в силу слабой выраженности обратной перспективы и в силу известной «дрессировки», которую испытывает сегодня каждый человек (усиленное внушение истинности обычной прямой перспективы в школе, семье, «подтверждение» этой истинности фотографией, кино, телевидением), он просто не замечает этого феномена. Как только имеешь дело с людьми,

[1] В свете сказанного вызывают недоумение некоторые кадры мультипликационных фильмов, когда при изображении неглубокого пространства (например, салона легкового автомобиля) используется система ренессансной перспективы. Ничего, кроме сильнейшего искажения естественного ви́дения, это не дает, и если эти искажения не обусловлены художественно, то они неуместны. Зачем передавать в мультипликации недостатки, свойственные фотографической оптике, когда мультипликация обладает счастливой возможностью исправлять эти недостатки?

не подвергавшимися подобной «дрессировке» (например, при анализе изображений народного искусства), немедленно обнаруживаешь элементы обратной перспективы в их произведениях.

Особенно впечатляющими являются научные эксперименты (их ставили как в СССР, так и за рубежом), посвященные проблемам детского рисунка. Все авторы, которые исследовали эту проблему, единодушны в одном: дети обычно предпочитают обратную перспективу, и эта их склонность не может быть объяснена одним лишь «детским неумением». Дети всегда искренни — они рисуют как видят. Лишь постепенно, с возрастом и после «дрессировки», о которой выше шла речь, они оставляют этот «ненаучный» с точки зрения учителей способ изображения. Эту естественную тягу человека к легкой обратной перспективе счел необходимым отметить и К. Ф. Юон. Он пишет: «Не знающий законов теории перспективы почти обязательно изобразит предметы в обратном виде, как это делалось систематически во всех случаях восточного древнего народного искусства» [2]. В приведенном высказывании четко прослеживается примат «дрессировки» над естественным зрительным восприятием. Не следует упрекать К. Ф. Юона за эти строки, в его время существовала только одна система научной перспективы — ренессансная, «непогрешимость» которой держалась на солидном математическом фундаменте проективной геометрии. Нет сомнения, что, если бы К. Ф. Юон знал о многовариантности научной системы перспективы, он нашел бы другие слова для описания наблюдавшегося им явления. Сегодня можно лишь поблагодарить К. Ф. Юона за это тонкое наблюдение. В. А. Фаворский тоже умел видеть в обратной перспективе. По рассказам его учеников, он любил демонстрировать им этот феномен.

Если читатель пожелает убедиться в сказанном, то можно предложить, например, такой опыт. Надо освободить значительную часть пола, имеющего четко выраженную линейную структуру (например, паркетные полосы), так, чтобы перед смотрящим было свободное от каких-либо предметов расстояние около 4—5 м в глубину и 3—4 м в ширину. Глядя вдоль полос, надо найти такое расстояние, чтобы в сравнительно малом поле четкого ви́дения границы соответствующего участка полосы казались строго параллельными (свидетельство полной константности). Обычно это расстояние равно 2—4 м. Затем надо перенести взор в сторону, примерно на 45°, на то же расстояние, и в поле четкого видения параллельные полосы будут видны слегка расходящимися. Важно лишь, чтобы созерцаемая структура пола была не слишком широкой и не слишком узкой; если необходимо, то можно смотреть не на одну (узкую) полосу, а на некоторую совокупность таких полос. Здесь надо еще раз подчеркнуть, что ви́дение в обратной перспективе ограничено сравнительно малой областью четкого ви́дения. Все остальное пространство (остальная часть пола) будет видно менее четко, но в обычной прямой перспективе. Последнее обстоятельство ничуть не противоречит высказывавшимся выше утверждениям, ведь там всегда говорилось о созерцании близких и малых предметов, которые целиком помещаются в сравнительно малое поле четкого ви́дения, поскольку лишь ему свойственна полная константность.

[2] *Юон К. Ф.* Об искусстве. М., 1959, т. 1. с. 47.

43. Ким Хондо. Автопортрет. Живопись на бумаге. XVIII в.



Многочисленные опыты, поставленные по этой и аналогичным методикам, показали, что и современный человек видит в соответствующих условиях в слабой обратной перспективе. Интересно отметить, что как только показать кому-либо описанный феномен, то этот человек начинает видеть в обратной перспективе всегда, происходит как бы нейтрализация многолетней «дрессировки», и это нисколько ему не мешает. Интересна и реакция людей на столь необычное ви́дение. Никто из них никогда не утверждал, что слабая обратная перспектива воспринимается ими как что-то неестественное. Обычно испытуемые просто удивлялись, что никогда ранее не замечали подобного феномена, и связывали это со слабой выраженностью естественной обратной перспективы.

В свете сказанного надо признать вполне понятным, что легкая обратная перспектива иногда появляется в произведениях художников-реалистов (что, конечно, возможно только в том случае, если при обучении им не внушили вздорной мысли, что такого не может быть). В качестве примера (далеко не единственного) приведем автопортрет корейского художника-реалиста XVIII в. Ким Хондо (илл. 43). Весь характер этого автопортрета говорит о том, что Ким Хондо стремился здесь к возможно более точной передаче натуры. Изображенные в левой части автопортрета невысокий столик и расположенные на нем предметы переданы в легкой обратной перспективе (ее величина около 5°, т. е. полностью соответствует найденному выше значению естественной обратной перспективы). Совершенно очевидно, что, передавая столик в столь слабой обратной перспективе, Ким Хондо не преследовал каких-то мистических или символических целей (с которыми часто связывают обращение к обратной

перспективе), а искренне передавал свое естественное зрительное восприятие.

Основываясь на сказанном в настоящей главе, можно утверждать, что естественное ви́дение отдельного небольшого предмета, созерцаемого с близкого расстояния, соответствует двум родственным способам изображения: аксонометрии или легкой обратной перспективе. Их близость видна, в частности, из того, что они способны постепенно переходить друг в друга. Один и тот же предмет может в зависимости от ракурса восприниматься то в параллельной, то в слабой обратной перспективе. Если вспомнить, что в средневековом искусстве предметы изображались по памяти, то совершенно очевидно, что поскольку запасы зрительной памяти художников хранили в себе оба облика как равноценные и одинаково справедливые, постольку оба эти способа изображения могли применяться на равных основаниях.

Более того, средневековое искусство знает массу примеров, когда в одной композиции одновременно применяются оба эти способа. Сегодня кто-либо может воспринимать это как непоследовательность художника, как эклектику, но это будет ошибочным умозаключением. Если художник использует в своем произведении оба способа изображения одновременно, то он лишь констатирует абсолютно достоверный факт естественного зрительного восприятия, свидетельствующий, что перемещающийся по комнате человек видит предметы обстановки или соответствующими аксонометрическому способу изображения, или в то более четко, то более слабо выраженной легкой обратной перспективе. В качестве классического примера, иллюстрирующего это утверждение, приведем «Троицу» Андрея Рублева (илл. 44). Подножие левого (от зрителя) ангела дано в слабой обратной перспективе, в то время как подножие правого — в аксонометрии. Интересно отметить, что у левого подножия обратная перспектива несколько меньше 10°. Это свидетельствует о том, что Рублев изображал оба подножия, согласуясь с законами естественного зрительного восприятия.

Несколько отвлекаясь от обсуждаемого вопроса о вариантах научной системы перспективы, напомним, что, как известно, в иконах обратная перспектива нередко выражена много сильнее, чем 10°. Причины этого лежат за пределами теории перспективы. Они подробно рассмотрены в другой работе автора [3]. Если пытаться найти рациональные корни геометрических «странностей» средневекового искусства, в частности сильной обратной перспективы, то надо учитывать одновременное действие примерно десятка причин, из которых связанные с теорией перспективы не составляют и половины. Всякая попытка найти одну такую причину (ошибка, которую очень часто делают) заранее обречена на неудачу. Полученный здесь вывод о том, что человек в известных условиях видит по законам обратной перспективы, важен в том отношении, что снимает всякую мистику с этого способа изображения.

Обратную перспективу очень часто связывают с иконами, с религиозными импульсами, ее объявляют специфической особенностью, присущей только церковному искусству, и т. п. Эти утверждения глубоко ошибочны.

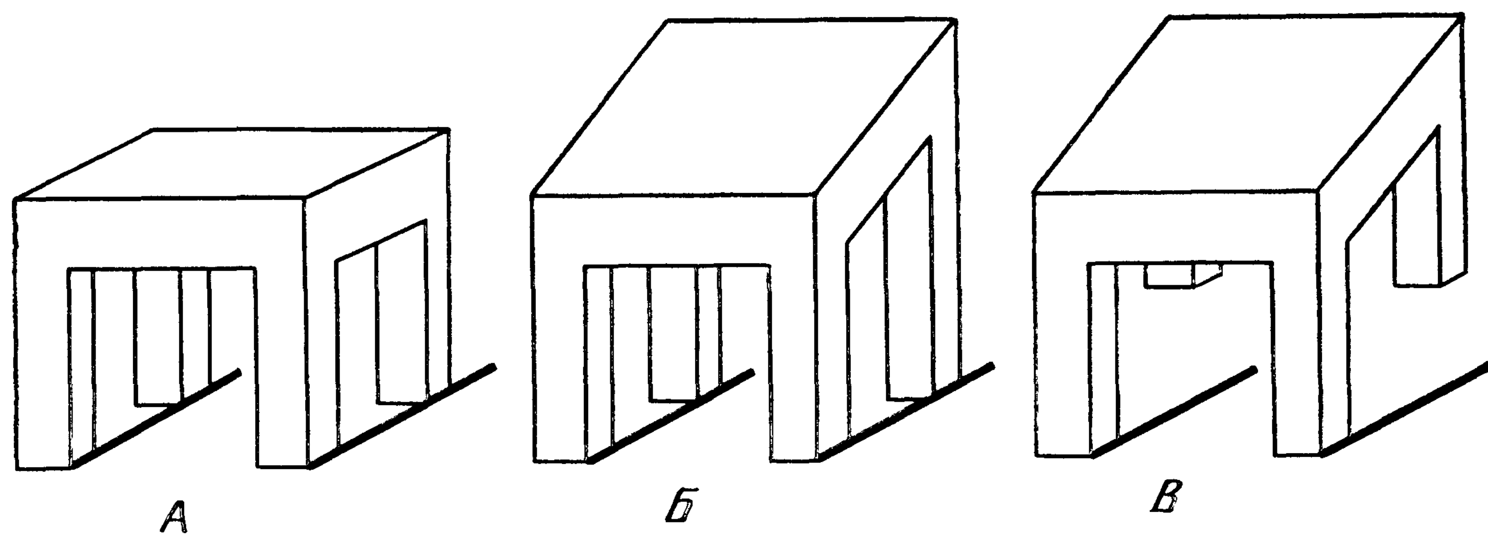
[3] *Раушенбах Б. В.* Пространственные построения в живописи. М., 1980, гл. VI.



44. Андрей Рублев. «Троица». 20-е годы XV в. ГТГ

Если встать на эту позицию, то абсолютно невозможно объяснить появление обратной перспективы в детском рисунке, светской живописи Ирана, Индии, Китая, Кореи, Японии и т. д. Применяя легкую обратную перспективу, художник прежде всего, не мудрствуя лукаво, искренне и непосредственно передает свое зрительное восприятие материального мира.

Это вовсе не означает, что требования, которым должно удовлетворять церковное искусство, не влияет на творчество, например, иконописца. В частности, эти требования могут наложить свой отпечаток и на пространственные построения, они могут привести к подчеркиванию и преувеличению обратной перспективы. Но одно дело — говорить, что особенности церковного искусства вызвали к жизни пространственные построения,



45. Схемы изображения табурета

выполненные по правилам обратной перспективы вопреки естественному зрительному восприятию, и совершенно другое — утверждать, что особенности церковного искусства побуждали художника преувеличивать и подчеркивать естественное ви́дение в обратной перспективе.

Еще один специфический тип обратной перспективы возникает вследствие того, что на зрительное восприятие небольших и малоудаленных предметов влияет так называемый *механизм константности формы*. Этим условным термином в психологии зрительного восприятия обозначают ту составляющую преобразующей деятельности мозга, которая приближает видимый образ некоторого предмета к его истинной форме, компенсируя искажения этого образа, образовавшиеся на сетчатке. Чтобы пояснить сказанное, приведем два примера. Хорошо известно, что формально правильное проекционное изображение шара, если он виден в стороне от главного луча зрения (перпендикуляра, опущенного из глаза на плоскость картины), дается эллипсом. И тем не менее художник и всегда изображают шар в виде круга, в каком месте картины он ни находился бы. Они действуют совершенно правильно; даже если шар на сетчатке глаза и отобразился в виде эллипса, мозг преобразует этот эллипс в круг, а поэтому человек и видит шар круглым (ведь ви́дение — это результат работы системы глаз + мозг).

Другой пример позаимствуем из повседневного опыта. Иногда, например в доме отдыха, около телевизора собирается много людей, которые, как бы поместив экран в центр окружности, располагаются перед ним по участку ее дуги. Сидящие точно напротив экрана видят его в идеальных условиях, что же касается сидящих совсем сбоку, то они видят экран в сильнейшем ракурсе. Если измерить с помощью визирования ка-

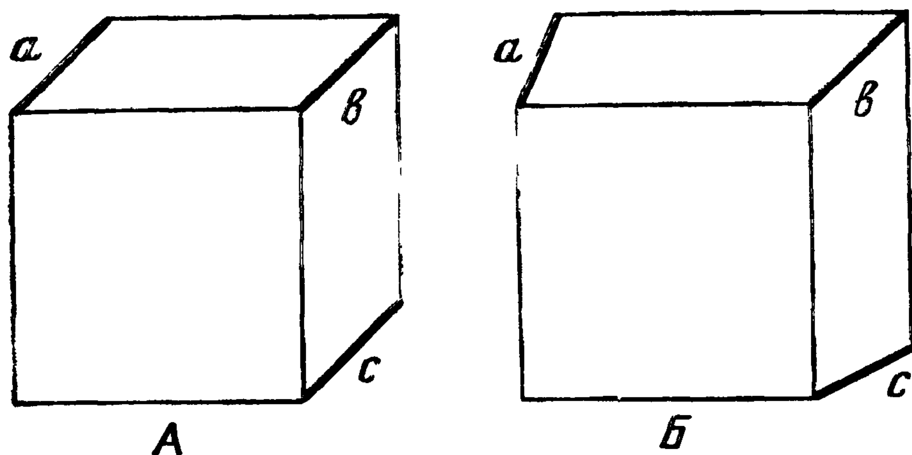


46. А. С. Михайлов. «Писарь, играющий на гитаре». 1851 г. РХМ

рандашом в вытянутой руке размеры экрана, видимого сильно сбоку, т. е. найти его проекционную форму, то сразу становится ясным, что его вертикальный размер больше горизонтального. Конечно, именно таким прямоугольником, вытянутым по вертикали, он получился бы и на фотографии при съемке сбоку. Но, удивительное дело, зрители, сидящие сбоку, видят его прямоугольником, вытянутым по горизонтали, привычной формы и пропорций. Если бы это было не так, они не смогли бы смотреть телепередачи из-за недопустимо больших искажений. Все дело в том, что, хотя на сетчатке глаза экран и будет отображен в форме вертикального прямоугольника, мозг как бы растянет его по горизонтали до привычных пропорций. Иными словами, как и в случае с шаром, мозг сохраняет в зрительном восприятии форму созерцаемого объекта постоянной (константной) независимо от ракурса; отсюда и название «механизм

константности формы». Конечно, это возможно лишь в том случае, если форма объекта созерцания очень хорошо известна смотрящему из его повседневного опыта.

К сказанному следует добавить, что обсуждаемый феномен, как правило, не в состоянии дать столь полное приведение к истинному виду, как в двух описанных случаях: обычно механизм константности формы лишь *приближает* видимый образ к истинному. Так, круглый стол, наблюдаемый в ракурсе, человек видит не круглым, а овальным. Однако видимый человеком овал ближе к кругу, чем овал, который получился бы на фотографии, снятой из той же точки, где находится глаз человека. Полезно еще раз напомнить, что речь идет о созерцаниях близких и не слишком больших объектов.



47. Схемы изображения Евангелия

Трудности, которые возникают при попытке изобразить предмет с учетом действия механизма константности формы, проиллюстрируем на простых примерах. Первым таким примером будет задача изображения табурета. Считая, что человек видит его с близкого расстояния, так что он целиком находится в области полной константности, передадим табурет в аксонометрии (илл. 45А). Его квадратная по форме плоскость сидения будет, однако, в силу действия механизма константности формы видна более приближенной к квадрату (с углами, более близкими к прямому, и сближенными по длине сторонами), что показано на той же иллюстрации (схема Б). При таком изображении верха табурета возникнет трудная проблема с передачей его ножек. На схеме Б пришлось удлинить задние ножки, на схеме В — оторвать их от пола. С позиции правильной передачи зрительного восприятия все три схемы неудовлетворительны: в первой неверно передана плоскость сидения, во второй — задние ножки, в третьей эти ножки не касаются пола. На самом деле человек видит плоскость сидения по схеме Б: ножки одинаковой длины и касающимися пола. Изобразить это невозможно, поэтому художник стоит перед тяжелым выбором — ведь все три схемы ошибочны, и каждая из них имеет свои сильные стороны. В истории изобразительного искусства можно встретить все эти схемы. Схема Б, которая особенно часто встречается в средневеком искусстве, интересна в том отношении, что приводит к обратной перспективе: задние (удаленные) ножки больше передних. (При этом она может быть выражена сильнее, чем 10°. Хотя этот тип обратной перспективы возник естественным образом, он не передает правильного ви́дения размеров ножек.) Примером такого изображения может быть стол, показанный на иконе «Рождество Иоанна Предтечи» (см. илл. 39). Эта схема столь привлекательна, что к ней прибегали даже в период полного господства ренессансной системы перспективы. В качестве примера приведем написанное в середине XIX в. полотно А. С. Михайлова «Писарь, играющий на гитаре» (илл. 46).

По сути, аналогичным образом возникают изображения, имеющие формальные признаки обратной перспективы при передаче небольших параллелепипедов (например, Евангелий на иконах), причем и здесь она может быть выражена значительно сильнее, чем 10°. На илл. 47 приведен параллелепипед, направленный к зрителю широкой стороной. Схема А дает аксонометрическое изображение, а на схеме Б изображение претерпело под действием механизма константности формы изменения, аналогичные показанным на схемах Б и В на илл. 45. Следует лишь добавить, что если ребра *a* и *c* при переходе от схемы А к схеме Б смогли «повернуться», чтобы приблизить угол, составленный ими и ребрами фронтальной грани, к прямому, то этого нельзя сказать о ребре *b*. Оно принадлежит одновременно двум граням, и сделать его одновременно параллельным ребрам *a* и *c*, как на схеме А, можно было бы лишь «раздвоив» его изображение. Однако это было бы нарушением того примата неразрывности, который лежит в основе всех перспективных систем: изображение может искажаться, но недопустимо, чтобы оно рвалось или его части накладывались друг на друга. В результате возникло изображение неглубокого параллелепипеда в довольно сильной обратной перспективе. В качестве примера подобного изображения сошлемся на икону «Григорий Чудотворец» (илл. 48).



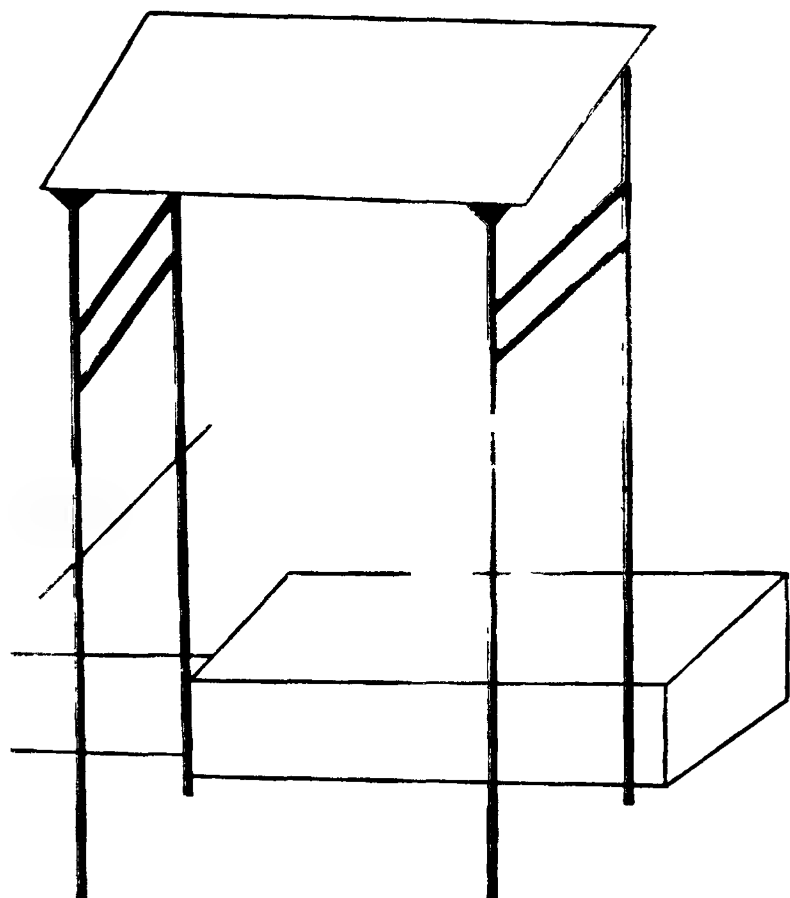
48. «Григорий Чудотворец». Византийская икона XII в. ГЭ

Приведенных примеров достаточно, чтобы показать этот своеобразный путь проникновения обратной перспективы в изобразительное искусство. Наряду с прямой передачей естественного ви́дения (она характеризуется углом обратноперспективного построения, не превышающим 10°) возможно возникновение обсуждаемого типа перспективного построения в результате смещения неизбежных искажений на соответствующие элементы изображения. Эти неизбежные искажения коренятся в принципиальной невозможности передачи формы объекта с учетом действия механизма константности формы. Возникающая безвыходная ситуация была проиллюстрирована на примере изображения табурета. Таким образом, появление в рассматриваемом случае обратной перспективы имеет совершенно естественное происхождение и связано с попыткой правильной передачи некоторого важного элемента (например, плос-

кости сидения табурета) за счет искажения передачи других элементов (например, длины ножек). Поскольку эти искажения вынуждены, то угол обратноперспективного построения определяется в этом случае не закономерностями зрительного восприятия и поэтому может иметь большое значение.

Нередко обе рассматривавшиеся причины естественного появления обратной перспективы действуют одновременно. Это можно видеть, например, на илл. 49, на которой приведена прорись столика и подножий с картины средневекового китайского художника Лу Синь Чуна «Пятый архат, держащий курильницу».

Все рассмотренные в настоящей главе случаи, ведущие естественным путем к аксонометрии и обратной перспективе, касаются в основном изображения сравнительно небольших объектов, видимых с близкого расстояния. Поэтому они способны проявиться в таких специфических жанрах, как портрет и натюрморт. Что касается первого жанра, то здесь совершенно четко проглядывает аксонометричность. Это особенно бросается в глаза в небольших групповых портретах, в которых головы портретируемых передаются (совершенно правильно с позиции научной системы перспективы) без перспективных сокращений, требуемых ренессансным вариантом системы, неуместным при передаче очень близких областей пространства.



49. Лу Синь Чун. «Пятый архат, держащий курильницу» (прорись столика и подножия). Эпоха Сун. 960—1279 гг.

В натюрмортах наблюдается аналогичная закономерность. Художники как бы уходят от того, что требуют правила ренессансного варианта перспективы. Иногда подобный эффект достигается тем, что изображаемые предметы композиционно располагаются так, что путем взаимных перекрытий изображением объектов, не имеющих четких геометрических форм (например, скомканных скатертей), маскируются явные несообразности ренессансного варианта системы перспективы. Иногда предметы даются либо в аксонометрии, либо в сильно ослабленном сужении (при этом формальная точка схода оказывается лежащей много выше естественного горизонта), а поверхность стола передается так, что ее удаленная часть кажется «приподнятой» (аналогично показанному на илл. 45 Б). Это нередко трактуют в качестве проявления резко выраженной подвижности точки зрения художника, стремления написать стол, глядя на него сверху, и т. п., однако причины этого могут корениться в желании следовать естественному зрительному восприятию.

В качестве примера приведем полотно П. В. Кузнецова «Натюрморт с хрусталем» (илл. 50). Аксонометричность изображения хорошо видна из конфигурации лежащей на столе квадратной салфетки, а учет художником эффектов, связанных с действием механизма константности форм

50. П. В. Кузнецов. «Натюрморт с хрусталем» 1922 г. ГРМ



(подробно рассмотренных в связи с изображением табурета), привел к тому, что верхняя часть вазы с фруктами как бы развернута на зрителя.

Приведенные здесь соображения и иллюстрирующий их пример говорят о том, что искусствоведческий анализ натюрмортов нельзя вести исходя из предположения о правильности ранессансного способа построения перспективы. Здесь этот способ особенно непригоден.

Следует подчеркнуть локальный характер рассмотренных в настоящей главе вариантов перспективных построений. И аксонометрия и обратная перспектива уместны (при следовании закономерностям естественного видения) лишь при изображении отдельных предметов, а не всего пространства в целом.

Проблема создания целостного художественного образа путем применения локально-правильных изображений, не объединяемых единой

для них всех перспективной конструкцией,— проблема, перед которой стояло античное и средневековое искусство,— имеет, как известно из истории искусства,решение. Поскольку это решение лежит за пределами теории перспективы, оно обсуждаться не будет.

Здесь хотелось бы обратить внимание на то, что и в искусстве нового времени перспективные построения тоже содержат иногда (при изображении отдельного предмета или небольшого участка пространства) отклонения от принятого варианта системы перспективы. В той же «Афинской школе» Рафаэля Гераклит опирается на пюпитр странной формы (илл. 51). Эта странность, однако, становится понятной, если допустить, что при изображении этого конкретного предмета Рафаэль отошел от системы перспективы, свойственной фреске в целом, и применил здесь локальный вариант той же единой системы (близкий к варианту, показанному на илл. 45 Б), который лучше отвечал его замыслу. Точно так же локальным вариантом является и использование обратной перспективы в изображении стола на картине «Писарь, играющий на гитаре» (илл. 46).

На рубеже XIX—XX вв. использование локальных вариантов системы перспективы становится более частым. Можно, например, указать на то, что, передавая интерьер в прямой перспективе, художник был вполне способен передать отдельный участок пола серией параллельных полос (т. е. в аксонометрии).

В заключение полезно обсудить вопрос, касающийся всех рассмотренных вариантов научной системы перспективы. Во всех этих случаях решалась прямая задача: передать на картинной плоскости некоторый предмет, находящийся в картинном пространстве. Однако существует и обратная задача — по изображению предмета на картинной плоскости восстановить его истинный облик. Что эта задача тоже имеет решение, широко известно — по фотографии комнаты можно восстановить ее размеры и расположение в ней предметов обстановки. Следовательно, ренессансная система перспективы допускает решение обратной задачи.

Математический анализ, приведенный во второй части книги, свидетельствует о том, что сказанное справедливо для всех вариантов перцептивной системы перспективы (сюда, конечно, не включаются эффекты, связанные с учетом действия механизма константности формы). Все эти варианты допускают решение обратной задачи и в смысле обратимости не отличаются от ренессансного варианта.

Следует особо подчеркнуть, что это касается и рассмотренных в настоящей главе аксонометрии и легкой обратной перспективы. До настоящего времени считалось, что аксонометрия является условным способом изображения, в котором размер, передающий направление в глубь картинного пространства, остается в принципе неопределенным — ведь он выбирается достаточно произвольным образом. Это мнение было совершенно справедливым, поскольку до сих пор аксонометрия действительно вводилась как удобный, но условный способ изображения. С появлением математической теории перцептивной системы перспективы положение изменилось — теперь аксонометрия стала точным и закономерным вариантом единой системы перспективы, ничуть не менее обоснованным, чем ее ренессансный вариант, и, следовательно, она потеряла свою условность.

51. Рафаэль Санти. «Афинская школа» (деталь). Фреска. 1509—1510 гг.



В частности, появился естественный масштаб изображения удаленности, отсутствие которого раньше и заставляло относить аксонометрию к условным методам изображения. Так что теперь размер, передающий направление в глубь картинного пространства, может быть вычислен и изображен в точном согласовании с естественным зрительным восприятием (и наоборот: по правильному аксонометрическому изображению легко найти истинную ширину, высоту и глубину).

Глава шестая

ЗРИТЕЛЬНЫЕ ИЛЛЮЗИИ

При созерцании рисунков в некоторых случаях возникают зрительные иллюзии. Иллюзии эти подробно обсуждаются в работах, посвященных психологии зрительного восприятия, и в некоторых книгах по изобразительному искусству, например в монографии Гомбриха [1]. В настоящей главе проблема иллюзий, возникающих при зрительном восприятии произведений искусства, будет рассматриваться суженно (только иллюзии, связанные с использованием того или другого варианта системы перспективы), но зато более детально и, где возможно, не только в плане качественных оценок, но и количественно.

Как известно, геометрический образ, возникший на сетчатке глаза от созерцания натуры, испытывает трансформации, о которых уже говорилось и которые достаточно подробно будут разобраны в § 2. Возникает естественный вопрос: будет ли сетчаточный образ, возникший не от созерцания натуры, а ее изображения на картине, подвергаться аналогичным либо иным деформациям? Ведь в некоторых случаях, например при взгляде на фотографию, сетчаточные образы натуры и фотографии могут просто совпадать. Чтобы ответить на этот вопрос, надо хотя бы кратко перечислить те зрительные импульсы, которые приводят к трансформациям сетчаточного образа.

Эти зрительные импульсы, побуждающие мозг к его преобразующей деятельности, обычно объединяют в понятие *признаков глубины* (см. § 2). Из всей совокупности признаков глубины упомянем здесь лишь три. Первый: перекрытие — близкие предметы могут заслонять собой более далекие. Второй: чем дальше предмет, тем меньше величина его изображения на сетчатке глаза. Так что если виден ряд заведомо одинаковых предметов, например ряд колонн единой колоннады, то те колонны, величина которых на сетчатке меньше, находятся в натуре дальше. Эти признаки глубины действуют независимо от расстояния до предметов, т. е. от самого переднего плана до горизонта.

В качестве третьего признака глубины, действие которого ограничено малыми удалениями от смотрящего, можно ввести бинокулярные эффекты (неодинаковость сетчаточных образов левого и правого глаз и т. п.). Для дальнейшего подробное расчленение эффектов бинокулярности человеческого зрения несущественно. Вероятно, все знают, как важна бинокулярность, приводящая к стереоскопичности человеческого зрения, в его практической деятельности. В этом может убедиться каждый, попытавшись вдеть нитку в игольное ушко, глядя одним глазом. Будем этот третий признак называть *стереоскопичностью человеческого зрения*. Вследствие малости расстояния между глазами человека явление стереоскопичности ограничено весьма малыми расстояниями от смотрящего — порядка нескольких метров.

Признаки глубины позволяют человеку подсознательно оценивать расстояние до наблюдаемых предметов. Одна из основных функций мозга при

[1] *Gombrich E. H.* Art und Illusion. L., 1960.

переработке сетчаточного образа сводится к тому, что мозг подсознательно как бы расстанавливает предметы в глубину на нужные величины (иными словами, создает по плоскому сетчаточному образу объемное зрительное восприятие) и, кроме того, увеличивает предметы тем больше, чем они в натуре дальше от человека. Конечно, увеличение не может быть беспредельным, и, хотя область горизонта увеличивается сильнее всего, это увеличение будет конечным (в рассмотренных выше примерах оно было четырехкратным).

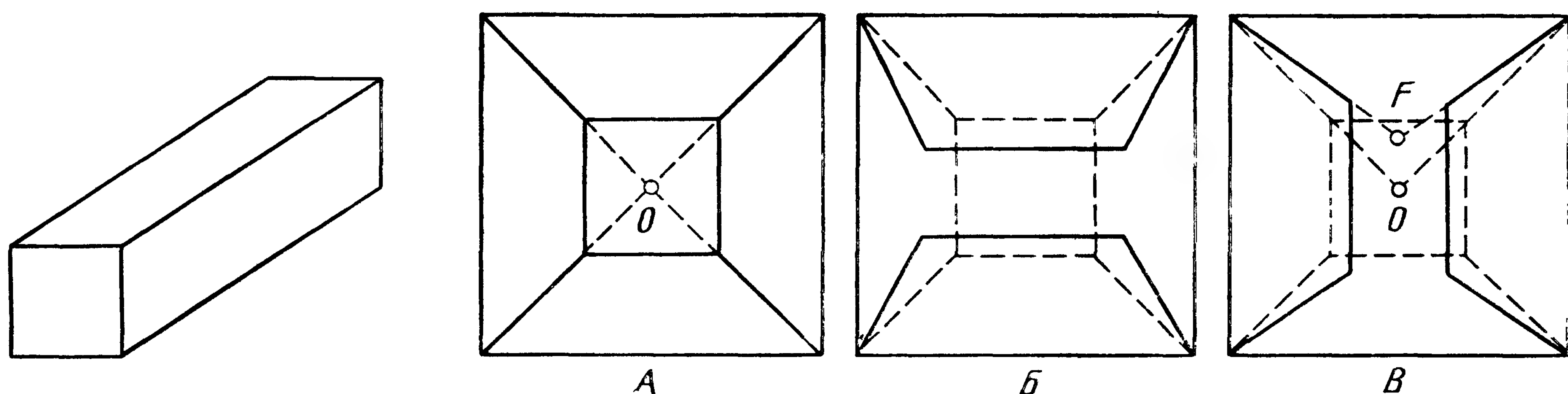
Легко сообразить, что два первых признака глубины изобразимы. Передача заслонения дальних предметов передними и изображение удаленных планов уменьшенными сравнительно с близкими — вполне посильная для художника задача. Спрашивается, будет ли в этих условиях мозг «спровоцирован» к точно такой же переработке сетчаточного образа, как и при созерцании натуры. Казалось бы, нужные для этого признаки глубины изображены, однако ответ на поставленный вопрос может быть только отрицательным. Ведь картины рассматриваются со сравнительно близких расстояний, и явление стереоскопичности зрения на малых расстояниях сразу покажет человеку, что все изображенные на картине предметы находятся от него на одном и том же расстоянии (например, на расстоянии от глаз до холста), а следовательно, не должны преобразовываться мозгом, как это имеет место при созерцании не картины, а изображенной на ней натуры.

В результате между первыми двумя признаками глубины, которые переданы на картине, и способностью человека к стереоскопическому зрению возникнет противоречие. Как правило, это приводит к тому, что очень сильно ослабленное преобразование изображенного все же происходит, но интенсивность его неизмеримо меньше, чем интенсивность преобразования сетчаточного образа от созерцания натуры. Если, как уже говорилось, при созерцании натуры имеет место увеличение дальних планов по сравнению с ближним, например четырехкратной величины, то восприятие не натуры, а ее изображения дает увеличение всего лишь около 25%, т. е. в 16 раз более слабое. И тем не менее с этими эффектами нередко полезно считаться.

На илл. 52 изображен переданный в аксонометрии протяженный параллелепипед. Все его ребра строго параллельны, однако он зрительно воспринимается в легкой обратной перспективе. Это связано с тем, что передняя и боковые грани заслонили дальнюю, подчеркнув тем самым ее удаленность. Как уже говорилось, мозг подсознательно увеличивает удаленное относительно близкого, поэтому задняя (невидимая) грань ощущается больше близкой (фронтальной). Если такого рода эффекты нежелательны, то параллелепипед на илл. 52 надо было бы показать в легкой прямой перспективе. Тогда обсуждаемый эффект привел бы к тому, что параллелепипед казался бы изображенным аксонометрически. Такого рода зрительные иллюзии могут быть легко скомпенсированы художником, если они покажутся ему неуместными. Математическая сторона этой задачи излагается в § 7.

Можно привести примеры из истории изобразительного искусства, в которых подобная зрительная иллюзия тонко используется художником. С этой целью еще раз обратимся к «Афинской школе» Рафаэля, од-

нако предварительно рассмотрим одну простую схему. На илл. 53 показано схематическое изображение интерьера. Схема А является исходной. Уменьшенное изображение дальней стены сравнительно со «входом» в интерьер говорит о ее удаленности. Подсознательные процессы, протекающие в системе зрительного восприятия, заставят смотрящего видеть эту удаленную стену несколько большей по сравнению с ее формальным геометрическим размером. Но тогда и изображенное на схеме сужение пола, потолка и стен тоже будет в зрительном восприятии несколько ослаблено по сравнению с формально-геометрическим сужением, показанным на схеме. В приведенном рассуждении все плоскости, ограничивающие



52. Протяженный параллелепипед, видимый в ракурсе

53. Схемы восприятия изображенного интерьера

интерьер, считаются равноценными. Могут, однако, представиться случаи, когда горизонтальные плоскости (пол, потолок) и вертикальные (боковые стены) не являются равноценными элементами изображения, как на схеме А. На схемах Б и В исходная геометрия схемы А показана штриховыми линиями. Если по каким-то причинам все внимание зрителя сосредоточено на горизонтальных плоскостях, то иллюзорное расширение их по мере увеличения изображения глубины приведет к схеме Б, где это иллюзорное расширение пола и потолка показано сплошными линиями (оно происходит за счет боковых стен). Если по каким-то причинам пол и потолок не представляют интереса, а все внимание зрителя направлено на боковые стены, то связанный с этим процесс зрительного восприятия в условно-упрощенном виде можно представить так, как показано на схеме В. Здесь иллюзорное расширение испытывают лишь стены (за счет пола и потолка).

Наглядным проявлением такого рода неоднородных иллюзий, как показанные на схемах Б и В, будут смещения кажущихся точек схода относительно формально-геометрических. Так, например, на схеме В формальная точка схода находится в точке O, в то время как кажущаяся, иллюзорная точка схода верхних частей стен лежит в точке F.

Обратимся теперь к центральной группе философов на фреске Рафаэля «Афинская школа» (илл. 54). Здесь сразу видно, что ощущение глубины пространства, непосредственно связанного с Платоном и Аристотелем, создается, условно говоря, «стенами», поскольку пол закрыт группой философов, а «потолок» передан сложными криволинейными поверхностями,



54. Рафаэль Санти. «Афинская школа» (деталь).

не имеющими привычной наглядности плоских потолков. Если попытаться на глаз, не прикладывая к изображению линейки, найти точку схода верхних частей «стен» (точнее, карнизов, образующих основания сводов двух арок), то она ляжет где-то в области точки *A* на илл. 54. Как легко убедиться, формально-геометрическая точка схода лежит заметно ниже (как и на схеме В илл. 53), это видно, в частности, из илл. 11. В своих работах искусствоведы пишут о том, что точка схода подсознательно привлекает внимание смотрящего на картину, поэтому художники нередко помещают там семантически важный элемент изображения. Точка схода как бы «притягивает» внимание зрителя. Если это так, то положение именно иллюзорной точки зрения является определяющим, поскольку лишь она дана в зрительном впечатлении, ведь формально-геометрическую точку зрения никто не ощущает, ее положение можно найти с помощью линейки, а линеек, как известно, зритель с собой не носит.

Это подтверждается и положением точки *A* на илл. 54. Главное, что происходит в изображенной группе,— это спор двух классиков философии, и естественно, что семантически важнейшим элементом изображения являются головы философов. Поэтому привлечение внимания к точке, лежащей между лицами спорящих, вполне разумно. То, что формально-геометрическая точка лежит не там, никакой роли не играет, ведь ее существование обнаруживается лишь при отвлеченных геометрических построениях, а никак не на пути живого созерцания фрески. Сказанное свидетельствует о том, что Рафаэль сознательно использовал для усиления выразительности зрительную иллюзию, о которой выше шла речь. Рафаэль смотрел на свое произведение, а не прикладывал к нему линеек, он больше верил своему восприятию, чем скучной формальной геометрии, и искусствоведы должны, вероятно, следовать такому примеру.

Следует пояснить, почему выше всюду говорилось только о точке схода верхних частей боковых стен, а точка схода узорчатой структуры пола на переднем плане (см. илл. 11) во внимание не принималась. Это вызвано тем, что пол на переднем плане как бы «отсечен» от классиков философии четырьмя широкими ступенями, он зрительно слишком удален от них и воспринимается как связанный не с ними, а с группами лиц на переднем плане.

Надо сказать, что искусствоведчески важная иллюзорная точка схода вовсе не всегда не совпадает с формально-геометрической. В рассмотренном примере это произошло вследствие явной неравноценности пола и потолка, с одной стороны, и боковых стен — с другой. Всю иллюзию пространственности вынесли, условно говоря, на своих плечах стены. Кстати, это является хорошей иллюстрацией того случая, когда об удаленности зритель судит как бы двигаясь «по стене» (см. илл. 9 Д). В тех же случаях, когда пол, потолок и стены могут считаться равноценными (как на схеме А илл. 53), обе точки схода практически совпадают.

Для иллюстрации сказанного обратимся к фреске «Тайная вечеря» Леонардо да Винчи (илл. 55) — классическому примеру перспективного построения интерьера. Здесь формальная точка схода ложится, как известно, на изображение головы Иисуса, которая является не только геометрическим, но и смысловым центром изображения. Что касается иллюзорной точки зрения, то она в среднем ложится туда же. Выражение



55. Леонардо да Винчи. «Тайная вечеря». Фреска. 1495—1497 гг.

«в среднем» надо понимать в том смысле, что иллюзорная точка зрения несколько смещается в зависимости от того, на какой части фрески фиксируется внимание. Если сосредоточить свое внимание на изображении потолка, то она кажется лежащей несколько ниже формальной, если на изображении стен с висящими коврами, то несколько выше последней (оба эти смещения являются следствием процессов, наглядно представленных на схемах Б и В илл. 53). Однако масштабы этих иллюзорных смещений не очень велики, и можно считать, что в основном фреска соответствует схеме А илл. 53.

Приведенные примеры показывают, что не только сетчаточный образ, порожденный наблюдением натуры, но и сетчаточный образ, порожденный созерцанием картины, преобразуются мозгом. Эти преобразования однотипны, хотя их интенсивность резко различна. Картина вызывает в подсознании смотрящего весьма слабые преобразования, можно сказать, лишь следы тех интенсивных трансформаций, которые характерны для мозга при восприятии реальной натуры. Приведенная выше оценка для одного частного случая указывает, что имеет место 15—20-кратное ослабление. И все же эффекты, связанные с этими подсознательными процессами, иногда полезно учитывать как художнику в его работе, так и искусствоведу при анализе художественных произведений.

Перейдем теперь к характеристике другого процесса, тесно связанного с только что описанным,— иллюзии пространственности. Речь идет не о той чисто геометрической характеристике, с помощью которой выше (в главе 3) делалось заключение о степени правильности передачи глубины, а о некотором ощущении реальности пространственности, ощущении, не

поддающемся точному математическому измерению. Это две стороны одного процесса, несводимые друг к другу и одинаково важные.

Чтобы пояснить сказанное, сравним одну из уже рассматривавшихся картин, например картину Г. В. Сороки «Кабинет дома в Островках, имении Н. П. Милюкова» (см. илл. 19), с картиной Е. Б. Лодыженского «Публичка» (илл. 56). Обе картины характеризуются достаточно большими вертикальными отрезками, передающими глубину: от нижнего обреза картины до дальней стены в первом случае и до места выдачи книг и стеллажей с книгами во втором. Однако если первая картина дает четкое ощущение пространственности интерьера, то вторая не менее четко свидетельствует о плоскостном характере изображения интерьера.

Поскольку, следовательно, в обеих картинах изображению пола уделено достаточно много места (см. илл. 7, на схеме этому соответствует размер *d*), столь большая разница в иллюзии пространственности никак не связана с этой количественной характеристикой. Все дело в том, что на этих двух картинах в различной степени соответствия с восприятием натуры изображены признаки глубины.

В картине «Публичка» изображен один признак глубины — перекрытие (близкое заслоняет далекое), и, пользуясь этим признаком, можно легко определить, кто из изображенных читателей находится ближе, а кто — дальше. Используемый художником прием не может быть отнесен к какому-либо варианту системы научной перспективы. Отсутствие даже слабого сужения паркетных полос, казалось бы, говорит о полной константности (аксонометричности), но на таких больших расстояниях и при таком большом угле зрения, как показанные на картине, полная константность наблюдаться не может. Однако это обстоятельство даже полезно при обсуждении проблемы иллюзии пространственности, так как позволяет провести рассуждения, сопоставляя предельно разные примеры изображений. В картине «Кабинет дома в Островках, имении Н. П. Милюкова», помимо перекрытия, изображен и другой столь же важный признак глубины — уменьшение размеров изображений предметов или их частей по мере увеличения глубины. И последнее сразу вызвало к жизни усиленную иллюзию пространственности.

Здесь важно отметить, что последняя картина написана абсолютно строго по правилам ренессансной системы перспективы. Как известно, эта система точно следует за работой глаза и полностью игнорирует преобразующую работу мозга. Полученное с ее помощью изображение дает тот же сетчаточный образ, что и натура, но последующее преобразование мозгом сетчаточного образа, порожденного картиной, столь слабо, что человек воспринимает ее как заметное искажение зрительного восприятия натуры. Следует, однако, подчеркнуть, что, строго соответствуя сетчаточному образу, порожденному натурой, эта система имеет уникальную возможность точно передавать второй признак глубины, поскольку в нем речь шла об уменьшении с увеличением глубины размеров спроецированных на сетчатку элементов натуры (а вовсе не об уменьшении их видимых размеров, ведь последние всегда подразумевают и преобразующую работу мозга).

Следовательно, иллюзия пространственности тесно связана с изображением на картине признаков глубины. Раньше уже говорилось, что



56. Е. Б. Лодыженский. «Публичка» (деталь).
1968—1973 гг.

очень важные на относительно близких расстояниях бинокулярные признаки глубины, приводящие к эффекту стереоскопичности, принципиально неизобразимы (если бы было иначе, люди не пользовались бы стереоскопами). Здесь художник не имеет никаких возможностей «обмануть природу», единственное, что в его власти,— сделать передний план объемным.

Эффективным способом усиления иллюзии пространственности является поэтому снятие противоречия между изобразимыми на картине признаками глубины и способностью человека к стереоскопическому зрению. Это достигается в диорамах, в которых сам передний план не изображается на плоскости картины, а передается объемно (сказанное относится и к театральным декорациям). В результате передний план вызывает в системе зрительного восприятия сигналы, говорящие о подлинной объемности созерцаемого. Изображенные живописными средствами средний и дальний планы, для которых способность к стереоскопическому видению дает, условно говоря, «нулевые» сигналы, воспринимаются тоже как подлинные, поскольку и при восприятии реального пространства предметы, находящиеся на средних и дальних расстояниях, дали бы «нулевые» сигналы; ведь рабочая зона бинокулярных признаков глубины ограничена близкими от смотрящего областями пространства. Наличие объемного переднего плана как бы подтверждает объемность всей композиции, в том числе и среднего и дальнего планов, переданных живописными средствами. К тому же диорамы создаются так, чтобы не допускать возможности наблюдения их живописной части со слишком близких расстояний, когда способность человека к стереоскопическому зрению, реализуемая лишь на малых расстояниях, «разоблачила» бы зрительные обманы, порожденные живописной частью композиции.

Рассматривавшиеся выше различные варианты системы перспективы, основанные на следовании геометрии естественного зрительного восприятия, способны передавать все воспроизводимые признаки глубины, но в отличие от системы ренессансной перспективы такой признак глубины, как уменьшение размеров отображения предметов на сетчатке глаза по мере их удаления от смотрящего, нередко воспроизводится ослабленно или не воспроизводится вообще. Последнее утверждение следует из того, что в области полной константности, т. е. на малых расстояниях, видимые размеры предметов не изменяются с изменением расстояния до них. Если их так и изобразить (т. е. воспользоваться системой аксонометрии), то размеры их отображений на сетчатке тоже будут оставаться независимыми от изображения удаленности, таким образом, обсуждаемый важный признак глубины (в принципе изобразимый) окажется фактически не изображенным. Это приведет к тому, что иллюзия пространственности будет передана еще более ослабленно, чем если ограничиться одним неизбежным — невозможностью получения стереоскопических эффектов от картины.

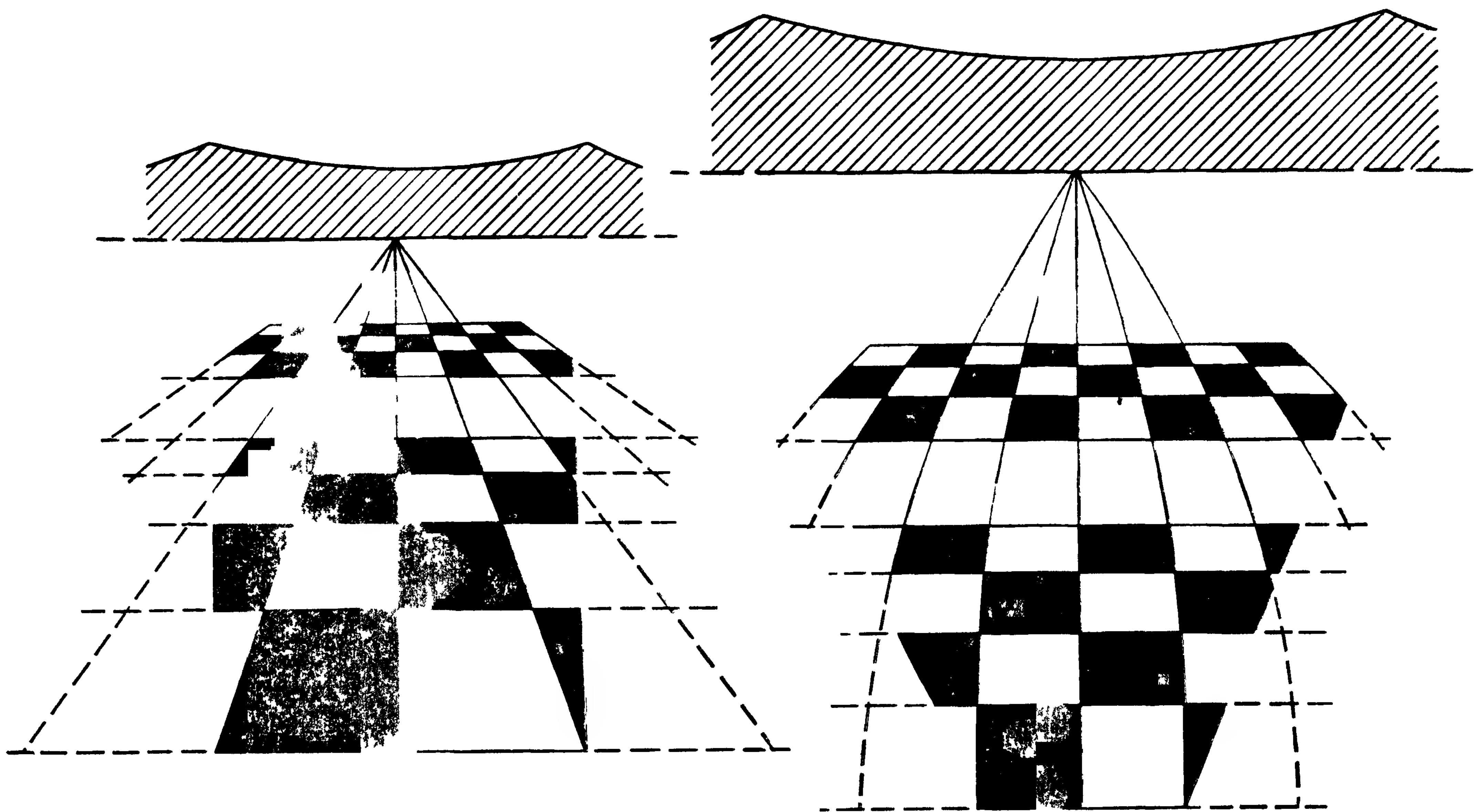
Художник, стремящийся к наиболее естественной передаче натуры, будет при воспроизведении относительно близких областей пространства всегда находиться под воздействием двух различных импульсов: с одной стороны, желание добиться иллюзии пространственности будет «тянуть» его в сторону ренессансной системы перспективы, а с другой — желание сохранить правильное соотношение масштабов изображенных на разных

удалениях объектов — к одному из вариантов перцептивной системы перспективы.

Восприятие картины обладает свойством интегральности, она воспринимается как целое, и совокупность изображенных признаков глубины приводит к некоторому общему для всей картины представлению о структуре ее глубины. При этом использование различных вариантов системы перспективы, основанной на закономерностях естественного зрительного восприятия, может приводить к своеобразной (ошибочной) иллюзии. Поскольку для близких областей следование геометрии зрительного восприятия приводит к заметному ослаблению и даже исчезновению второго признака глубины (это было показано на примере аксонометрии), постольку эти области в отличие от более удаленных будут передаваться с ослабленной иллюзией пространственности, как бы с предметной плоскостью, «развернутой на зрителя». Если на картине передается не только близкая область пространства, но одновременно с ней и области среднего и большого удаления, то по мере того как увеличивается расстояние до изображаемых областей пространства, иллюзия пространственности для этих участков изображения будет усиливаться. Ведь уменьшение размеров изображения некоторого предмета с увеличением удаленности становится все более заметным по мере приближения изображаемой области к горизонту во всех вариантах системы перспективы, опирающейся на закономерности естественного зрительного восприятия. В результате иллюзия пространственности, чувство нарастания глубины будут усиливаться по мере приближения изображаемого участка пространства к горизонту. Но тогда все пространство как целое окажется «сдеформированным». Чтобы пояснить это утверждение, обратимся к простому примеру.

Как уже неоднократно указывалось, изображение видимой геометрии горизонтальной плоскости (например, поверхности земли) возможно в точном соответствии с естественным зрительным восприятием. На илл. 57 дано условное изображение поверхности земли с горами на горизонте: слева — в системе ранессансной перспективы, а справа — в точном соответствии с естественным зрительным восприятием. Для наглядности часть земной поверхности как бы покрыта рядами квадратных плит. Области, соответствующие конусу четкого видения, показаны сплошными линиями, соответствующие периферическому зрению — штриховыми линиями. Различие в геометрии этих двух изображений здесь обсуждаться не будет (это уже многократно проводилось выше), рассмотрим только проблему иллюзии пространственности.

Сравнение двух изображений убеждает в том, что точная передача геометрии зрительного восприятия может приводить к ошибочным пространственным иллюзиям. Глядя на правый рисунок, человек невольно ощущает, что по мере приближения к нижнему обрезу рисунка поверхность земли становится все менее горизонтальной, а плиты самого нижнего ряда как бы стоят почти вертикально. Это связано с тем, что на рисунке оказалось возможным передать второй признак глубины — уменьшение изображения плит по мере возрастания удаленности до них — не всегда. На правом рисунке по мере стремления к нижнему обрезу рисунка этот признак глубины ослабевает до нуля (если самые близкие изображения плиты лежат уже в области полной константности). Но ведь приближение некоторой



57. Схемы изображения глубокого пространства

точки рисунка к линии горизонта может быть связано не только с ее удалением в объективном пространстве, но и с изменением ее положения по высоте.

Зрительное восприятие человека производит, по образному выражению Гельмгольца, «бессознательные умозаключения», когда по сетчаточному образу оно строит облик объективного пространства. Столкнувшись с изображением типа нижнего ряда плит (на рисунке справа), эти «бессознательные умозаключения» системы восприятия можно свести к следующему рассуждению. Поскольку у сетчаточного образа рассматриваемого ряда плит верхние размеры равны нижним, то приближение верхних частей плит к линии горизонта свидетельствует о том, что они расположены вертикально, а не горизонтально, так как в последнем случае верхние размеры плит были бы у сетчаточного образа меньше нижних. Таким образом, второй признак глубины позволяет однозначно (и, добавим, ошибочно) интерпретировать рисунок. Этот пример показывает, каким образом точное следование геометрии зрительного восприятия на рисунке способно, как уже говорилось, привести к ошибочным пространственным иллюзиям.

Левый рисунок, переданный по законам ренессансной перспективы, дает правильную пространственную иллюзию — изображенная поверхность земли всюду представляется горизонтальной. Однако из этого вовсе не следует, что ренессансная система перспективы «лучше», ведь глядя на рисунок зритель видит, что верхние (на рисунке) размеры плит нижнего ряда меньше нижних, в то время как в натуре он видел бы их одинаковыми (см. правый рисунок). Эти размеры отличались бы при наблюдении натуры только на сетчатке глаза, но никак не в итоговом зрительном восприятии человека. Следовательно, на левом рисунке зрительное восприятие передано ошибочно.

Возникает своего рода «правило рычага» — выигрывая в передаче геометрии зрительного восприятия, художник проигрывает в иллюзии пространственности и наоборот.

Острота обсуждаемой проблемы падает по мере удаления от художника передаваемого участка натуры. Уже третий снизу ряд плит представляется горизонтальным на обоих рисунках. Поэтому если отказаться от изображения самых близких областей пространства (особенно характеризуемых полной константностью), то, следуя закономерностям естественного зрительного восприятия, можно добиться полной иллюзии пространственности.

Таким образом, все рассматривавшиеся выше варианты системы перспективы передают близкие области пространства неполноценно: у системы ренессансной перспективы они передаются с большими геометрическими искажениями, у вариантов системы перспективы, основанной на закономерностях естественного зрительного восприятия, — с пониженной иллюзией пространственности.

Проведенное обсуждение схем, показанных на илл. 57, не является отвлеченной абстракцией. Чтобы проиллюстрировать сказанное, обратимся к полотну В. Беднова «Беление холстов» (илл. 58). Передний план этой картины близок к области полной константности, и поэтому ширина холстов на переднем плане почти постоянна. В ренессансной системе перспективы их уширение к переднему плану буквально бросалось бы в глаза. Художник явно предпочел здесь следовать геометрии зрительного восприятия (скорее всего, его изображение близко к варианту [I; 0] системы научной перспективы, правильно передающему ширину и глубину). И тогда аналогично илл. 57 передний план стал восприниматься не как горизонтальная поверхность, а как склон холма.

Достаточно полное изображение в любой системе перспективы обязательно содержит ошибки — отклонения от видимой геометрии. Выбор конкретного вида ошибок осуществляется художником, об этом уже достаточно много писалось. Здесь уместно добавить, что этот выбор может производиться не только с точки зрения минимизации ошибок передачи геометрии зрительного восприятия, но и с учетом получения нужных пространственных иллюзий. Правда, формализация этого выбора (в принципе возможная) затруднена тем, что неясно, каким образом численно оценивать иллюзию пространственности. Такое усиление пространственных иллюзий (в основном речь идет о близких областях пространства) должно осуществляться художником свободно, путем подчеркивания нужных признаков глубины. В тех случаях, когда при этом оказывается полезным изменять геометрию изображения, это нужно делать.

Возникает вопрос, нельзя ли как-то «обойти» возникшую трудность, дать некоторый дополнительный (к перекрытию) признак глубины, могущий скомпенсировать ослабленность или отсутствие второго признака глубины, в известной мере заменить его? Чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к илл. 59 А, на которой тоже изображен параллелепипед, как и на илл. 52, и тоже в аксонометрии. Однако если при взгляде на илл. 52 чувство глубины изображенного возникает и даже возникает связанное с ним восприятие параллелепипеда в легкой обратной перспективе, то ничего похожего при взгляде на илл. 59 А отметить невозможно. Суть этого

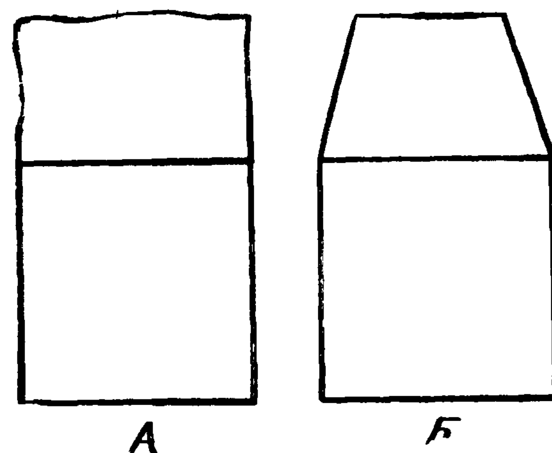


58. В. Беднов. «Беление холстов»

коренится в том, что вертикальная плоскость (фронтальная часть) параллелепипеда и его верхняя горизонтальная грань изображены графически неотличимым образом: обе показаны прямоугольниками с горизонтальными и вертикальными сторонами. Если бы использовать второй признак глубины, т. е. уменьшить на изображении ширину верхней грани с увеличением глубины, то изображение приобрело бы вид, показанный на илл. 59 Б. Здесь верхняя грань передана отличным от фронтальной грани образом, и, глядя на изображение, сразу ощущаешь их положение в пространстве — у горизонтальной грани то, что помещено на схеме выше, на самом деле будет «дальше», а у фронтальной грани более высокое на изображении является более высоким и в натуре. Такого естественного разделения изображения граней при взгляде на схему А сделать нельзя. Это связано с тем, что здесь смещения «вглубь» и «вверх» геометрически неотличимы.

Таким образом, если не пользоваться вторым признаком глубины, то единственным выходом из создавшейся трудности будет подчеркнутое разделение движений «вглубь» и «вверх». Это возможно и в аксонометрическом изображении, если, как это сделано на илл. 52, движение «вглубь» передавать на картине не смещением «вверх», а смещением «вкось», под некоторым углом к вертикальному и горизонтальному направлениям. На этом пути открывается возможность передачи геометрии естественного зрительного восприятия близких областей пространства неискаженной (например, в аксонометрии) и одновременно возбуждения иллюзии пространственности в «обход» второго признака глубины.

Вероятно, интуитивное понимание существа проблемы привело к тому, что в тех случаях, когда художники широко используют аксонометрические изображения (средневековое искусство, современные натюрморты), они всячески избегают изображения предметов по схеме 59 А и постоянно обращаются к схеме, приведенной на илл. 52. И это происходит при передаче облика не только трехмерных предметов, но и плоских, например поверхностей столов, лежащих ковров и т. п. Исключения из этого правила, связанные с изображением пола, земной поверхности, ковров, которые знает средневековое искусство (особенно Индии и Ирана), связано с обращением к так называемым *чертежным приемам*, не относящимся к перспективным изображениям и поэтому не рассматриваемым в настоящей книге. Эти способы изображения достаточно подробно рассмотрены в другом месте [2].



59. Схема изображений параллелепипеда

Рассмотрим еще один метод, который может в некоторых случаях оказаться весьма плодотворным. Речь идет о нарочитом подчеркивании второго признака глубины у какого-либо нейтрального элемента изображения, такого, у которого это подчеркивание не может вызвать ощущения искажения формы изображенного предмета. Чтобы пояснить сказанное, вернемся к рассмотрению картины А. П. Рябушкина «Ожидают выхода царя» (см. илл. 23.)

Если не обращать внимания на алую дорожку, по которой должен пройти царь, то в глаза бросается стремление художника избежать неестественных искажений масштабов, характерных для ренессансного варианта системы перспективы. Об этом говорят аксонометрический характер передачи голов ожидающих бояр (переданных без перспективных сокращений) и почти аксонометрическая передача досок пола у ног бояр. Все это заметно приближает изображение к геометрии естественного зрительного восприятия столь близкого пространства. Но одновременно именно эта аксонометричность снижает иллюзию пространственности. Однако здесь пространственность нужна по существу изображаемого, ведь царю предстоит идти вглубь, через анфиладу покоев. Чтобы усилить эффект пространственности, художник изображает доски у ног бояр «наискось», как об этом говорилось несколько выше, но главное — изображает алую,

[2] *Раушенбах Б. В.* Указ. соч., гл. VII и IX.

бросающуюся в глаза дорожку в подчеркнуто сильной прямой перспективе. Если доски пола характеризуются степенью сужения (по мере нарастания глубины), оцениваемой углом около 5°, то дорожка дана в сужении, превышающем 20°! Это, конечно, находится в сильном противоречии со всей остальной геометрией картины, но ведь только так и можно добиться нужных зрительных иллюзий.

Яркая, наклоненная и заметно суживающаяся полоса, пронизывающая всю картину (алый цвет дорожки виден и в следующей комнате, по пути следования царя), как бы создает ощущение большой глубины, а стоящие фигуры бояр невольно распределяются в глубину в зависимости от того, около какого места дорожки они стоят, и вне зависимости от того, в какой степени при изображении их фигур был учтен второй признак глубины.

Таким образом, иллюзию пространственности можно заметно усилить и в то же время не отходить от передачи геометрии естественного зрительного восприятия, если в основном, следуя последней, какой-то один объект передать в подчеркнуто сильной прямой перспективе. Важно лишь, чтобы этот объект был достаточно протяженным, и достаточно узким, т. е. таким, при котором заметное сужение не будет восприниматься как грубое нарушение естественного зрительного восприятия. Последнее требование подробно обсуждалось в главе 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учет работы мозга при зрительном восприятии позволяет по-новому построить учение о научной системе перспективы. Оно становится более адекватным естественному восприятию человеком пространства и заполняющих его предметов. В отличие от системы перспективы, рожденной эпохой Возрождения, новая система научной перспективы не сводится к какому-либо проектированию прямыми или искривленными лучами зрения, а носит аналитический характер. Это означает, что положение изображаемой точки на картинной плоскости находится не путем геометрических построений, а расчетным путем.

Переход от геометрии к аналитическим методам нельзя считать случайным. В этом переходе отражается существо процесса зрительного восприятия. Если глаз можно рассматривать как оптическое устройство, которое работает по законам геометрической оптики, то для мозга такой подход исключен. В структуре мозга нет никаких «экранов» (наподобие сетчатки глаза) или иных структур, которые позволили бы ограничиться одними геометрическими построениями. Это, конечно, не означает, что не может существовать простых и эффективных вспомогательных геометрических приемов перспективных построений, которые сводят вычисления к пренебрежимо малой величине и которые обычно и представляют для художника и искусствоведа основной интерес. Но эти (фактически основные) геометрические методы и приемы теоретически всегда будут вторичными.

Аналитический характер основ новой научной системы перспективы позволяет решать задачу, принципиально недоступную ренессансной системе перспективы: численное сравнение геометрии получаемого изображения с естественным зрительным восприятием. На этом пути открывается возможность определения ошибок (отклонений от естественного вúдения) в каждом конкретном перспективном изображении и уточнения характера этих ошибок (ошибки передачи масштаба, подобия и глубины).

Теоретический анализ ошибок изображения показал, что идеальной, безошибочной системы перспективы существовать не может. Любая научная система перспективы обязательно содержит ошибки, и поэтому при искусствоведческом анализе надо сравнивать перспективные построения с естественным зрительным восприятием, а не с какой-либо системой, принимаемой за научно правильную (до последнего времени такой считалась ренессансная). Проведенное сравнение разных вариантов научной системы перспективы убеждает в том, что эти разные варианты (в том числе и ренессансный вариант) отличаются друг от друга тем, на какие элементы изображения смещены неизбежные ошибки.

Многовариантность системы научной перспективы открывает возможность выбора того или иного варианта исходя из решаемой художником задачи. На этом пути в такую формализованную, основанную на законах психологии зрительного восприятия и математики область, как система научной перспективы, вторгается эстетическое начало. Выбор наилучшего варианта перспективных построений естественным образом становится зависимым от стоящей перед художником задачи. Это тем более правильно, что во многих случаях все варианты научной системы перспективы математически равноценны (характеризуются одной и той же величиной суммы ошибок).

В своей работе художник (интуитивно) выбирает тот или иной тип перспективных простроений, основываясь на свойственных им ошибках. Он выбирает такой вариант, в котором неизбежные ошибки смещены на наименее существенные (для его конкретной задачи) элементы. Так, например, он может предпочесть более правильную передачу глубины за счет искажений подобия и т. п. В практической работе, стремясь уменьшить ошибки в своей картине, художники нередко смещают их на те элементы, которые затем не надо изображать. Например, выбрав вариант, в котором неизбежные искажения смещены на изображение вертикалей, и получив на этом пути хорошую передачу горизонтальных плоскостей, художник пишет затем плоский ландшафт практически безошибочно, поскольку этот ландшафт вертикалей не содержит.

Наряду с возможностью (путем выбора подходящего варианта системы научной перспективы) перемещать теоретически неизбежные ошибки с одного элемента изображения на другой художник может воспользоваться еще одним свойством этих вариантов: разной суммой ошибок для разных планов. Если перед ним не стоит задача изображения всего пространства — от основания картины до горизонта, то у него почти всегда имеется возможность выбора такого варианта, у которого наибольшие ошибки смещены на план, не подлежащий изображению.

Чтобы сделать искусствоведческий анализ применяемых художником перспективных построений более содержательным, надо обнаружить тот

вариант научной системы перспективы, к которому тяготеет изучаемое художественное произведение. При этом не только сам вариант, но и допускаемые художником отклонения от него могут многое сказать искусствоведу. При таком подходе удобно обращение к геометрическим схемам основных типов изображения, соответствующих разным вариантам перспективных построений. Их можно строить, воспользовавшись Приложением 2, понимание которого не требует чтения математической части книги. Примеры подобных схем для интерьера и открытого пространства приводились выше, а их использование иллюстрировалось путем рассмотрения произведений ряда художников.

Анализ картин (интерьер, пейзаж) показал, что художники, как правило, предпочитают различные варианты перспективы, которым свойственна хорошая передача глубины. В этом, вероятно, сказывается понятное стремление художников к передаче пространственности на плоскости картины.

Все сказанное вовсе не означает, что художники не имеют права отклоняться от любого варианта системы перспективы. Однако только сравнение картины с возможными вариантами перспективных построений позволяет понять, в чем и насколько отлоняется художник не только от этих вариантов, но и от закономерностей естественного ви́дения. Более того, нередко можно понять и цели, которые преследовал художник. Это весьма существенно при анализе художественного творчества.

В рамках развитой системы научной перспективы находят свое место и такие системы, как аксонометрия и слабая обратная перспектива. Обе являются родственными и совершенно естественными вариантами научной системы перспективы. Они правильно передают зрительное восприятие очень близких пространств, находящихся на расстоянии 2—3 м от смотрящего. На таких расстояниях в угол нормального видения могут попадать лишь отдельные предметы, поэтому и аксонометрия и слабая обратная перспектива являются способами передачи формы, объема предмета, а не целостного пространства. Интересно отметить, что аксонометрия представляет собой редкий пример абсолютно безошибочного способа изображения близкого и небольшого предмета. Здесь интуитивная «хитрость» художников сводится к тому, что неизбежные ошибки смещаются ими в область горизонта, а горизонт, как известно, в аксонометрии не изображается.

Наряду с задачей правильной передачи геометрии естественного ви́дения не менее актуальной может оказаться и задача получения нужной иллюзии пространственности. В последней главе показано, что эти две задачи находятся в сложной взаимосвязи и точная передача геометрии зрительного восприятия далеко не всегда приводит к адекватности естественному зрительному восприятию иллюзии пространственности. Для усиления этой иллюзии при созерцании картины важна не правильная передача геометрии зрительного восприятия, а правильная передача признаков глубины.

Часть вторая

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ



Раздел первый

ИЗОБРАЖЕНИЕ И ЗРИТЕЛЬНОЕ ВОСПРИЯТИЕ

§ 1. Вводные замечания

Настоящая книга посвящена общей теории перспективы. Перспектива — один из разделов геометрического учения об изображении объемно-пространственных свойств как находящихся в объективном пространстве тел, так и самого пространства. Определим перспективу как учение о методах изображений объективного пространства и находящихся в нем тел в соответствии со зрительным восприятием этого пространства человеком.

Здесь уместно подчеркнуть, что человек имеет дело с двумя различными пространствами. Одно из них — это то, которое существует объективно, в котором мы живем. Другое — пространство зрительного восприятия (будем называть его *перцептивным пространством*),— это то, которое возникает в человеческом сознании в результате работы системы зрительного восприятия. Хотя эти два пространства и связаны между собой (второе возникает как отражение первого), они являются геометрически различными пространствами. Лучше всего это различие пояснить примером: в объективном пространстве рельсы параллельны, в перцептивном сходятся в точку на линии горизонта. Передача геометрии объективного пространства на плоскости — задача черчения и его теоретической основы — метода ортогональных проекций. Математическое учение о передаче на плоскости геометрии перцептивного пространства — содержание теории перспективы.

Теория перспективы основана на психологии зрительного восприятия человека и математике, позволяющей формализовать выводы психологии и дать алгоритм построения на плоскости картины изображения геометрии перцептивного пространства. Из сказанного видно, что эта теория перспективы ни в малейшей степени не базируется на опыте художественного творчества, а носит независимый от него объективный характер. Поэтому ее нередко называют *научной перспективой*.

В своей практике художники разработали методы изображения перцептивного пространства на плоскости картины задолго до появления теории перспективы. После появления в эпоху Возрождения научной перспективы многие художники тем не менее систематически отклонялись от ее строгих правил для усиления выразительности своих произведений. Поэтому можно говорить о существовании, помимо научной перспективы, еще и художественной перспективы. Последняя не имеет четких законов, она

тесно связана с художественным образом и изменяется при переходе от эпохи к эпохе и от одного региона к другому. Это не теория в строгом смысле слова, скорее это сводка практических правил, учитывающих традицию культуры. В настоящее время художественная перспектива нередко опирается на те или иные положения научной перспективы, но, вообще говоря, не совпадает с ней. Настоящая книга посвящена только научной перспективе.

Сегодня теория научной перспективы должна быть способной ответить на вопросы о том, как наилучшим образом передать на плоскости картины геометрию зрительного восприятия пространства (художник, конечно, не обязан ей следовать), а при искусствоведческом анализе художественных произведений ответить на вопросы о том, где (в каких деталях), в какую сторону и насколько отошел художник от протокольно точной передачи своего зрительного восприятия для усиления выразительности, а где он строго следовал ему. Такой анализ может оказаться весьма полезным при попытках постичь творческие методы и замыслы художника.

Поскольку теория научной перспективы опирается на психологию зрительного восприятия, рассмотрим некоторые вопросы, связанные с последней. Прежде всего следует учитывать, что зрительное восприятие является итогом работы сложной по структуре и используемым алгоритмам обработки информации системы зрительного восприятия человека. Эту систему (сильно упрощая проблему) можно представить как составленную из двух последовательно работающих звеньев: глаза и мозга. Глаз дает первичную информацию, которая после обработки ее мозгом приводит к тому, что мы в повседневной жизни называем ви́дением. Таким образом, глагол «видеть» надо всегда понимать как деятельность системы глаз + мозг. Будет грубой ошибкой, если кто-либо станет утверждать, что человек видит глазами; глаз сам по себе не в состоянии образовать пространство зрительного восприятия. В силу сказанного такие понятия, как видеть, ви́дение, видимый образ, видимый размер, видимое пространство и т. п., будут всюду в настоящей книге обозначать только итог совместной работы глаза и мозга. Следовательно, научная перспектива есть учение о методах изображения перцептивного пространства, образованного работой системы глаз + мозг.

Чтобы приступить к разработке теории перспективы, необходимо кратко охарактеризовать работу глаза и мозга в процессе зрительного восприятия объективного пространства и расположенных в нем тел.

С достаточной для последующего изложения полнотой работа глаза может быть описана на основе оптико-геометрических представлений. Во многом устройство глаза напоминает устройство фотоаппарата. У глаза роль объектива играет хрусталик, а роль фотопленки — сетчатка (ретина). Они определяют поле (угол) зрения, которому иногда удобно придавать геометрическую наглядность, вводя понятие *зрительного конуса*. Последним термином будем обозначать коническую поверхность, вершина которой совпадет с глазом (причем ось конуса, называемая также *главным лучом зрения*, совпадет с направлением взора) и которая разбивает объективное пространство на две части: видимую (она лежит внутри зрительного конуса) и лежащую вне зрительного конуса область объективного пространства, невидимую при заданном направлении взора.

Существенной особенностью зрения является его неравномерность. Центральная (фовеальная) часть сетчатки характеризуется большим числом светочувствительных клеток, в то время как на периферии их во много раз меньше. Это приводит к тому, что центральная часть поля зрения характеризуется высоким разрешением (высокой четкостью зрительного восприятия), а периферийные участки поля зрения — низким разрешением (низкой четкостью зрительного восприятия). Сказанное удобно представить себе как существование двух зрительных конусов: описанного выше и соосно лежащего внутри него сравнительно малого зрительного конуса четкого ви́дения. Если зрительный конус характеризуется большим углом при вершине (порядка 160°), то конус четкого видения много меньше, у него угол при вершине составляет примерно 7°. Основную роль в зрительном восприятии играет конус четкого ви́дения. Малый угол при вершине этого конуса компенсируется высокой подвижностью глаза. Человек постоянно изменяет направление своего взора и осматривает таким образом нужные области пространства с высоким разрешением.

Сигналы, снимаемые с сетчатки глаза, поступают в конечном итоге в мозг, который строит на их основе перцептивное пространство (пространство зрительного восприятия). Таким образом, главная задача мозга — создать по двумерному ретинальному изображению (изображению, образованному оптической системой глаза на сетчатке) образ трехмерного перцептивного пространства, являющегося отражением (не зеркальным — точным!) объективного пространства. Перцептивное пространство не совпадает по своим геометрическим свойствам с объективным, но исходя из биологических требований, порожденных борьбой за существование, первое должно быть приближено ко второму в возможно большей степени, особенно для биологически важных близких его областей. Этой задаче служит ряд специфических процессов, свойственных системе зрительного восприятия, которые получили условное наименование *механизмов константности*.

Для последующего изложения основной интерес представляют два механизма, определяющие геометрию перцептивного пространства: механизм константности величины и механизм константности формы. Первый из этих механизмов предназначен для компенсации искажений, которые возникают в ретинальном изображении вследствие оптических законов образования этого изображения. По понятным причинам величина изображения одного и того же предмета на сетчатке глаза будет обратно пропорциональна расстоянию до него. Но ведь в объективном пространстве размер предмета не зависит от этого расстояния. Механизм константности величины стремится скомпенсировать этот недостаток, как бы уменьшая видимые размеры слишком близких объектов (руки, поднесенной к глазу) и увеличивая размеры удаленных объектов (из этого следует, что существует некоторое расстояние, на котором объект виден в своей истинной величине без какого-либо «вмешательства» механизма константности величины). В результате действия механизма константности величины близкие области пространства нередко характеризуются полной константностью, т. е. видимые размеры предмета становятся независимыми от расстояния до него. Только для средних и больших удалений наблюдается достаточно интенсивное уменьшение видимых размеров предметов

с увеличением расстояний до них, но и здесь это уменьшение не столь значительно, как на ретинальном изображении. Важно отметить, что этот механизм константности действует лишь по отношению к ретинальным изображениям тех областей пространства, которые охватываются конусом четкого видения. Периферическое зрение, как говорят, аконстантно, т. е. в нем не происходит сложных преобразований ретинального изображения, о которых шла речь. Таким образом, преобразованное механизмом константности величины поле четкого ви́дения окружено большим полем нечеткого периферического зрения, геометрия которого близка к геометрии ретинального изображения. Ниже речь будет всюду идти о процессе зрительного восприятия пространства, охватываемого конусом четкого видения, поскольку именно оно дает основную зрительную информацию.

Механизм константности формы действует только на сравнительно малых расстояниях (поэтому он играет в теории перспективы подчиненную роль). Суть этого механизма та же, что и предыдущего,— компенсация «неправильностей» ретинального изображения. Оптическая система глаза передает неправильно (по сравнению с объективно существующими) формы предметов. Например, окружность, видимая в ракурсе, дает на ретинальном изображении овал. Механизм константности формы приближает видимую форму к объективной и приводит к тому, что человек видит этот круг менее овальным и более круглым, чем его ретинальное изображение.

Помимо двух названных механизмов константности, психология знает и другие, например механизм константности цвета, по которому человек видит мел всегда белым, а уголь черным, хотя в солнечный день уголь отражает больше света, чем мел в пасмурный. Однако такие механизмы, как не имеющие геометрической природы, ниже рассматриваться не будут.

Поставив перед собой задачу наиболее точной передачи геометрии зрительного восприятия на плоскости картины, надо уточнить вопрос о том, какие именно свойства этой геометрии будут передаваться наиболее точно. Ниже будет постоянно говориться, что, например, размеры некоторых тел, расстояния между ними и т. п. передаются в соответствии со зрительным восприятием. Это надо понимать в том смысле, что правильно передаются соответствующие угловые размеры. Если мысленно провести лучи зрения из глаза в две точки, ограничивающие, например, ширину созерцаемого предмета, то эти прямые будут направлены под известным углом друг к другу и этот угол передаст в некотором смысле наблюдаемую ширину. Правда, эта угловая «ширина» определит лишь соответствующее расстояние в ретинальном изображении и, следовательно, не будет еще «видимой» шириной, поскольку она еще не подверглась преобразованию мозгом. Механизм константности величины изменит должным образом размеры, обусловленные ретинальным изображением, и этой измененной величине и будет соответствовать видимая ширина. Лучше всего представить себе, что механизм константности изменяет должным образом саму ширину наблюдаемого объекта, и тогда прямые, проведенные из мысленных точек, ограничивающих эту измененную ширину, в глаз смотрящего, и определяют ее видимую угловую величину.

Чтобы возможно более точно передать эту видимую величину на плоскости картины, можно поступить следующим образом (рис. 1.1). Пусть

в точке A расположен глаз, а плоскость K — плоскость картины (картинная плоскость). Пространство, лежащее по другую относительно точки A сторону картинной плоскости, будем называть *картинным пространством* — именно оно и подлежит изображению. Пусть далее наблюдается объект, находящийся в картинном пространстве и имеющий объективную ширину BC. Механизм константности величины как бы изменит его до величины $B'C'$. Соединив прямыми лучами точки B' и C' с глазом A, получим видимый угловой размер наблюдаемой ширины α. Найденные лучи определят на картинной плоскости точки b и c. Отрезок bc уместно назвать *изображением* видимого размера объективной ширины BC, поскольку из точки A они оба видны под углом α. Чтобы это рассуждение было безупречным, надо предположить, что плоскость картины K находится от глаза A на таком расстоянии, на котором предметы воспринимаются в их истинной величине, и поэтому механизм константности величины не изменит длины отрезка bc.

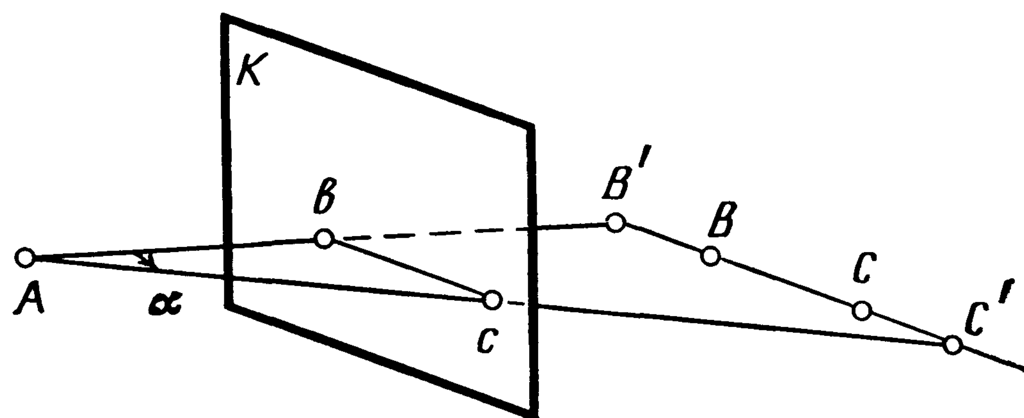


РИС. 1.1.

Сказанное требует двух уточнений. Первое из них почти очевидно: углы, образованные всеми лучами типа лучей Ab и Ac, должны быть по возможности перпендикулярны к плоскости картины. Это необходимо, чтобы не получить на картине искажений, хорошо известных из классической теории перспективы, когда шар проектируется на плоскость картины в виде эллипса, и т. п. Второе уточнение касается расстояния между глазом A и картинной плоскостью K. Известно, что картину можно рассматривать с разных расстояний. Но тогда отрезок bc будет виден под разными углами, и это, казалось бы, нарушает условие видимости предмета в его «истинной величине». Дело в том, что человек судит об адекватности переданного на картине естественному зрительному восприятию не по абсолютной величине угла α, а по соотношениям между собой подобных углов, характеризующих размеры разных предметов. Пусть угол α определяется отрезком bc, а другой отрезок $b'c'$ на той же картине (на рисунке не показан) определяет угол α'. Если подойти к картине вдвое ближе, то первый угол станет равным 2α, а второй — $2\alpha'$, т. е. их относительные размеры сохранятся. По этой же причине картина и ее репродукция могут быть различных величин. Следовательно, введенное выше условие, по которому расстояние от глаза A до плоскости картины K выбирается специальным образом, является условием, упрощающим рассуждения, не более.

Созданная в эпоху Возрождения система перспективы имеет аналогичную геометрическую природу. Ниже она будет всюду именоваться *ренессансной системой перспективы*. Это наименование говорит лишь о времени ее рождения и ни в коем случае не означает, что художники эпохи Возрождения слепо следовали ей. Отличие ренессансной системы перспективы от рассмотренной выше заключается в том, что изображение на картинной плоскости получается (см. рис.1.1) не путем визирования из точки A видимого размера $B'C'$ изображаемого объекта, а путем визирования из точки A его объективного размера BC. В этом случае изобра-

жение изменит свою величину и станет (в рассматриваемом примере) меньше, чем *bc*. Это отличие двух систем связано с тем, что размер *bc* получен с учетом работы глаза и мозга, в то время как в ренессансной системе перспективы учитывается лишь работа глаза, мозг же и его деятельность полностью игнорируются.

Систему перспективы, в которой учитывается и работа мозга, будем далее называть *перцептивной*, поскольку ее задача — изобразить перцептивное пространство. Это наименование будет использоваться преимущественно в тех случаях, когда окажется целесообразным подчеркивать некоторые ее свойства, отличающие эту систему от ренессансной. Однако во многих случаях разница между этими двумя системами подчеркиваться не будет, поскольку настоящая книга посвящена *общей* теории научной перспективы. К тому же, как будет показано ниже, ранессансная система перспективы может рассматриваться как частный случай перцептивной.

Работая над своим произведением, художник нередко стремится не только к передаче геометрии зрительного восприятия, но и к созданию иллюзии пространственности. Как показывает анализ проблемы, эти две задачи — правильная передача геометрии зрительного восприятия и создание иллюзии пространственности — находятся в сложном взаимоотношении друг с другом, и идеально точная передача геометрии перцептивного пространства вовсе не означает получение максимальной иллюзии пространственности. Поэтому проблеме создания иллюзии пространственности посвящен в настоящей книге специальный параграф (§ 7).

§ 2. Передача на картинной плоскости закономерностей зрительного восприятия

В настоящем параграфе (и всюду в книге, кроме мест, оговоренных особо) будут рассматриваться только эффекты, связанные с механизмом константности величины, свойственным сравнительно узкому зрительному конусу четкого ви́дения.

Зрительное восприятие человека двухступенчатое. Первой ступенью является образование изображения внешнего пространства на сетчатке глаза, а второй — воссоздание на этой основе облика внешнего пространства в человеческом сознании.

Образовавшаяся на сетчатке глаза двумерная картина называется *ретинальным изображением* или *сетчаточным образом*. Введенное здесь понятие «сетчатый образ» является весьма условным, в нем не учтена неоднородность сетчатки, подвижность глаза и ряд других обстоятельств. Тем не менее это очень полезное и удобное понятие, являющееся идеализацией совокупного эффекта первой ступени зрительного восприятия.

Ретинальное изображение само по себе не содержит никакой информации о расстояниях до предметов, образы которых возникли на сетчатке глаза. Поэтому для построения трехмерного пространства зрительного восприятия (перцептивного пространства) необходимо привлечение дополнительной информации. Эта переработка сетчатого образа на основе использования дополнительной информации и является второй ступенью процесса зрительного восприятия.

Важной составной частью дополнительной информации является оценка расстояний до объектов, отраженных в ретинальном изображении. Эта оценка производится подсознательно на основе признаков глубины. Признаки глубины удобно разбить на монокулярные и бинокулярные. Первые действуют и при созерцании объективного пространства одним глазом, вторые — лишь при бинокулярном зрении.

К монокулярным признакам глубины относятся: перекрытие — более близкие предметы могут заслонять собой более далекие; уменьшение размеров предметов на сетчатке глаза по мере их удаления от зрителя; воздушная перспектива — далекие предметы видны менее четко и как бы через голубую дымку; далекие предметы видны приближенными к линии горизонта; большие предметы (крепостные башни и т. п.), освещенные солнцем, оказываются затененными различным образом, и наблюдаемая система теней способна дать представление о более близких и более далеких частях этих предметов; двигательный параллакс — если двигать головой, то близкие предметы будут смещаться относительно далеких, степень этого относительного смещения будет говорить о близости или удаленности предметов.

К бинокулярным признакам глубины относятся: конвергенция — такой поворот оптических осей глаз в направлении рассматриваемого предмета, при котором эти оси пересеклись бы в месте расположения предмета; о величине поворота осей человек судит по усилиям, развиваемым глазными мышцами; диспаратность — даже если оптические оси глаз параллельны, то в силу того, что глаза разнесены, изображения, полученные левым и правым глазом, оказываются различными, причем тем более различными, чем ближе предметы к смотрящему.

Помимо зрительных признаков глубины, информацию о расстояниях до предметов дают так называемые *осязательно-кинестетические представления* — результат опыта контактов с окружающей средой, накопленного в процессе человеческой жизни и связанного с узнаванием наблюдаемых объектов.

Практика показывает, что все эти источники информации дают в совокупности правильное представление о расстояниях до наблюдаемых объектов. Поэтому ниже будет приниматься, что расстояние до любой точки картинного пространства известно с нужной степенью точности.

Как уже говорилось, при образовании перцептивного пространства зрительного восприятия информация, полученная на сетчаточном уровне, трансформируется, в частности изменяются видимые размеры объектов. Процесс этот достаточно сложен, но для придания ему наглядности будем говорить о том, что сетчаточный образ подвергается соответствующим растяжениям, понимая, однако, что это лишь упрощенная картина сложных процессов. Для последующего анализа это упрощенное представление достаточно. Если говорить о механизме константности величины, то связанные с ним растяжения сетчаточного образа являются только функцией расстояния до наблюдаемого объекта.

Будем описывать действие механизма константности величины некоторой функцией преобразования F, зависящей от дистанции D до созерцаемого объекта. Определим ее в качестве «поправочного множителя» к восприятию, строго следующему сетчаточному образу объекта, точнее, его

размеру в направлении, перпендикулярном к линии взора, как бы к его «проективной ширине» s_1. Это позволяет пользоваться имеющимися данными экспериментов, всегда сводившихся к сравнению «видимой ширины» объекта s^* с шириной, которая соответствовала бы сетчаточному образу, т. е. связать s^* и s_1 следующим равенством:

$$s^* = s_1 F(D). \tag{2.1}$$

Напомним, что величина L_0 — расстояние, на котором ширина объекта видна наиболее естественной. Ниже будем считать, что картинная плоскость находится на расстоянии L_0. Это предположение позволяет утверждать, что соответствующий сетчаточный образ s_1 человек считает для данного объекта естественным и поэтому не нуждающимся в преобразовании. Но тогда

$$F(L_0) = 1. \tag{2.2}$$

Сделанное предположение, что картинная плоскость всегда находится на расстоянии L_0 от художника, сильно упрощает задачу и ни в коей мере не может его стеснить. Если фактически расстояние до картинной плоскости равно L_0', то сказанное лишь означает, что идеальную картину, полученную при расстоянии от глаза художника до картинной плоскости равном L_0, следует уменьшить (или увеличить) в отношении L_0'/L_0. Конечно, эту мысленную операцию не следует осуществлять фактически — художник сразу может писать картину в нужном масштабе. Что касается величины естественного расстояния L_0, то оно зависит от размеров созерцаемого предмета: для карандаша оно одно, а для лыж — другое. Вводя ниже некоторое расстояние L_0, будем считать, что оно выбрано с учетом картины в целом. Уточнение этого расстояния, как правило, излишне.

В качестве независимой переменной удобнее пользоваться не дистанцией D, а расстоянием от картинной плоскости до объекта изображения L, причем очевидно, что $D = L_0 + L$. Что касается величины L, то ее целесообразно писать в безразмерной форме, отнеся к расстоянию L_0:

$$\bar{L} = L/L_0. \tag{2.3}$$

Ниже будут часто использоваться безразмерные линейные величины, и тогда черта над буквой будет означать отнесение их к L_0. Так, некая линейная величина x в принятых безразмерных переменных будет определяться следующим образом:

$$\bar{x} = x/L_0. \tag{2.4}$$

В тех случаях, когда будут использоваться иные безразмерные линейные величины, это будет делаться путем введения других обозначений.

В связи с введением безразмерной переменной $\bar{L}$ формула (2.1) приобретет вид

$$s^* = s_1 F_1(\bar{L}), \tag{2.5}$$

где $F_1(\bar{L}) = F(D)$.

Функция $F_1(\bar{L})$ обладает почти очевидными свойствами: $F_1(0) = 1$ (по определению, равенству $\bar{L} = 0$ соответствует $D = L_0$), она будет мо-

нотонно возрастающей (ибо механизм константности будет стремиться действовать все более энергично по мере увеличения $\bar{L}$) как следствие этих двух свойств — всюду положительной, непрерывной (никто никогда не наблюдал скачкообразных изменений восприятия пространства в связи с изменением $\bar{L}$) и имеющей верхний предел (психофизиологические явления не могут характеризоваться бесконечно интенсивными процессами).

Как уже говорилось, зрительное восприятие близких от смотрящего областей объективного пространства нередко характеризуется полной константностью. Пусть созерцается предмет шириной S и ретинальное изображение его ширины будет s'. Поскольку линейные размеры сетчаточного образа обратно пропорциональны расстоянию до созерцаемого объекта, то можно записать отношение (одинаковыми штрихами обозначены соответственные значения s и L)

$$\frac{s''}{s'} = \frac{L_0 + L'}{L_0 + L''}.$$

Пусть теперь s'' соответствует $L'' = 0$, т. е. самой близкой к смотрящему области картинного пространства. Тогда сетчаточный образ для любого расстояния L будет связан с сетчаточным образом для $L = 0$ условием пропорциональности

$$s' \sim \frac{L}{L_0 + L} = \frac{1}{1 + \bar{L}}. \qquad (2.6)$$

Полная константность на малых расстояниях означает, что видимая величина объекта s^* не изменяется при изменении дистанции до него, что возможно только в том случае, если в малой окрестности $\bar{L} = 0$ с помощью функции $F_1(\bar{L})$, связывающей s_1 и s^* по формуле (2.5), происходит полная компенсация зависимости сетчаточного образа от $\bar{L}$, описываемой соотношением (2.6). [Здесь существенно используется то очевидное обстоятельство, что сетчаточный образ s' и размер s_1 (по определению, строго следующий сетчаточному образу) пропорциональны.] Это возможно, если «поправочный множитель» $F_1(\bar{L})$ будет

$$F_1(\bar{L}) = 1 + \bar{L}. \qquad (2.7)$$

Следовательно, в области полной константности

$$F_1'(\bar{L}) = 1, \qquad (2.8)$$

что является еще одним условием, которое можно наложить на функцию $F_1(\bar{L})$ в точке $\bar{L} = 0$.

Приведенные здесь общие свойства функции $F_1(\bar{L})$ недостаточны, конечно, для численного анализа проблемы. Определение этой функции возможно путем постановки специальных экспериментов по психологии зрительного восприятия. Частично подобные эксперименты описаны в Приложении 1. Аналитические выражения для $F_1(\bar{L})$, основанные на упомянутых опытах, будут приведены ниже.

Найдем видимую величину некоторой ширины, измеряемой в направлении, перпендикулярном к лучу зрения, и равной S. На рис. 2.1 прямой CB дан луч зрения, а отрезок $AB = S$ есть созерцаемая ширина объекта. В точке C находится хрусталик глаза, и ширина S дает на сетчатке R

ретинальное изображение s'. Если на расстоянии L_0 от хрусталика расположить картинную плоскость K, то луч AC определит на ней отрезок s_1, соответствующий как ширине S, так и сетчаточному образу s'. Одновременно отрезок s_1 будет изображением S в системе ренессансной перспективы, которая, как известно, получается проектированием из центра, совпадающего с точкой зрения. Из рис. 2.1 очевидно, что

$$s_1 = S \frac{L_0}{L_0 + L} = S \frac{1}{1 + \bar{L}}, \tag{2.9}$$

но тогда видимая величина ширины S, которую, как и ранее, обозначим s^*, будет в соответствии с формулой (2.5) равна

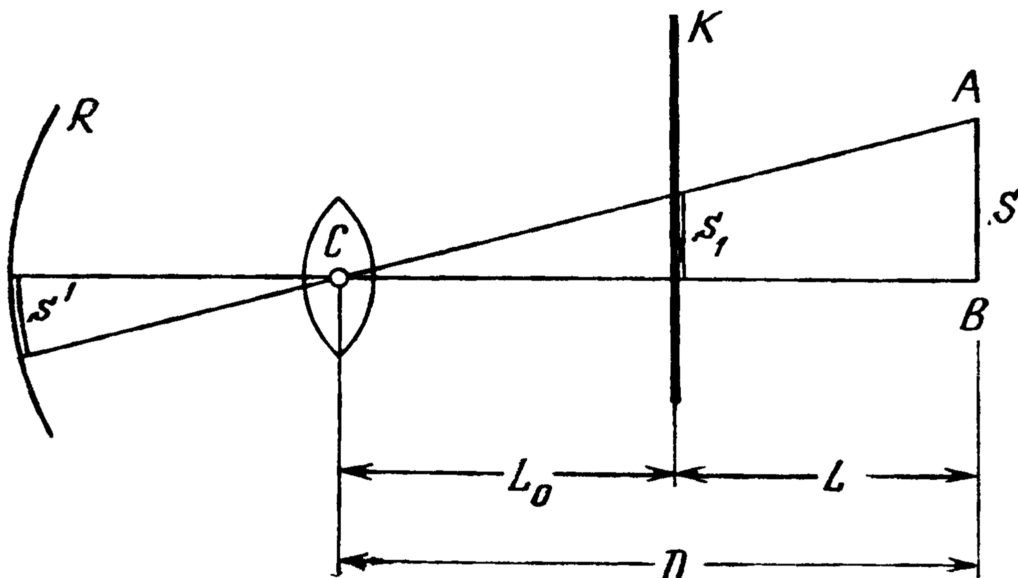


РИС. 2.1

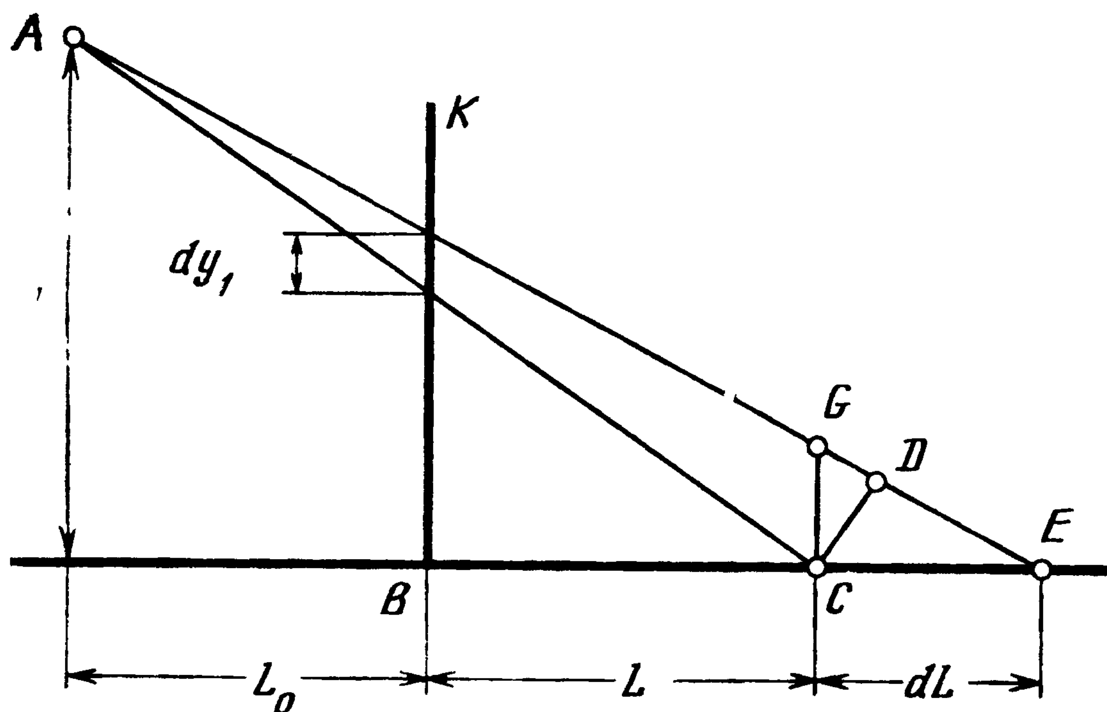


РИС. 2.2

$$s^* = s_1 F_1(\bar{L}) = S F_2(\bar{L}), \tag{2.10}$$

где

$$F_2(\bar{L}) = F_1(\bar{L})/(1 + \bar{L}). \tag{2.11}$$

Из свойств функции $F_1(\bar{L})$ следует, что функция $F_2(\bar{L})$ является положительной и $F_2(\infty) \to 0$.

Полученные соотношения дают основание для некоторых заключений. Прежде всего отметим, что для получения одинаковых сетчаточных образов от натуры и ее изображения следует пользоваться системой ренессансной перспективы, поскольку объект S и его изображение по правилам ренессансной перспективы s_1 дали один и тот же сетчаточный образ s'. При этом фактическая форма сечатки R никакой роли не играет. Поэтому делавшиеся попытки уточнения системы перспективы путем учета формы сетчатки смысла не имеют. Далее изображение, построенное показанным на рисунке проектированием, при условии, что картинная плоскость расположена на расстоянии наиболее естественного видения L_0, даст вводившуюся выше без строгого определения видимую ширину объекта, соответствующую сетчаточному образу, поскольку для дистанции $D = L_0$ (т. е. $\bar{L} = 0$) функция $F_1(\bar{L}) = 1$. Наконец, тождественность сетчаточного образа, порожденного натурой, и сетчаточного образа, порожденного картиной, выполненной в системе ренессансной перспективы, позволяет условно утверждать, что в системе ренессансной перспективы изображается сетчаточный образ.

Формула (2.10) дает видимую величину линейного отрезка, перпендикулярного к линии взора. Получим теперь выражение для видимой величины отрезка прямой, параллельной линии взора.

На рис. 2.2 глаз художника предполагается находящимся в точке A на расстоянии H от прямой, содержащей изображаемый отрезок BE. Пусть взор смотрящего направлен в некоторую точку изображаемого отрезка C. Тогда элементарный отрезок $CE = dL$ будет соответствовать видимой ширине CD, изображение которой по правилам ренессансной перспективы на картинной плоскости K будет равно dy_1. Подобие треугольников позволяет написать

$$dy_1 = \frac{HL_0}{(L_0 + L)^2} dL = H \frac{d\bar{L}}{(1 + \bar{L})^2},$$

откуда видимая величина рассматриваемого элементарного отрезка будет

$$dy^* = H \frac{F_1(\bar{L})}{(1 + \bar{L})^2} d\bar{L},$$

а следовательно, видимая величина отрезка BC, простирающегося от картинной плоскости на расстояние L, будет равна

$$y^* = HF_3(\bar{L}), \tag{2.12}$$

где

$$F_3(\bar{L}) = \int_0^{\bar{L}} \frac{F_1(\bar{L})}{(1 + \bar{L})^2} d\bar{L}. \tag{2.13}$$

То обстоятельство, что все стоящие под знаком интеграла функции положительны, приводит к заключению, что функция $F_3(\bar{L})$ является положительной и монотонно возрастающей. Существование конечного верхнего предела функции $F_1(\bar{L})$ при $\bar{L} \to \infty$ позволяет утверждать, что функция $F_3(\bar{L})$ тоже имеет конечный верхний предел.

Здесь уместно небольшое отступление. Определяемая формулами (2.12) и (2.13) видимая величина отрезка BC (на рис. 2.2) дает размер, который надо отложить по вертикали на картинной плоскости. Это, как уже говорилось выше при обсуждении рис. 1.1, определит видимый угловой размер, в данном случае — удаленности. Именно этот угловой размер и будет ниже всюду пониматься как «видимая величина удаления». Вполне естественно, что даже при созерцании протяженности от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$ видимый угловой размер этой удаленности будет конечной величиной, что формально следует из существования конечного верхнего предела функции $F_3(\bar{L})$. Если же говорить о зрительном восприятии ощущения удаленности в натуре (а не ее изображения на картинной плоскости), то, обозначив эту удаленность $\bar{L}^*$, можно получить следующее выражение для ее определения (соответствующий вывод здесь опущен):

$$\bar{L}^* = 1 + \int_0^{\bar{L}} \frac{F_1(\bar{L})}{1 + \bar{L}} d\bar{L}.$$

Легко видеть, что при $\bar{L} \to \infty$ зрительно ощущаемая удаленность $\bar{L}^*$ тоже будет стремиться к бесконечности. Следовательно, бесконечно удаленную протяженность человек будет в натуре ощущать как бесконечно

удаленную, и лишь на картинной плоскости она обретет конечный размер как расстояние от основания картины до линии горизонта.

Функции $F_1(\bar{L})$, $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ будут в дальнейшем играть определяющую роль в исследовании возможных вариантов системы научной перспективы, поэтому ознакомление с типичными зависимостями их от $\bar{L}$ представляет несомненный интерес. Эксперименты, описанные в Приложении 1, показали, что зрительное восприятие человека зависит от условий наблюдения, в частности оно несколько различается для открытого пространства и закрытых помещений. Поэтому полезно ввести два типа функции $F_1(\bar{L})$: для открытого пространства и закрытых помещений. Они однотипны, но несколько отличаются численными константами, входящими в них. Экспериментальные зависимости хорошо описываются функцией

$$F_1(\bar{L}) = \frac{1-(az+bz^n)}{1-z}, \qquad (2.14)$$

где

$$z = \bar{L}/(1+\bar{L}). \qquad (2.15)$$

Здесь предполагается, что $n > 1$, а $a + b = 1$. Последнее условие необходимо для того, чтобы при $\bar{L} \to \infty$ функция $F_1(\bar{L})$ не стремилась бы к бесконечности, поскольку выше было установлено, что она имеет верхний предел.

Из соотношения (2.14) видны некоторые свойства предложенной функции. Для $\bar{L} = 0$ функция $F_1(0) = 1$, а ее производная $F_1'(0) = 1 - a$. Последнее соотношение указывает, что полная константность возможна лишь при $a = 0$. Верхний предел введенной функции, который соответствует $\bar{L} \to \infty$, равен $F_1(\infty) = a + bn$. Он характеризует степень увеличения масштаба изображения области пространства, лежащей у горизонта, в случае следования естественному зрительному восприятию сравнительно с масштабом, соответствующим системе ренессансной перспективы, если масштабы обоих изображений при $\bar{L} = 0$ уравнены.

Эксперименты дают следующие значения констант:

$$\left.\begin{array}{l}\text{для открытого пространства}\\ \quad a = 0{,}25; \quad b = 0{,}75; \quad n = 5;\\ \text{для неглубоких закрытых помещений}\\ \quad a = 0; \quad b = 1; \quad n = 4.\end{array}\right\} \qquad (2.16)$$

Из этих численных данных следует, что полная константность для малых расстояний от смотрящего свойственна зрительному восприятию в закрытых помещениях, а верхний предел функции $F_1(\bar{L})$ в обоих случаях равен 4.

Конечно, и предложенная форма записи функции $F_1(\bar{L})$ и полученные численные зависимости не могут претендовать на универсальность. Поэтому ниже при теоретическом анализе форма записи (2.14) нигде использоваться не будет, для такого анализа достаточно знания общих свойств введенных функций. Что касается численного анализа задачи, то здесь будут использоваться форма записи (2.14) и найденные константы (2.16). Надо добавить, что переход к какой-либо иной форме записи функции $F_1(\bar{L})$

и использование для ее нахождения каких-либо других экспериментов не смогут изменить основных выводов, полученных в настоящей работе.

На рис. 2.3 приведены зависимости $F_1(\bar{L})$, $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ для открытого (b) и закрытого (a) пространств. Предельные значения приведенных функций равны: $F_1(\infty) = 4$, $F_2(\infty) = 0$, $F_3(\infty) = 1{,}9625$ для открытого пространства и $F_3(\infty) = 2{,}0833$ для закрытого. Из графиков видно, что графики функций F, соответствующих закрытым помещениям, идут несколько выше соответствующих графиков для открытого пространства.

Полученные в настоящем параграфе соотношения достаточны для построения общей теории перспективы. Казалось бы, полученные выше соотношения позволяют передавать протокольно точно видимую геометрию, т. е. таким образом, чтобы отрезки прямых, видимые одинаковыми, изображались бы имеющими одинаковую длину, параллельные отрезки — параллельными и т. д. Однако ниже будет показано, что подобная идеальная передача геометрии зрительного восприятия, вообще говоря, невозможна. Любое достаточно полное изображение картинного пространства на картинной плоскости будет обязательно содержать ошибки — отклонения от облика зрительно воспринимаемого пространства.

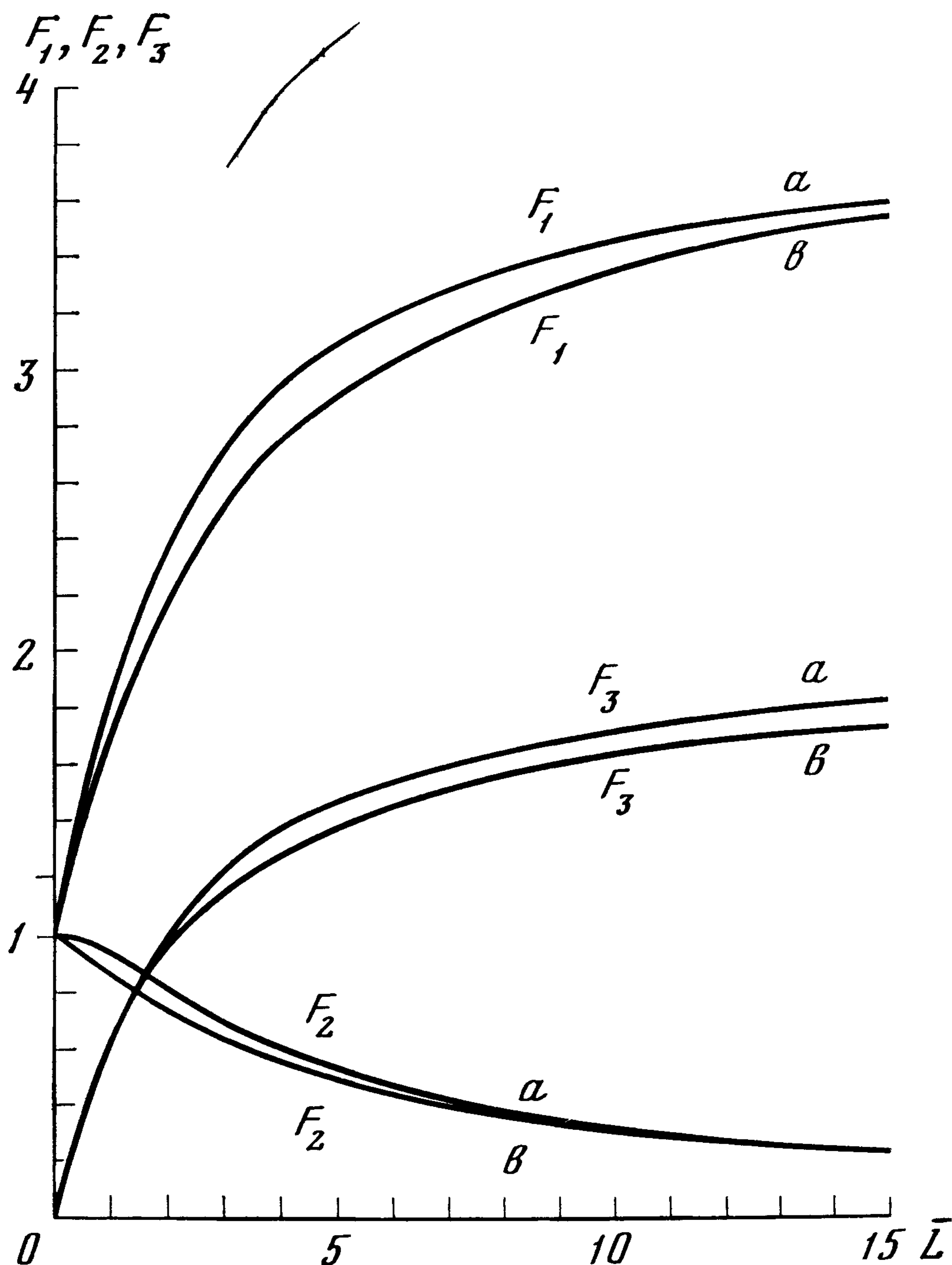


РИС. 2.3

Различные варианты системы перспективы отличаются друг от друга способом распределения этих неизбежных ошибок. Вопрос о характере ошибок передачи геометрии зрительного восприятия будет подробно изучаться ниже, здесь же необходимо указать на два принципиально разных пути введения неизбежных ошибо́к в изображение.

Во-первых, этот вопрос можно решить применительно к задаче изображения произвольной точки картинного пространства, т. е. заранее условиться о том, какие ошибки будут допущены при передаче изображения трех координат, определяющих положение этой точки в картинном пространстве. Такой подход легко допускает формализацию процесса ввода ошибок и, главное, дает возможность строить изображение картинного пространства «по точкам» совершенно независимо от того, какими объектами оно заполнено. К указанному типу относится, например, классическая ренессансная система перспективы.

Во-вторых, неизбежные ошибки можно вводить на более позднем этапе, при изображении какого-то объекта, входящего в композицию. При этом способ введения ошибок может изменяться в зависимости от того,

какой объект и с какой целью изображается. Тогда на одной картине при изображении разных объектов, входящих в единую композицию, могут быть использованы разные подходы к проблеме введения неизбежных ошибок. Здесь вопрос о том, как вводить указанные ошибки, обычно формулируется в виде соответствующих рекомендаций, правил, которым (в пределах данной культуры) следует художник. Такой подход характерен для средневекового и античного искусства.

Первую систему перспективы уместно именовать *жесткой*, поскольку она предполагает полное отсутствие какой-либо свободы у художника, следующего избранному им варианту научной перспективы. Вторую уместно именовать *свободной*, поскольку художник сам выбирает, где и какие ошибки в передаче натуры допустимы, и он не обязан следовать математически точным построениям картины «по точкам», что предполагает жесткая система. Конечно, говоря здесь о художнике и его свободе, не следует понимать это с позиции анархического индивидуализма. Художник, как правило, следует выработанным данной культурой традиционным способам изображения объектов.

В настоящей книге будут рассматриваться только различные варианты жесткой системы перспективы, свободная система перспективы окажется вне поля зрения. Это обусловлено тем, что последняя органически связана с художественным образом, поэтому ее изучение тесно увязано с анализом типичных художественных произведений. К тому же формальное (математическое) описание ее практически невозможно.

Этот параграф был начат с введения ограничения, согласно которому в книге учитываются лишь эффекты, связанные с механизмом константности величины. Однако в формировании облика перцептивного пространства важную роль (особенно для близких областей) играет и механизм константности формы, учет которого нередко тоже необходим. В этой связи удобно ввести понятия перцептивной системы перспективы в узком и широком смысле слова.

Будем называть перцептивной системой перспективы в *узком смысле слова* такую, в которой учитывается лишь механизм константности величины. Эта система является замечательной в том отношении, что учитываемый в ней процесс является функцией только расстояния от смотрящего, поэтому легко поддается формализации. Его действие не зависит от того, какие объекты изображаются, и поэтому он теоретически может быть приложен к «пустому» пространству. В результате теория перспективы получает привычный облик, напоминающий ренессансную систему перспективы.

Перцептивной системой перспективы в *широком смысле слова* будем называть такую, в которой учтено действие как механизма константности величины, так и механизма константности формы. Первый преобразует все пространство независимо от расположенных в нем предметов, а второй связан с изображением отдельных предметов. Поэтому преобразования геометрии изображения, обусловленные механизмом константности формы, имеют локальный характер. Практически следует передавать все пространство по законам перцептивной системы перспективы в узком смысле слова, а затем вводить уточнения в изображения отдельных предметов, согласуясь с механизмом константности формы.

Из сказанного следует, что первая из названных систем играет основную роль, а вторая отличается от нее лишь тем, что в каких-то частях изображения уточнена передача облика некоторых предметов. Настоящая книга в основном посвящена перцептивной системе перспективы (включая в нее и ренессансную) в узком смысле слова. Что касается учета действия механизма константности формы, то краткое рассмотрение этого вопроса проводится в § 10.

Раздел второй

ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМ ПЕРСПЕКТИВЫ

§ 3. Проблема изображения произвольной точки картинного пространства на картинной плоскости

Как известно, любой строгий метод изображений становится особенно наглядным и простым, если он использует однозначный алгоритм, с помощью которого можно построить изображение любой точки пространства, воспроизводимого на плоскости картины. Тогда любая точка передаваемого на картине пространства будет иметь в качестве своего изображения вполне определенную, единственную точку, лежащую в картинной плоскости. Поскольку любые линии или поверхности состоят из множества определяющих их точек (геометрическим местом которых они являются), то, располагая алгоритмом построения изображения отдельной точки, можно построить изображения таких линий или поверхностей, т. е. дать изображение любого пространства и расположенных в нем предметов.

Чтобы приступить к построению подобных алгоритмов, введем соответствующие системы координат, в своих основных чертах совпадающие с теми, которые приняты в классической ренессансной перспективе (рис. 3.1). Все пространство разбивается *картинной плоскостью* K на две части: ту, которая содержит *точку зрения* (глаз художника) A, и часть, которая подлежит изображению (на рисунке слева от K). Эту часть пространства, не содержащую A, естественно назвать *картинным пространством*. Плоскость T, перпендикулярная к плоскости K, называется *предметной плоскостью*, обычно она соответствует земной поверхности, плоскости пола в интерьере, и тогда на ней располагаются изображаемые предметы. Пересечение плоскостей K и T определяет прямую $K_T K_T$, которую принято называть *основанием картины*. Плоскость H_0, параллельная плоскости T и проходящая через точку A, называется *плоскостью горизонта*. Точка A_T является проекцией точки зрения A на предметную плоскость T, а расстояние AA_T определяет *высоту точки зрения* над предметной плоскостью. Пересечение плоскостей K и H_0 определяет *линию горизонта* на картине (ось Ox на рисунке), а перпендикуляр из A на K дает *главную точку картины*, которая принимается за начало

координат используемых ниже координатных систем. Она, естественно, обозначена O. Прямая, идущая через точки A и O, называется *главным лучом зрения*. Для того чтобы определить положение любой точки B картинного пространства, введем ортогональную систему координат SLH с началом в O и положительными направлениями осей: S — по линии горизонта вправо (наблюдая от точки A), L — в глубь картинного пространства вдоль главного луча зрения, а H — вверх. Чтобы определить положение B' изображения точки B (ее координаты S, L, H) на картинной плоскости K, введем на ней прямоугольную систему координат xy с началом тоже в главной точке картины O. Направление оси Ox выберем

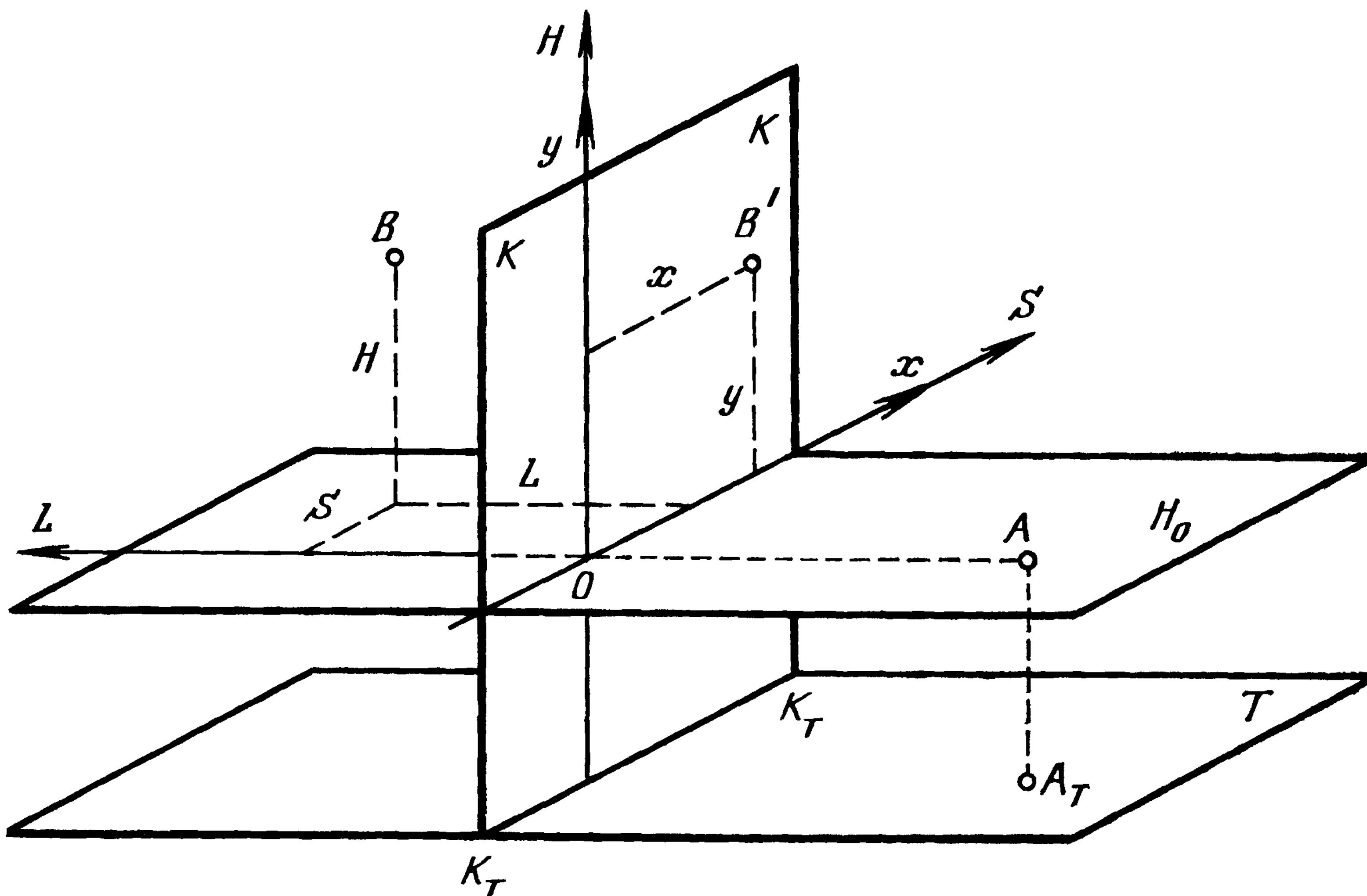


РИС. 3.1

совпадающим с направлением оси OS, а положительным направлением оси Oy выберем перпендикулярное к плоскости горизонта H_0 и направленное от этой плоскости вверх.

Сформулированная выше задача о нахождении изображения любой точки картинного пространства сводится, следовательно, к нахождению координат x, y точки B' по известным координатам S, L, H точки B.

Прежде чем приступить к решению поставленной задачи, следует обратить внимание на одну особенность введенных систем координат. Поскольку за основную плоскость принята плоскость горизонта H_0, а не предметная плоскость T, все точки B, лежащие ниже плоскости H_0, будут характеризоваться отрицательными значениями ординат H, точно так же как и точки B', лежащие ниже линии горизонта на картинной плоскости, будут иметь отрицательные значения y. Удобство такого именно выбора координатных систем можно пояснить следующим образом. При естественном зрительном восприятии плоскость горизонта H_0 делит картинное пространство на две качественно различные области: область, лежащая ниже H_0, видна сверху, а область, лежащая выше H_0,— снизу.

Происходящие при зрительном восприятии трансформации сетчаточного образа сводятся, как известно, к различным «растяжениям» и «сжатиям». Трансформации такого рода могут изменить количественную, но

не качественную сторону геометрии восприятия. Они могут увеличить или уменьшить какой-то геометрический элемент возникающего в сознании человека образа, но не изменить этот образ по существу. Например, наблюдая некоторый параллелепипед снизу, можно увидеть его ребра изменившейся длины, углы граней изменившимися по величине и т. п., но нельзя увидеть его верхнюю грань. Если грани параллелепипеда окрашены в различные цвета, то невозможно узнать цвет, в который выкрашена верхняя грань, наблюдая параллелепипед снизу. Никакое изменение длин вертикальных граней параллелепипеда, расположенного по одну сторону H_0, не может заставить их пересечь плоскость горизонта H_0, ведь это означало бы, что вид «снизу» станет видом «сверху» (или наоборот), т. е. качественно иным.

Плоскость горизонта H_0 является, следовательно, своего рода «непреодолимой границей» при рассматриваемых типах трансформаций геометрических элементов объектов в процессе их зрительного восприятия. Это означает, что процессы «растяжения» вертикалей (например, вертикальных ребер параллелепипедов) будут происходить книзу в области, лежащей ниже H_0, и кверху в области, лежащей выше H_0. Следовательно, линия горизонта будет на картине той неподвижной границей, от которой в обе стороны (вверх и вниз) будут «растягиваться» изображаемые предметы. Но тогда именно эту неподвижную горизонталь естественно принять за начало отсчета координат H и y, как это и сделано на рис. 3.1.

Вернемся к отысканию координат x, y точки B' по известным координатам S, L, H точки B. Координата x, соответствующая естественному зрительному восприятию, находится легко, для этого достаточно заметить, что определяющий ее отрезок перпендикулярен к главному лучу зрения, поэтому искомая координата может быть найдена по формуле (2.10)

$$x = SF_2(\bar{L}). \tag{3.1}$$

Что касается координаты y, то она складывается из двух слагаемых l и h, где l передает зрительно воспринимаемую удаленность точки B от картинной плоскости, а h — ее видимую высоту над плоскостью горизонта. Последний отрезок, будучи нормальным к главному лучу зрения, может быть найден по формуле, аналогичной только что приведенной:

$$h = HF_2(\bar{L}), \tag{3.2}$$

в то время как для величины l следует воспользоваться выражением (2.12)

$$l = HF_3(\bar{L}). \tag{3.3}$$

Казалось бы, совокупность равенств (3.1)—(3.3) и решает поставленную задачу — найти x и y по S, L, H, однако это не так. Прежде всего надо уточнить правило сложения величин l и h для получения y (если рассматривается движение точки B сначала по одному, а затем по другому направлению). С учетом положительных направлений введенных систем координат (см. рис. 3.1) следует записать

$$y = h - l \tag{3.4}$$

(величина l должна вычитаться, так как по мере удаления точки B, т. е. возрастания l, изображение точки должно приближаться к горизонту — должно происходить уменьшение y). Соотношение (3.4) можно написать и в следующем виде:

$$y = -l + h. \qquad (3.5)$$

Разница между равенствами (3.4) и (3.5) состоит в том, что в первом случае сначала изображается отрезок h, а потом l, а во втором случае наоборот, т. е. в первом случае h берется для кординат $L = 0$, $H = H_B$, а l — для $H = H_B$, $L = L_B$, а во втором l берется для $L = L_B$, $H = 0$, а h — для $H = H_B$, $L = L_B$ (индексом B отмечены координаты точки B). Здесь следует подчеркнуть, что в этих двух случаях одноименные отрезки не равны друг другу, и это лучше всего уяснить, обратившись к рис. 3.2. Чтобы найти ординату y точки B, можно последовательно изобразить отрезки L_1 и H_1 либо изменить эту последовательность и сначала изобразить H_2, а потом L_2. Совершенно естественно, что $L_1 = L_2$, а $H_1 = H_2$. Однако эти два равенства не означают, что попарно равны изображения этих отрезков: $l_1 = l_2$ и $h_1 = h_2$. Последние равенства невозможны, так как отрезки H_1 и H_2 находятся на разных расстояниях от смотрящего, а отрезки L_1 и L_2 расположены относительно плоскости горизонта различным образом. Неравенства $l_1 \neq l_2$ и $h_1 \neq h_2$ вовсе не означают, что невозможно равенство

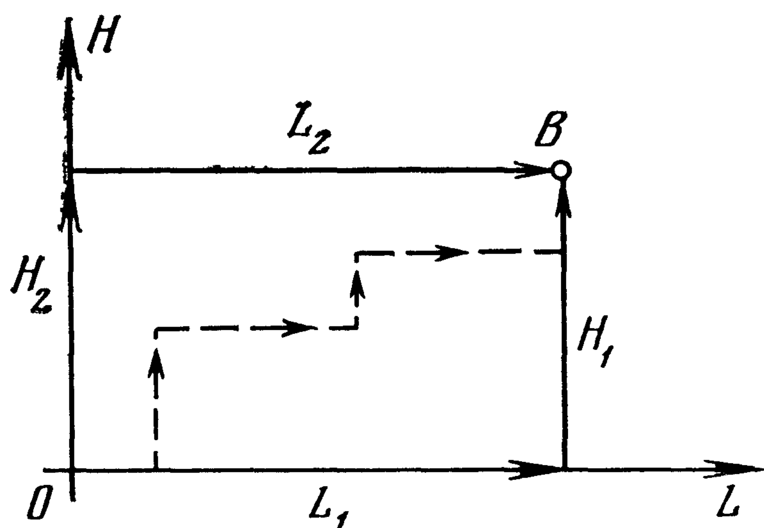


РИС. 3.2

$$h_1 - l_1 = -l_2 + h_2, \qquad (3.6)$$

которое говорит о том, что ордината y не зависит от того, по какому пути идти от начала O к точке B.

Равенство (3.6) имеет фундаментальное значение. Его выполнение делает систему перспективы внутренне не противоречивой, поскольку каждой точке B соответствует единственное ее изображение B'. Если это равенство не соблюдается, то заданная точка картинного пространства B будет одновременно иметь много разных изображений B' на картинной плоскости, зависящих от того, по какому пути совершается переход из точки O в точку B. На рис. 3.2 изображены два таких пути, но их много больше, поскольку из O в B можно, например, перейти по любым ступенчатым линиям (штриховые линии на рисунке), соединяющим точки O и B. Мы будем далее для краткости говорить, что система перспективы, удовлетворяющая условию (3.6), обладает свойством коммутативности (является коммутативной). В противном случае будем говорить о некоммутативной системе. Здесь термин «коммутативность» имеет несколько иной смысл, чем обычно (например, в алгебре), и означает, что результат (ордината y) не зависит от того, происходит ли переход из O в B сначала вдоль прямой, параллельной L, а потом вдоль прямой, параллельной H, или наоборот.

Найдем условие коммутативности. Величина y при выборе первой последовательности (сначала h, потом l) с учетом формул (3.2) и (3.3)

будет равна (индексы 1 и 2 в дальнейшем опускаем)

$$y = HF_2(0) - HF_3(\bar{L}). \tag{3.7}$$

Последовательность построения видна здесь из того, что величина h определяется при $\bar{L} = 0$, а затем (на высоте H над плоскостью горизонта) ищется l. Во втором случае

$$y = -0 \cdot F_3(\bar{L}) + HF_2(\bar{L}) = HF_2(\bar{L}). \tag{3.8}$$

Здесь первый шаг построения — изображение l (в рассматриваемом случае оно соответствует высоте $H = 0$ и поэтому равно нулю), а затем нахождение h с учетом того, что теперь изображается вертикальный отрезок, отстоящий от картинной плоскости на расстоянии L.

Приравнивая эти два значения ординаты y, найдем условие коммутативности

$$F_3(\bar{L}) = F_2(0) - F_2(\bar{L}). \tag{3.9}$$

Совершенно очевидно, что это равенство может быть выполнено при вполне определенном выборе функции $F_1(\bar{L})$, от которой зависят $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$. Как известно, функция $F_1(\bar{L})$ определяется закономерностями процесса зрительного восприятия, а не соотношением (3.9), и поэтому условие коммутативности, вообще говоря, невыполнимо.

Сказанное приводит к основополагающему выводу, что *существование внутренне не противоречивой системы перспективы, в которой при изображении произвольной изолированной точки картинного пространства все три определяющие ее положение координаты изображаются на картинной плоскости в полном соответствии с естественным зрительным восприятием, вообще говоря, невозможно.*

Поскольку невозможно безошибочное (относительно зрительного восприятия) изображение произвольной точки, то невозможна и неискаженная передача зрительного образа произвольного предмета. Следовательно, любое достаточно полное изображение отдельного предмета или группы предметов почти всегда будет содержать «ошибки» (отклонения от закономерностей естественного зрительного восприятия), какой бы системой перспективы ни пользоваться.

Сделанный здесь негативный вывод о возможности такого изображения отдельной произвольной точки картинного пространства, которое соответствовало бы естественному зрительному восприятию, и следующее из него положение о невозможности безошибочного (относительно зрительного восприятия) изображения предметов, находящихся в картинном пространстве, требуют более глубокого изучения обсуждаемой проблемы.

§ 4. Уравнения системы перспективы, условия коммутативности и горизонта

Прежде всего рассмотрим вопрос о том, какова должна быть функция $F_1(\bar{L})$, чтобы условие коммутативности (3.9) выполнялось. Воспользовавшись соотношениями (2.11) и (2.13), условие (3.9) можно записать в следующей форме:

$$\int_0^L \frac{F_1(\bar{L})}{(1+\bar{L})^2}\, d\bar{L} = F_1(0) - F_1(\bar{L})/(1+\bar{L}). \tag{4.1}$$

Обозначив искомую функцию

$$F_1(\bar{L}) = y \tag{4.2}$$

и продифференцировав равенство (4.1) по $\bar{L}$, найдем дифференциальное уравнение для y

$$y'(1 + \bar{L}) = 0. \tag{4.3}$$

Так как переменная $\bar{L}$ по своей геометрической сущности может быть только положительной величиной или нулем (ведь рассматриваются лишь точки картинного пространства, для которых всегда $\bar{L} \geqslant 0$), то равенство (4.3) выполнимо только при $y = \text{const}$. Следовательно, с учетом обозначения (4.2) искомая функция имеет вид

$$F_1(\bar{L}) = C. \tag{4.4}$$

Численное значение константы C, входящей в равенство (4.4), для получения условия коммутативности, конечно, несущественно, однако среди всех значений этой константы существует и равное единице, на котором полезно остановиться особо. Рассмотрим частный случай функции $F_1(\bar{L})$, определяемый равенством

$$F_1(\bar{L}) = 1. \tag{4.5}$$

Если иметь в виду зрительное восприятие (см. § 2), то соотношение (4.5) говорит о том, что сетчаточный образ умножается на единицу, т. е. не подвергается никаким геометрическим преобразованиям. Но тогда соотношение (4.5) соответствует обычной ренессансной перспективе, в которой преобразующая работа мозга никак не учитывается.

Действительно, при $F_1(\bar{L}) = 1$ формулы (3.1)—(3.3) дадут

$$x = S/(1 + \bar{L}),\ h = H/(1 + \bar{L}),$$
$$l = H\bar{L}/(1 + \bar{L}). \tag{4.6}$$

Как хорошо известно, формулы такого типа определяют ренессансную систему перспективы. Некоторые частные особенности приведенного здесь написания этих формул связаны с тем, что начало систем координат было выбрано в плоскости горизонта, а вместо ординаты L используется ее безразмерная величина $\bar{L} = L/L_0$.

Поскольку уравнения ренессансной системы перспективы были получены из уравнений, описывающих геометрию перцептивного пространства путем выбора специального вида функции $F_1(\bar{L})$, то из этого следует, что ренессансная система перспективы является частным случаем перцептивной.

Опираясь на условие (4.5), можно сделать вывод о коммутативности системы перспективы, рожденной эпохой Возрождения. Именно это обстоятельство и привело к тому, что проблемой коммутативности систем перспективы никто до сих пор не занимался. Это было не актуально для системы перспективы, основанной на оптико-геометрических построениях.

Лишь учет преобразующей работы мозга привел к необходимости рассмотрения круга вопросов, связанных с проблемой коммутативности.

Если в формуле (4.4) значение константы C будет отлично от единицы, то это будет говорить о том, что система ренессансной перспективы подверглась геометрическому преобразованию подобия, поскольку в этом случае, как легко убедиться из формул (3.1)—(3.3), все линейные размеры сетчаточного образа будут умножаться на одну и ту же величину, численно равную этой константе.

Таким образом, можно сделать следующий общий вывод: *система ренессансной перспективы и любая геометрически подобная ей система обладают свойством коммутативности.*

С другой стороны, поскольку соотношение (4.4) является единственным решением условия коммутативности (4.1), то всякая другая функция $F_1(\bar{L})$ будет это условие нарушать. Следовательно, учет деятельности системы зрительного восприятия, связанной с трансформацией сетчаточного образа, будет всегда приводить к некоммутативной системе перспективы. Как уже говорилось, некоммутативность приводит к неоднозначности (одной точке картинного пространства соответствует множество точек картинной плоскости) и поэтому она недопустима. Получение коммутативных систем перспективы при учете деятельности системы зрительного восприятия, преобразующей сетчаточный образ, возможно лишь путем использования ряда искусственных приемов, которые в конце концов всегда сводятся к тому, что в каких-то геометрических элементах вместо естественных соотношений (3.1)—(3.3) будут использоваться другие. Это означает, что при изображении таких элементов будут нарушаться закономерности естественного зрительного восприятия. Указанное обстоятельство необязательно будет делать такие системы перспективы хуже ренессансной, ведь в последней тоже нарушаются закономерности естественного зрительного восприятия. Это видно из того, что в ней функция $F_1(\bar{L})$ считается всюду равной единице, что явно противоречит законам зрительного восприятия.

Прежде чем сделать следующий шаг в конструировании коммутативных систем перспективы, в которых функция $F_1(\bar{L})$ не является константой для всех $\bar{L}$, рассмотрим еще одно условие, которое следует наложить на эти системы. Выше уже говорилось о том, что плоскость горизонта H_0 (см. рис. 3.1), а следовательно, и линия горизонта (ось Ox) на картинной плоскости являются «непреодолимой границей» при трансформациях сетчаточного образа, происходящих в процессе зрительного восприятия. Математически это можно записать в виде неравенств, которые должны выполняться для всех конечных $\bar{L}$:

$$\begin{aligned} &h(0) \geqslant y(\bar{L}) = h(0) - l(\bar{L}) > 0 \qquad (H > 0),\\ &h(0) \leqslant y(\bar{L}) = h(0) - l(\bar{L}) < 0 \qquad (H < 0). \end{aligned} \tag{4.7}$$

Здесь уместно напомнить, что величины h и l вычисляются для разных $\bar{L}$, как это было пояснено при обсуждении равенства (3.4). Это обстоятельство отмечено в приведенной записи.

Неравенства (4.7) говорят о том, что изображение точки картинного пространства, лежащей выше плоскости горизонта ($H > 0$), всегда долж-

но лежать выше линии горизонта Ox на картинной плоскости ($y > 0$). Аналогичное утверждение справедливо и для изображений точек, лежащих ниже плоскости горизонта.

Разделяющие эти два пространства точки плоскости горизонта лягут, естественно, на линию горизонта Ox. Кроме того, на линию горизонта лягут все точки, находящиеся на конечном расстоянии от плоскости горизонта H_0, но бесконечно удаленные от художника ($\bar{L} \to \infty$). Это следует, например, из того, что функция $F_2(\bar{L})$, определяющая видимый размер некоторого вертикального отрезка h (3.2), стремится к нулю при $\bar{L} \to \infty$.

Следовательно, когда $\bar{L} \to \infty$, то для всех конечных H изображение соответствующей точки ляжет на линию горизонта ($y = 0$), и тогда наряду с неравенствами (4.7) можно написать равенство

$$y = h(0) - l(\infty) = 0 \quad (\bar{L} \to \infty). \tag{4.8}$$

Пусть рассматривается линия, идущая в картинном пространстве от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$ и лежащая в горизонтальной плоскости, отстоящей от плоскости горизонта H_0 на расстояние H. Тогда для значения $\bar{L} = 0$ ордината изображения этой линии будет $h = HF_2(0)$, а следовательно, на линии горизонта должно будет выполняться соотношение

$$y = h(0) - l(\infty) = HF_2(0) - HF_3(\infty) = 0,$$

которое сразу налагает на функции $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ условие

$$F_2(0) = F_3(\infty), \tag{4.9}$$

столь же важное, как и условие коммутативности (3.9); его можно назвать *условием горизонта*.

Воспользовавшись формулами (4.6), легко убедиться, что для системы ренессансной перспективы это условие всегда выполняется (т. е. значение h для $\bar{L} = 0$ и значение l для $\bar{L} \to \infty$ совпадают). Именно поэтому условие горизонта никогда ранее не привлекало внимания. Сказанное справедливо, конечно, и для систем, геометрически подобных ренессансной.

Что касается изображений, построенных исходя из закономерностей естественного зрительного восприятия, то для них условие горизонта, как и условие коммутативности, не выполняется; это видно, в частности, из графиков типичных значений функций $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ (см. рис. 2.3).

Чтобы предложить систему перспективы, удовлетворяющую условиям типа (3.9) и (4.9), необходимо, как и в системе ренессансной перспективы, отказаться от требований, чтобы все линейные геометрические элементы изображения соответствовали бы закономерностям естественного зрительного восприятия, т. е. сознательно ввести в изображения «ошибки» (отклонения от закономерностей зрительного восприятия).

Проще всего это сделать, заменив функции $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$, передающие на картине естественное зрительное восприятие, на некоторые другие. Рассмотрим два предельных случая: в одном сохраним $F_2(\bar{L})$, подобрав вместо $F_3(\bar{L})$ более подходящую функцию, а в другом сохраним $F_3(\bar{L})$, сделав соответствующий выбор функции, способной заменить $F_2(\bar{L})$. В дальнейшем такие подходящие функции будем обозначать $f_L(\bar{L})$ и $f_H(\bar{L})$ соответственно и использовать их для определения величины h и l

по формулам, аналогичным (3.2) и (3.3):

$$h = Hf_H(\bar{L}), \tag{4.10}$$

$$l = Hf_L(\bar{L}). \tag{4.11}$$

Конечно, эти значения h и l уже не будут, вообще говоря, соответствовать неискаженной передаче естественного зрительного восприятия.

Хотя неискаженная передача боковой координаты x всегда возможна, напишем по аналогии с только что приведенными формулами подобную же зависимость и для x; с учетом выражения (3.1) она будет иметь вид

$$x = Sf_S(\bar{L}), \tag{4.12}$$

где $f_S(\bar{L})$ — некоторая подходящая функция, которая будет определена ниже.

Для нахождения подходящей функции $f_L(\bar{L})$ воспользуемся условием коммутативности (3.9)

$$f_L(\bar{L}) = F_2(0) - F_2(\bar{L}). \tag{4.13}$$

В силу подобного выбора условие коммутативности для совокупности $F_2(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$ будет, конечно, выполняться, но оказывается, что одновременно будет выполняться и условие горизонта, которое теперь надо будет записать так:

$$F_2(0) = f_L(\infty).$$

Оно удовлетворяется, поскольку $F_2(\infty) = 0$. Чтобы получить второй предельный случай, напишем условие коммутативности (3.9) с учетом условия (4.9) в следующей форме:

$$F_3(\bar{L}) = F_3(\infty) - F_2(\bar{L}).$$

Эта запись позволяет определить подходящую функцию $f_H(\bar{L})$ в виде

$$f_H(\bar{L}) = F_3(\infty) - F_3(\bar{L}). \tag{4.14}$$

Если теперь вместо $F_2(\bar{L})$ взять $f_H(\bar{L})$, то очевидным образом тоже удовлетворяются условие коммутативности и условие горизонта.

Помимо сказанного, в обоих случаях удовлетворяются и неравенства (4.7). Действительно, рассмотрим первый случай. Для него величина y будет с учетом формул (3.2), (4.11) и (4.13) равна

$$y = h - l = HF_2(0) - Hf_L(\bar{L}) = HF_2(\bar{L}), \tag{4.15}$$

что приводит к неравенствам (4.7), поскольку функция $F_2(\bar{L})$ всегда положительна.

Во втором случае, т. е. вычисляя y по формулам (3.3), (4.10) и (4.14), найдем

$$y = h - l = Hf_H(0) - HF_3(\bar{L}) = H[F_3(\infty) - F_3(\bar{L})]. \tag{4.16}$$

При написании последнего равенства учтено, что для $\bar{L} = 0$ имеет место $F_3(\bar{L}) = 0$. Поскольку $F_3(\infty) > F_3(\bar{L})$ и обе функции никогда не принимают отрицательных значений, то это тоже приводит к выполнению неравенств (4.7).

Геометрический смысл введенных функций $f_H(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$ прост. Поскольку абсцисса x всегда может быть передана по формуле (3.1) в соответствии с закономерностями зрительного восприятия, то первый из рассмотренных случаев является таким, когда на картине без искажений передаются величины x и h, а неизбежные искажения (нужные для того, чтобы удовлетворить условиям коммутативности и горизонта) смещены на величину l. Второй случай передает без искажений величины x и l, а искажения смещены на величину h. Таким образом, из трех координат S, L, H точки B (см. рис. 3.1) в обоих случаях две могут быть переданы на картине без искажений естественного зрительного восприятия.

Помимо двух рассмотренных предельных случаев, может существовать и бесчисленное множество промежуточных. В силу линейности условий (3.9) и (4.9) в качестве новых функций $f_H(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$ можно принять линейные комбинации зависимостей, определяемых формулами (3.2), (3.3), (4.13), (4.14):

$$\begin{aligned} f_H(\bar{L}) &= kF_2(\bar{L}) + (1-k)[F_3(\infty) - F_3(\bar{L})], \\ f_L(\bar{L}) &= k[F_2(0) - F_2(\bar{L})] + (1-k)F_3(\bar{L}). \end{aligned} \qquad (4.17)$$

Здесь $0 \leqslant k \leqslant 1$, причем случаи $k = 0$ и $k = 1$ соответствуют рассмотренным выше предельным типам построения перспективы. Это позволяет уяснить смысл коэффициента k: он показывает долю участия каждого из двух предельных типов построения изображения в случае, описываемом зависимостями (4.17).

Условия коммутативности и горизонта должны выполняться всегда независимо от того, какими конкретными видами функций оказывается необходимым воспользоваться для построения системы перспективы. В общем случае при использовании некоторых подходящих функций $f_H(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$ названные условия можно записать совершенно аналогично тому, как это делалось выше. Тогда вместо формул (3.9) и (4.9) будем иметь

$$f_L(\bar{L}) = f_H(0) - f_H(\bar{L}), \qquad (4.18)$$

$$f_H(0) = f_L(\infty). \qquad (4.19)$$

Условие горизонта (4.19) имеет очень простой геометрический смысл. Пусть, например, на земной поверхности при $\bar{L} = 0$ находится предмет высотой H_0. Тогда его верхняя точка будет лежать в плоскости горизонта, а ее изображение — на линии горизонта. Очевидно, что этим свойством должны обладать все предметы (независимо от значения $\bar{L}$), вершины которых лежат в плоскости горизонта. Пусть еще один изображаемый объект имеет высоту H_0, но расположен на произвольном расстоянии $\bar{L} = \bar{L}_1$. Тогда, чтобы изображение его вершины легло на линию горизонта, необходимо выполнение условия

$$f_H(L_1) = f_L(\infty) - f_L(\bar{L}_1).$$

Нетрудно убедиться, что оно всегда выполняется, если одновременно справедливы равенства (4.18) и (4.19). Поэтому условие горизонта достаточно сформулировать только для значения $\bar{L} = 0$.

Простой проверкой можно убедиться, что функции (4.17) удовлетворяют условию коммутативности (4.18), условию горизонта (4.19) и, кроме того,

удовлетворяют неравенствам (4.7) вне зависимости от значения коэффициента k.

Введенные условия (4.18) и (4.19) всегда можно выполнить, если воспользоваться совокупностью подходящих функций $f_H(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$, в то время как выше было показано, что условия (3.9) и (4.9) невыполнимы никогда. Это связано с тем, что совокупность функций $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ не является подходящей для построения системы перспективы, а отражает закономерности неискаженной передачи зрительного восприятия на плоскости картины.

Найденные здесь функции (4.17) замечательны в том отношении, что они просты, основаны на зависимостях $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$, связанных с естественным зрительным восприятием, и являются достаточно общими. Их связь с неискаженной передачей естественного зрительного восприятия позволяет надеяться, что функции (4.17) окажутся особенно подходящими для построения систем перспективы, возможно более точно передающих зрительное восприятие. Более подробный анализ вопросов использования их для перспективных построений будет произведен в § 5 и 6.

Является ли множество функций (4.17) единственным, удовлетворяющим условиям коммутативности и горизонта? Очевидно, что нет, однако из всего множества совокупностей функций, не описываемых соотношениями (4.17), дальше будет рассмотрен лишь один такой пример — обычная система ренессансной перспективы.

Чтобы закончить построение системы перспективы, дадим формулу для нахождения абсциссы x:

$$x = Sf_S(\bar{L}).$$

Выражение для f_S будет приведено ниже.

Для полноты проведенного рассмотрения задачи изображения точки следует указать на то, что изменение удаленности не всегда передается на картинной плоскости как смещение в направлении оси y. Иногда для такой цели более разумно использовать смещение в направлении оси x. Этот сравнительно редко встречающийся случай может оказаться уместным при изображении интерьеров (улиц), когда их боковые «стены» (здания, ограничивающие улицу) играют по каким-то причинам более важную роль, чем поверхность пола (земли).

Строго говоря, человек подсознательно одновременно учитывает оба обсуждаемых признака удаленности (смещение как в направлении оси y, так и оси x), но если поставить вопрос о том, какой из них играет основную, ведущую, роль, то ответ зависит от конкретной ситуации. Обычно, как уже говорилось, этим направлением будет связанное с осью y, однако иногда и с осью x.

В последнем случае в направлении оси x будут откладываться две существенно разные величины: обычное изображение ширины предмета s и изображение дистанции λ (характеризующей удаление его от картинной плоскости). Что касается направления y, то по нему теперь следует откладывать лишь изображение высоты предмета и изображение его удаленности (по вертикали) от плоскости горизонта, т. е. в отличие от рассматривавшегося ранее случая — две величины одной природы.

Чтобы пояснить сказанное, обратимся к рис. 4.1, на котором показаны два протяженных здания, в объективном пространстве перпендикулярные к плоскости картины. Для здания, изображенного на рисунке слева, приведены обычные переменные. Передняя стена здания показана шириной $x_3 - x_1$ и высотой h_3, она предполагается имеющей удаление $\bar{L} = 0$. Передняя и задняя стены расположены на разных удалениях от смотрящего, что видно из различных расстояний изображения оснований этих стен от основания картины ($l = 0$ и $l = l_2$ соответственно). Справа дано аналогичное здание, однако теперь удаленность задней стены относительно передней передается дистанцией λ_2. В отличие от l_1 величина h_1 имеет

РИС. 4.1

теперь другой смысл — не удаленности по горизонтали, а вертикального расстояния между основанием передней стены и плоскостью горизонта. Здесь важно подчеркнуть также разницу между величинами $x_1 - x_2$ и λ_2, которые, вообще говоря, не равны друг другу. Величина $x_1 - x_2$ определяет изменение видимой ширины улицы, в то время как величина λ_2 имеет иной смысл. Его легче всего понять, если мысленно повернуть рисунок на прямой угол так, чтобы выходящие на улицу стороны зданий стали горизонтальными, а вертикальная плоскость, проходящая через главную точку картины O (показанная прямой DD), стала бы аналогом плоскости горизонта. Тогда расстояния λ можно трактовать точно так же, как расстояния l в обычном случае, когда линией горизонта является линия AA. Формально разница между отрезками x и λ заключается в том, что в естественном зрительном восприятии первый определяется функцией $F_2(\bar{L})$, второй — функцией $F_3(\bar{L})$.

Каким же на самом деле видит человек расстояние между домами? Ответ на этот вопрос зависит от установки смотрящего (обычно подсознательной). В огромном большинстве случаев он воспринимает его просто как ширину. Это связано с тем, что вся повседневная практика приучила человека к тому, что удаление — это прежде всего путь, который надо пройти по горизонтальной поверхности земли (а следовательно, изображать его надо отрезками l). Однако могут быть ситуации, когда эта естественность нарушается. Пусть, например, дан интерьер с невыразитель-

ными потолком и полом, но ограниченный по бокам великолепной колоннадой, привлекающей все внимание смотрящего. В этом случае человек будет смотреть на колоннаду и ощущать удаление как мысленное перемещение вглубь вдоль этих колонн, не обращая внимания на пол. Тогда кажущееся горизонтальное смещение колонн в поле зрения будет ощущаться как результат их удаления, а не изменения видимой ширины пола, ведь на пол человек в этом случае может вообще не смотреть, или пол может быть заслонен предметами переднего плана.

Поскольку второй вариант зрительного восприятия пространства, когда изменение удаленности передается изменением величин λ, а не l, встречается крайне редко, все дальнейшее изложение (кроме мест, оговоренных особо) будет соответствовать обычному случаю, в котором изменение удаленности некоторой точки передается путем вертикальных смещений ее на плоскости картины.

Приведем, однако, для полноты формулы, по которым можно строить изображение точек с координатами S, L, H в том редком случае, когда удаленность передается дистанцией λ:

$$s = Sf_H(\bar{L}); \quad \lambda = Sf_L(\bar{L}); \quad h = Hf_S(\bar{L}), \tag{4.20}$$

причем по аналогии с формулой (4.7) будет справедливо равенство

$$x(\bar{L}) = s(0) - \lambda(\bar{L}). \tag{4.21}$$

Конечно, здесь тоже должны выполняться условие коммутативности и условие, аналогичное условию горизонта, где вместо плоскости горизонта выступает плоскость DD, показанная на рис. 4.1.

Входящая во многие выражения функция $f_S(\bar{L})$ требует уточнения. Здесь возможны два случая. Если положить

$$f_S(\bar{L}) = F_2(\bar{L}), \tag{4.22}$$

то это будет означать, что при изображении боковых горизонтальных смещений соблюдаются законы зрительного восприятия. Такой случай будем всюду ниже называть классом I. Возможно и другое решение, когда

$$f_S(\bar{L}) = f_H(\bar{L}); \tag{4.23}$$

этот случай соответствует тому, при котором более важным считается соблюдение подобий (масштабы по x и y одинаковы). Такой случай будет ниже называться классом II.

Можно было бы, конечно, рассмотреть и промежуточные случаи, положив

$$f_S(\bar{L}) = k_1 f_H(\bar{L}) + (1 - k_1) F_2(\bar{L}),$$

где $0 \leqslant k_1 \leqslant 1$, однако в настоящей книге этого не делается, поскольку такое усложнение не дало бы чего-либо принципиально нового.

Приведем формулы, по которым удобно находить координаты изображаемой точки на картинной плоскости xy, если известны ее координаты S, L, H в картинном пространстве. В силу коммутативности используемой системы можно выбрать любой порядок «движения» от начала координат к изображаемой точке картинного пространства. Условимся, что первое такое «движение» будет всегда лежать в плоскости горизонта, но тогда

будет всегда выполняться условие $l = 0$ и, основываясь на формулах (3.4), (4.10) и (4.12), можно написать

$$x = S f_S (\bar{L}); \quad y = H f_H (\bar{L}). \tag{4.24}$$

Интересно отметить, что в формулах (4.24) отсутствует функция $f_L (\bar{L})$. Это есть следствие того, что функции $f_H (\bar{L})$ и $f_L (\bar{L})$ связаны условиями коммутативности (4.18) и горизонта (4.19). Это не значит, конечно, что функция $f_L (\bar{L})$ интереса не представляет. Ведь соответствующие функции, описывающие естественное зрительное восприятие $F_2 (\bar{L})$ и $F_3 (\bar{L})$, условиям коммутативности и горизонта не удовлетворяют, а сравнение как функций $f_H (\bar{L})$ и $F_2 (\bar{L})$, так и функций $f_L (\bar{L})$ и $F_3 (\bar{L})$ необходимо.

Для того редкого случая, когда предпочтительно пользоваться формулами (4.20) и (4.21) с учетом того, что теперь роль «плоскости горизонта» AA играет вертикальная плоскость DD (см. рис. 4.1) и удаленность будет изображаться не вертикальным отрезком l, а горизонтальным отрезком λ, повторив рассуждения, приведшие к формулам (4.24), получим

$$x = S f_H (\bar{L}); \quad y = H f_S (\bar{L}). \tag{4.25}$$

Пользование формулами (4.24) и (4.25) становится особенно простым, если объективная пространственная конфигурация изображаемого предмета может быть представлена в параметрической форме

$$S = \varphi_1 (L); \quad H = \varphi_2 (L).$$

Легко видеть, что для класса II (4.23) системы перспективы выражения (4.24) и (4.25) совпадают.

При обращении к перцептивной системе перспективы сохраняются такие основные понятия обычной теории перспективы, как «точка схода параллельных прямых», «горизонт», «главная точка картины» и некоторые другие понятия, рожденные теорией ренессансной системы перспективы. Даже определения этих понятий не изменяются. Главное изменение, с которым надо считаться, сводится к тому, что изображения прямых, расположенных в картинном пространстве, передаются на картинной плоскости нередко кривыми линиями.

Рассмотрим определения приведенных выше понятий. *Линией горизонта* называется прямая, полученная пересечением плоскости картины и плоскости горизонта (см. рис. 3.1); на картинной плоскости ее уравнение записывается как $y = 0$.

Пусть дана совокупность прямых, параллельных между собой. Их уравнения можно записать в виде

$$\frac{S - S_k}{\alpha_1} = \frac{L - L_k}{\beta_1} = \frac{H - H_k}{\gamma_1} \quad (k = 1, 2, 3, \ldots), \tag{4.26}$$

где S_k, L_k, H_k — координаты точки, через которую проходит рассматриваемая прямая этой совокупности. Коэффициенты направления α_1, β_1, γ_1 будут в этом случае одинаковыми для всех прямых, идущих через разные точки картинного пространства (условие параллельности). Восполь-

зовавшись равенствами (4.24) и записав равенства (4.26) в виде

$$\left.\begin{aligned} \frac{S-S_k}{\alpha_1} &= \frac{L-L_k}{\beta_1}, \\ \frac{H-H_k}{\gamma_1} &= \frac{L-L_k}{\beta_1}, \end{aligned}\right\} \tag{4.27}$$

найдем уравнения кривых на картинной плоскости $y = \varphi(x)$ (в параметрической форме), соответствующих прямым (4.27):

$$\left.\begin{aligned} x &= \left[\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\bar{L}-\bar{L}_k)L_0 + S_k\right] f_S(\bar{L}), \\ y &= \left[\frac{\gamma_1}{\beta_1}(\bar{L}-\bar{L}_k)L_0 + H_k\right] f_H(\bar{L}). \end{aligned}\right\} \tag{4.28}$$

Обозначим через x_∞ и y_∞ координаты точки картинной плоскости, соответствующие бесконечно удаленным точкам совокупности параллельных прямых картинного пространства. При нахождении значений x_∞ и y_∞ возникает осложнение, связанное с тем, что при $\bar{L} \to \infty$ функции $f_S(\bar{L})$ и $f_H(\bar{L})$ стремятся к нулю и в выражениях (4.28) возникает неопределенность. Для раскрытия этой неопределенности оказывается необходимым произвести вспомогательные выкладки.

Можно показать, что для $\bar{L} \to \infty$

$$[F_3(\infty) - F_3(\bar{L})] \to F_2(\bar{L}). \tag{4.29}$$

Рассмотрим отношение этих двух функций. Поскольку при $\bar{L} \to \infty$ обе они стремятся к нулю, предел их отношения можно найти как отношение производных этих функций

$$\left.\frac{F_3(\infty) - F_3(\bar{L})}{F_2(\bar{L})}\right|_{\bar{L}\to\infty} = \left.\frac{-F_3'(\bar{L})}{F_2'(\bar{L})}\right|_{\bar{L}\to\infty}.$$

Проделав необходимые выкладки, найдем

$$\left.\frac{F_3(\infty) - F_3(\bar{L})}{F_2(\bar{L})}\right|_{\bar{L}\to\infty} = \left.\frac{-F_1(\bar{L})}{(1+\bar{L})F_1'(\bar{L}) - F_1(\bar{L})}\right|_{\bar{L}\to\infty} = 1. \tag{4.30}$$

Последнее преобразование основано на том, что

$$(1+\bar{L})F_1'(\bar{L})\,|_{\bar{L}\to\infty} = 0,$$

поскольку монотонно возрастающая функция $F_1(\bar{L})$ имеет конечный верхний предел. Относительно функции $F_1'(\bar{L})$ естественно утверждение, что $F_1'(\bar{L}) \geqslant 0$ для всех положительных значений $\bar{L}$ [следствие монотонности $F_1(\bar{L})$]. Тогда сходимость интеграла $\int\limits_0^\infty F_1'(\bar{L})\,d\bar{L} = F_1(\infty)$ говорит о том, что $F_1'(\bar{L})$ обращается в нуль порядка выше первого при $\bar{L} \to \infty$; это и доказывает справедливость соотношения (4.30).

Равенство (4.30) доказывает утверждение (4.29), пользуясь которым и формулами (4.17) и (2.11) найдем, что

$$\bar{L}f_H(\bar{L})\,|_{\bar{L}\to\infty} = F_1(\infty).$$

Совершенно естественно, что поскольку $f_S(\bar{L}) = F_2(\bar{L})$ или $f_S(\bar{L}) = f_H(\bar{L})$ [формулы (4.22) и (4.23)], то

$$\bar{L} f_S(\bar{L})\,|_{\bar{L}\to\infty} = F_1(\infty).$$

Тогда, учитывая, что $f_S(\infty) = 0$ и $f_H(\infty) = 0$, найдем

$$\left.\begin{aligned} x_\infty &= \frac{\alpha_1}{\beta_1} F_1(\infty)\, L_0, \\ y_\infty &= \frac{\gamma_1}{\beta_1} F_1(\infty)\, L_0. \end{aligned}\right\} \qquad (4.31)$$

Точку (x_∞, y_∞) картинной плоскости назовем *точкой схода параллельных прямых*, соответствующих уравнениям (4.26), поскольку координаты этой точки не зависят от координат S_k, L_k, H_k произвольной точки, через которую проходит одна из прямых совокупности (т. е. все изображения прямых в ней пересекаются).

В том случае, когда совокупность рассматриваемых параллельных прямых одновременно параллельна и плоскости горизонта (этому соответствует значение коэффициента направления $\gamma_1 = 0$), тогда $y_\infty = 0$ и, следовательно, точка схода лежит на линии горизонта. Если предположить, что рассматриваемая совокупность прямых, кроме сказанного, еще и перпендикулярна к картинной плоскости (этому соответствует дополнительное условие $\alpha_1 = 0$), то тогда $x_\infty = 0$ и $y_\infty = 0$, т. е. точка лежит в главной точке картины O.

В теории ренессансной системы перспективы большую роль играют точки схода горизонтальных прямых, направленных под углом 45° к картинной плоскости. Найдем эти точки. Условие горизонтальности приведет к равенству $y = 0$, а условие, что прямые составляют с картинной плоскостью 45°, даст $(\alpha_1/\beta_1) = \pm 1$. Тогда абсциссы искомых точек будут

$$x = \pm L_0 F_1(\infty). \qquad (4.32)$$

Поскольку для ренессансной системы перспективы $F_1 = 1$ и, следовательно,

$$x = \pm L_0, \qquad (4.33)$$

то получается известное свойство рассматриваемых точек — они лежат на линии горизонта и расстояния их от главной точки картины равны расстоянию от точки зрения до картинной плоскости. Во всех вариантах перцептивной системы перспективы их положение определяется равенством (4.32). Из этого выражения видно, что они тоже лежат на линии горизонта, но расстояния их от главной точки картины в $F_1(\infty)$ раз больше L_0, и они тем самым перестают играть роль «дистанционной точки». Вывод этот естествен, поскольку область горизонта как бы «растягивается» механизмом константности в $F_1(\infty)$ раз во всех направлениях. Для принятых в настоящей книге функций $F_1(\bar{L})$ [формулы (2.14)—(2.16)] значение $F_1(\infty) = 4$.

Рассмотрим изображение прямых, параллельных картинной плоскости. Это условие параллельности дает $\beta_1 = 0$ (или, что то же самое, $L = L_1 = \text{const}$), а связь между координатами S и H определится тогда

равенством

$$\frac{S - S_k}{\alpha_1} = \frac{H - H_k}{\gamma_1},$$

что говорит о линейной связи S и H. Запишем ее в виде

$$H = H_1 + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} S.$$

Тогда на основании равенств (4.24) найдем

$$\left.\begin{aligned} x &= S f_S(\bar{L}_1), \\ y &= \left(H_1 + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} S\right) f_H(\bar{L}_1), \end{aligned}\right\} \qquad (4.34)$$

откуда сразу видно, что вследствие того, что $f_S(\bar{L}_1) = \text{const}$ и $f_H(\bar{L}_1) = \text{const}$, координаты x и y связаны линейным соотношением типа

$y = kx + y_0$.

Следовательно, прямые, параллельные картинной плоскости, всегда изображаются прямыми линиями.

Совершенно аналогично все прямые, лежащие в плоскости $S = 0$, будут изображаться прямыми же линиями, имеющими очевидное уравнение $x = 0$.

Существование привычных образов в перцептивной системе перспективы — линии горизонта, точек схода и т. п.— сильно упрощает построение перспективного изображения в общем случае.

§ 5. Численная оценка соответствия перспективной системы неискаженной передаче естественного зрительного восприятия для картины в целом

Вопрос, вынесенный в заголовок, никогда не был предметом численного анализа системы перспективы. Обычно при изучении свойств ренессансной системы перспективы указывались только разного рода качественные недостатки, свойственные ей. Говорилось, например, что перспективное сокращение размеров голов в групповом портрете нежелательно, что оно приводит к неестественному изображению и т. п., но никогда не приводились численные характеристики искажений естественного зрительного восприятия, вносимых в картину, в случае строгого следования правилам ренессансной системы перспективы. Наряду с прочим это было связано с тем, что совокупность соотношений (3.1)—(3.3) не была известна.

Поскольку функции (4.17) позволяют построить бесчисленное множество вариантов системы перспективы (в зависимости от выбранного значения коэффициента k), то сравнительная оценка их настоятельно требует разработки метода численной оценки соответствия выбранного варианта системы перспективы неискаженной передаче естественного зрительного восприятия. Этот метод позволил бы и оценить свойства ренессансной системы перспективы и пояснить происхождение разного рода практических правил, которые рекомендуют художнику отклоняться от ее строгих законов.

Казалось бы, решение поставленной задачи сравнительно просто. Умея вычислить по формулам (3.1)—(3.3) значения координат x^*, l^*, h^* произвольной точки B картинного пространства при неискаженной передаче зрительного восприятия (здесь и ниже неискаженные размеры зрительного восприятия будут отмечаться звездочкой) и зная аналогичные координаты x, l, h в некотором варианте системы перспективы, путем сравнения x^*, l^*, h^* соответственно с x, l, h можно численно оценить степень соответствия рассматриваемого варианта системы перспективы неискаженной передаче естественного зрительного восприятия. Этот простой путь оказывается, однако, недостаточным.

Человек воспринимает внешнее пространство не как совокупность точек, а как совокупность линий, ограничивающих контуры предметов или его характерных частей. При этом восприятии важную роль играет форма ограниченных линиями однородных участков изображения. Поясним сказанное простым примером. Пусть художник должен изобразить квадрат, находящийся в картинном пространстве, плоскость которого параллельна картинной плоскости. Очевидно, что он будет видеть эту фигуру квадратной. Предположим, что художник будет сравнивать два способа изображения такой фигуры. Пусть в первом способе одна из двух параллельных пар сторон квадрата передается без искажения длин, а вторая передается искаженно. Во втором способе искаженно передаются обе пары сторон. Казалось бы, что первый способ лучше второго — он содержит вдвое меньше искажений. Однако это заключение может оказаться ошибочным, если во втором способе обе пары сторон квадрата искажаются одинаково. Ведь тогда первый способ изображения даст на картине не квадрат, а прямоугольник, а второй способ сохранит на картине форму фигуры квадратной. Художник может предпочесть изображение, сохраняющее квадратную форму (даже если стороны этого квадрата несколько отличаются от изображения, соответствующего неискаженному зрительному восприятию), и отказаться от изображения квадрата вытянутым прямоугольником (даже если длина одной из пар его сторон передана в строгом соответствии со зрительным восприятием). Следовательно, при численной оценке системы перспективы следует учитывать не только правильность передачи координат (в конечном итоге длин), но и сохранение или нарушение подобия ограниченных линиями контуров передаваемых зрительных образов.

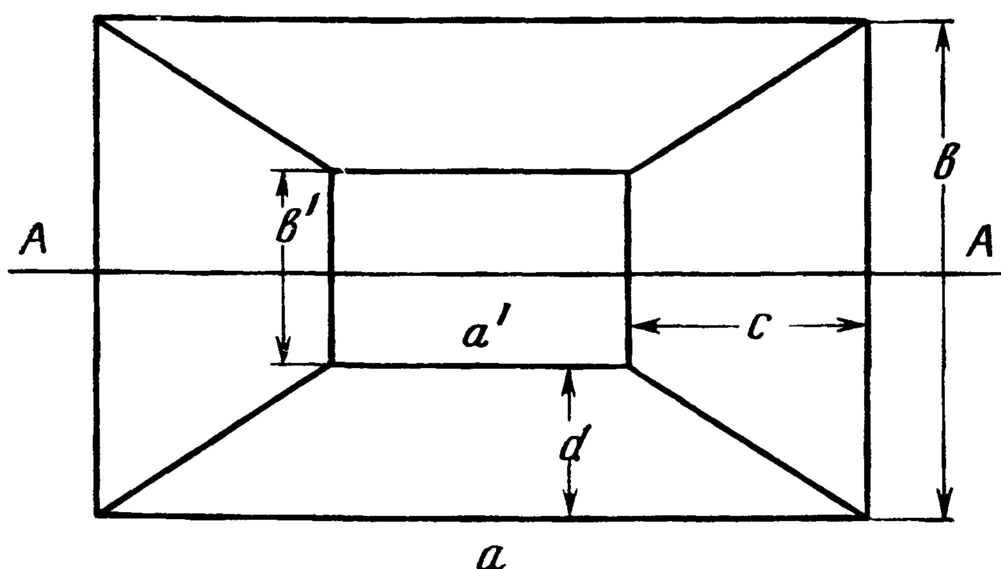


РИС. 5.1

Для того чтобы придать приведенным выше общим соображениям наглядность и одновременно получить возможность численной оценки не только правильности передачи координат произвольной точки пространства, но и подобия фигур, введем в рассмотрение три критерия: правильность передачи масштабов, подобий и глубины. Поясним это на примере изображения интерьера. Пусть интерьер, имеющий форму параллелепи-

педа, будет расположен таким образом, что одна из пар его граней параллельна картинной плоскости (как бы «вход» и дальняя стена), а две другие грани горизонтальны (пол и потолок). Тогда его изображение на картинной плоскости будет иметь вид, показанный на рис. 5.1 (на нем прямой AA дана линия горизонта). Если условиться судить о качестве изображения интерьера путем сопоставления изображений ограничивающих его плоскостей (а не изображений внутренних его областей, например заполняющих интерьер предметов), то можно в качестве численных характеристик его изображения предложить следующие:

соотношение масштабов a'/a и b'/b,
передача подобий (пропорциональности) b/a и b'/a', (5.1)
передача глубины d/a и c/b.

Отношение c/b относится к тому редкому случаю, когда об удалении судят не по изображению «пола», а «стены». Этот случай обсуждался в конце § 4 и здесь рассматриваться не будет.

Если обозначить через ( )* аналогичные отношения, характеризующие естественное зрительное восприятие, то в качестве критериев правильности принятого в изображении соотношения масштабов, передачи подобий и глубины можно ввести следующие выражения:

$$M_1 = [(a'/a); (a'/a)^*], \qquad M_2 = [(b'/b); (b'/b)^*], \tag{5.2}$$

$$P_1 = [(b/a); (b/a)^*], \qquad P_2 = [(b'/a'); (b'/a')^*], \tag{5.3}$$

$$T_1 = [(d/a); (d/a)^*], \qquad T_2 = [(c/b); (c/b)^*]. \tag{5.4}$$

Смысл введенного символа $[A; B]$ прост — это отношение A и B, причем из двух возможных значений A/B и B/A всякий раз выбирается такое, которое равно или меньше единицы. Это сделано для того, чтобы упростить сопоставления получаемых чисел.

В выражениях (5.2)—(5.4) численно сопоставляются геометрические характеристики изображения и зрительного восприятия. Если эти числа окажутся равными единице, то это будет говорить о соответствии изображения восприятию натуры, если они отличны от единицы, то это будет говорить о том, что при изображении интерьера допущено искажение зрительного восприятия. Например, пусть человек видит удаленную часть пола вдвое меньшей, чем близкую, тогда $(a'/a)^* = 0{,}5$. Если художник изобразит интерьер так, что $(a'/a) = 0{,}4$, то $M_1 = 0{,}8$, отличие от единицы будет равно 0,2, это будет говорить о том, что допущено искажение в передаче масштабов, численно равное 20%.

Числа M_1 и M_2 могут отличаться друг от друга (как и числа P_1 и P_2), тогда из такой пары чисел следует выбрать то, которое дает большее искажение. Введем для него обозначение M' (и соответственно P').

Такой выбор имеет следующее основание: в различных точках картины степень искажения естественного зрительного восприятия может быть различной и даже отсутствовать и о допущенном искажении следует судить по его *наибольшей* величине.

Что касается чисел T_1 и T_2, то выбор одного из них (обозначаемого далее T') осуществляется не путем сравнения их численных значений, а в зависимости от того, какими художественными средствами передает

художник глубину. Ниже почти всегда будет использоваться T_1. Таким образом, качество изображения будет характеризоваться тремя положительными числами M', P', T'. Однако суждение о величине искажений удобнее вести не по числам M', P', T', а по их отличиям от единицы.

Введем поэтому положительные числа

$$M = 1 - M', \quad P = 1 - P', \quad T = 1 - T', \tag{5.5}$$

причем величины M, P, T будем обычно выражать в процентах. Наряду с характеристикой отдельных типов искажений большой интерес представляет и их сумма — как бы показатель наибольшего суммарного искажения, допущенного в изображении интерьера, приведенного на рис. 5.1. Введем в рассмотрение сумму

$$\Sigma = M + P + T \tag{5.6}$$

и будем изучать ее изменение в зависимости от способа изображения наряду с изучением изменений M, P, T.

Найдем аналитические выражения, позволяющие вычислить M, P и T. Пусть реальная ширина интерьера будет a_0, его высота b_0, удаление плоскости переднего плана от картинной плоскости L_1, а конца дальнего — L_2. Тогда на основании формул (3.1)—(3.3) можно написать

$$\begin{aligned} &(a)^* = a_0F_2(\bar{L}_1), \quad (a')^* = a_0F_2(\bar{L}_2),\\ &(b)^* = b_0F_2(\bar{L}_1), \quad (b')^* = b_0F_2(\bar{L}_2),\\ &(d)^* = H[F_3(\bar{L}_2) - F_3(\bar{L}_1)], \end{aligned} \tag{5.7}$$

где H — расстояние от плоскости горизонта до пола. Совершенно аналогичными выражениями определяются геометрические характеристики изображения, если воспользоваться формулами (4.10)—(4.12):

$$\begin{aligned} &a = a_0f_S(\bar{L}_1), \quad a' = a_0f_S(\bar{L}_2),\\ &b = b_0f_H(\bar{L}_1), \quad b' = b_0f_H(\bar{L}_2),\\ &d = H[f_L(\bar{L}_2) - f_L(\bar{L}_1)]. \end{aligned} \tag{5.8}$$

Написав теперь соотношения (5.2)—(5.4) и взяв для определенности отношения ( )/( )*, найдем

$$\left.\begin{aligned} &M_1 = \frac{f_S(\bar{L}_2)F_2(\bar{L}_1)}{f_S(\bar{L}_1)F_2(\bar{L}_2)}, \quad M_2 = \frac{f_H(\bar{L}_2)F_2(\bar{L}_1)}{f_H(\bar{L}_1)F_2(\bar{L}_2)},\\ &P_1 = \frac{f_H(\bar{L}_1)}{f_S(\bar{L}_1)}, \quad P_2 = \frac{f_H(\bar{L}_2)}{f_S(\bar{L}_2)},\\ &T_1 = \frac{[f_L(\bar{L}_2) - f_L(\bar{L}_1)]F_2(\bar{L}_1)}{f_S(\bar{L}_1)[F_3(\bar{L}_2) - F_3(\bar{L}_1)]},\\ &T_2 = \frac{[f_L(\bar{L}_2) - f_L(\bar{L}_1)]F_2(\bar{L}_1)}{f_H(\bar{L}_1)[F_3(\bar{L}_2) - F_3(\bar{L}_1)]}. \end{aligned}\right\} \tag{5.9}$$

Здесь следует еще раз напомнить, что если какое-либо из найденных чисел окажется больше единицы, то следует брать его обратную величину.

То обстоятельство, что в формулах (5.9) сократились все объективные геометрические размеры интерьера и высота точки зрения, свидетельствует о том, что окончательные формулы не изменились бы, если бы как-то иначе (взяв другие конкретные размеры и изображения интерьера) вычислить значения M, P и T.

Нетрудно убедиться, что полученные формулы применимы и для оценки правильности изображения открытого пространства, например ландшафта. Возникающая здесь трудность связана с тем, что если рассматривать изображение до горизонта, то при $L \to \infty$ величины $a' \to 0$ и $b' \to 0$. Это может затруднить нахождение M_1, M_2 и P_2, ибо окажется необходимым переходить к пределам, т. е. трудности будут носить не принципиальный, а вычислительный характер.

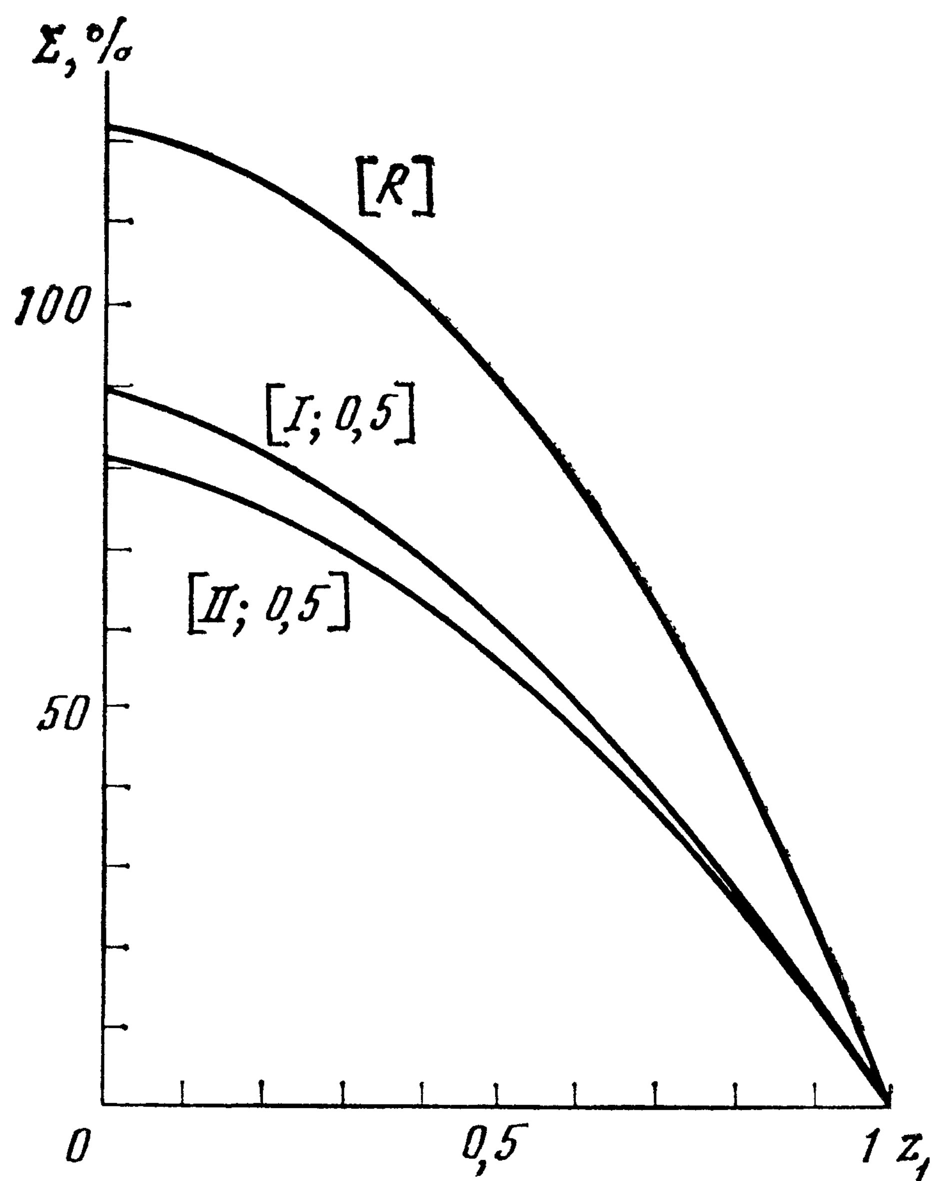


Рис. 5.2

Обратимся теперь к численному анализу рассматриваемой проблемы. Чтобы сделать все результаты более наглядными, введем вместо переменной $\bar{L}$ новую переменную z, связанную с первой соотношением (2.15):

$$z = \bar{L}/(1 + \bar{L}).$$

Преимуществом новой переменной является то, что $z \to 1$ при $\bar{L} \to \infty$, т. е. вся мыслимая область изменений $\bar{L}$ укладывается на рисунке в конечном интервале $0 \leqslant z \leqslant 1$.

Для определенности в настоящем и следующем параграфах будут использоваться численные значения функций, основанные на зависимости $F_1(\bar{L})$ для открытого пространства. Соответствующие выражения даны в формулах (2.14) и (2.16).

Начнем рассмотрение численного соответствия системы перспективы неискаженной передаче естественного зрительного восприятия с оценки величины искажений при передаче ландшафта от некоторого переднего плана, характеризуемого удалением $\bar{L}_1$ (и соответственно z_1), до горизонта ($z = 1$ или $\bar{L} \to \infty$). При этом в качестве примера рассмотрим ренессансную систему перспективы (4.6) и перцептивные системы, соответствующие некоторому среднему значению $k = 0{,}5$ [формулы (4.17)] для обоих классов: I (формула (4.22)] и II [формула (4.23)]. Эти случаи будут на графиках обозначаться [R], [I; 0,5] и [II; 0,5] соответственно; аналогичные обозначения будут использоваться и для других вариантов системы перспективы.

Из графиков на рис. 5.2 видно, что кривая, соответствующая ренессансной системе перспективы, идет выше других. Это означает, что при передаче всего пространства от некоторого $\bar{L} = L_1$ до $\bar{L} \to \infty$ этот способ перспективных построений дает наибольшие ошибки. Что касается классов перцептивных систем, то передающие их кривые идут близко друг от

друга, причем класс II представляется предпочтительным. Последнее свидетельствует о том, что соблюдение при изображении подобий (класс II) может оказаться лучше класса, при котором ширина передается в согласии с естественным зрительным восприятием (класс I).

Наиболее примечательным свойством рассматриваемых систем перспективы является то, что кривые, перемещающие величину суммы искажений, монотонно уменьшаются с увеличением z_1, а при $z_1 = 1$ величина Σ становится равной нулю. Это значит, что при изображении (например, ландшафта) до горизонта оно будет иметь тем более низкую сумму искажений, чем более начало переднего плана удалено от картинной плоскости. Так объясняется известная всем художникам трудность изображения переднего плана на картинах; они всегда интуитивно стремятся «отодвинуть» его от картинной плоскости или заполнить его изображениями малосущественных деталей, искажение форм которых не может бросаться в глаза (трава, земля и т. п.). Равенство суммы ошибок нулю формально наступает тогда, когда передний план достигает линии горизонта, т. е. изображается один горизонт. Такая предельная задача не имеет смысла, но, переходя на реальную почву, можно утверждать, что изолированное изображение сильно удаленных областей пространства будет всегда характеризоваться очень малой суммой искажений независимо от варианта системы перспективы. Если, например, ограничить сумму ошибок величиной порядка 10%, то это даст на графике величину $z_1 \approx 0{,}95$, что соответствует $\bar{L} = 19$ [формула (2.15)]. Если принять, что при наблюдении ландшафта расстояние, на котором предметы видны в естественной величине, $L_0 = 5 \div 10$ м, то, воспользовавшись формулой (2.3), найдем $L_1 \approx 100 \div 200$ м. Таким образом, с точностью до выбранного значения L_0 пейзаж, передний план которого удален от художника более чем на 100—200 м, будет передан практически без искажений в любом варианте перцептивной системы перспективы (включая и ренессансную). Таким образом, проблема выбора наиболее естественного варианта перспективной системы актуальна лишь при изображении сравнительно малоудаленных областей пространства. Следовательно, эта задача существенна при изображении интерьеров, жанровых сцен, натюрмортов, портретов, да и пейзажи обычно пишутся не при столь удаленном переднем плане.

Обратимся теперь к более детальному рассмотрению искажений, т. е. распределению в них составляющих M, P и T. В остальном задача сохранится — изображение ландшафта от переднего плана, характеризуемого величиной z_1, до горизонта. В отличие от предыдущего добавим к рассматриваемым вариантам системы перспективы и те, для которых $k = 0$ и $k = 1$. Соответствующие графики приведены на рис. 5.3. Они построены так, чтобы верхняя кривая давала сумму искажений Σ, а внутренние кривые разбивали бы эту сумму на полосы, наглядно свидетельствующие о доле M, P и T в этой сумме. Графики показывают, что, вообще говоря, разным вариантам перспективной системы соответствуют не только разные значения суммы ошибок (количественная характеристика), но и разный состав этой суммы (качественная характеристика). Так, ренессансную систему и варианты, соответствующие классу II (их объединяет сохраняющееся в этих системах подобие), характеризует то, что они содержат

только ошибки передачи масштабов M и глубины T, в то время как класс I содержит и ошибки передачи подобий P.

Для ренессансной системы характерны не только большие значения суммарной ошибки Σ, но и наибольшие ошибки передачи масштабов M. По сравнению с ошибками масштабов ошибки передачи глубины T у нее существенно меньше. Уже этот пример показывает то, что неоднократно будет подтверждаться ниже: главный недостаток ренессансной системы перспективы — плохая передача соотношения масштабов переднего и дальнего планов. При $k = 0$ оба рассматриваемых класса перцептивной системы (I и II) дают совершенно одинаковую зависимость Σ и M от z_1; что же касается второй составляющей, то для класса I — это искажение подобий P, а для класса II — искажение передачи глубины T. Это сопоставление говорит о том, что в зависимости от решаемой художником задачи он может обратиться к любому типу перспективных построений в зависимости от того, что ему важнее — передача подобий или глубины. Полученный результат, свидетельствующий о том, что при $k = 0$ происходит своеобразный «обмен» искажений P и T в зависимости от того, рассматривается ли класс I или класс II, может быть доказан в общем виде. Хотя это доказательство не представляет трудностей, оно вследствие громоздкости выкладок приводиться не будет. Если сравнить две диаграммы для $k = 0{,}5$, то легко увидеть, что суммарные искажения у них почти одинаковы, как одинаковы и искажения масштабов M. Зато в классе II все остальные искажения сосредоточены на передаче глубины T, в то время как в классе I они «поделены» между T и P. Если большие искажения в передаче глубины нежелательны, то, возможно, следует отдать предпочтение классу I, где заметное уменьшение ошибок передачи глубины связано с появлением сравнительно скромных искажений подобий P. Для значения $k = 1$ оба класса перцептивной системы перспективы (I и II) совпадают. Для них характерно то, что масштабы и подобия передаются неискаженно, в то время как передача глубины искажена заметным образом.

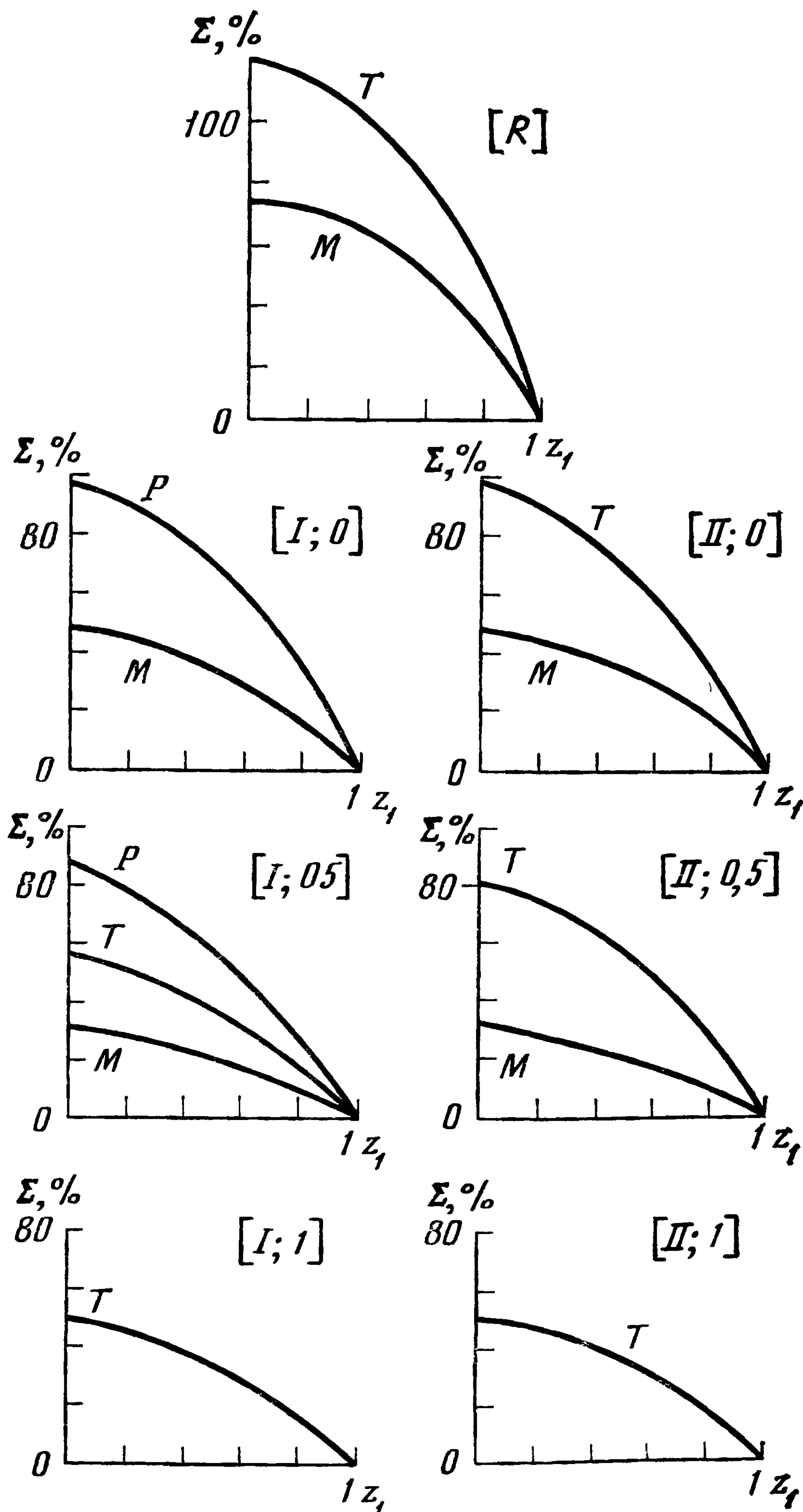


Рис. 5.3

Из изложенного следует, что не существует идеальной системы перспективы, дающей наименьшие во всех отношениях искажения. Кроме того, в художественном произведении важна не просто величина суммы искажений, но и то, на каких элементах картины эти искажения сосредоточены. Здесь открывается возможность влияния эстетики на, казалось бы, такую формально-математическую дисциплину, как система научной перспективы. Это влияние оказывается возможным по той простой причине, что общая теория перспективы свидетельствует о многовариантности системы научной перспективы, причем различные ее варианты не позволяют выбрать среди них оптимальный во всех отношениях. Выбор того или иного варианта определяется в первую очередь решаемой художественной задачей, т. е. не математическими, а эстетическими соображениями. Этим общая теория перспективы резко отличается от существовавшей до сих пор научной перспективы (ренессансной), которая всегда оставалась одной и той же совершенно независимо от того, что именно изображал художник.

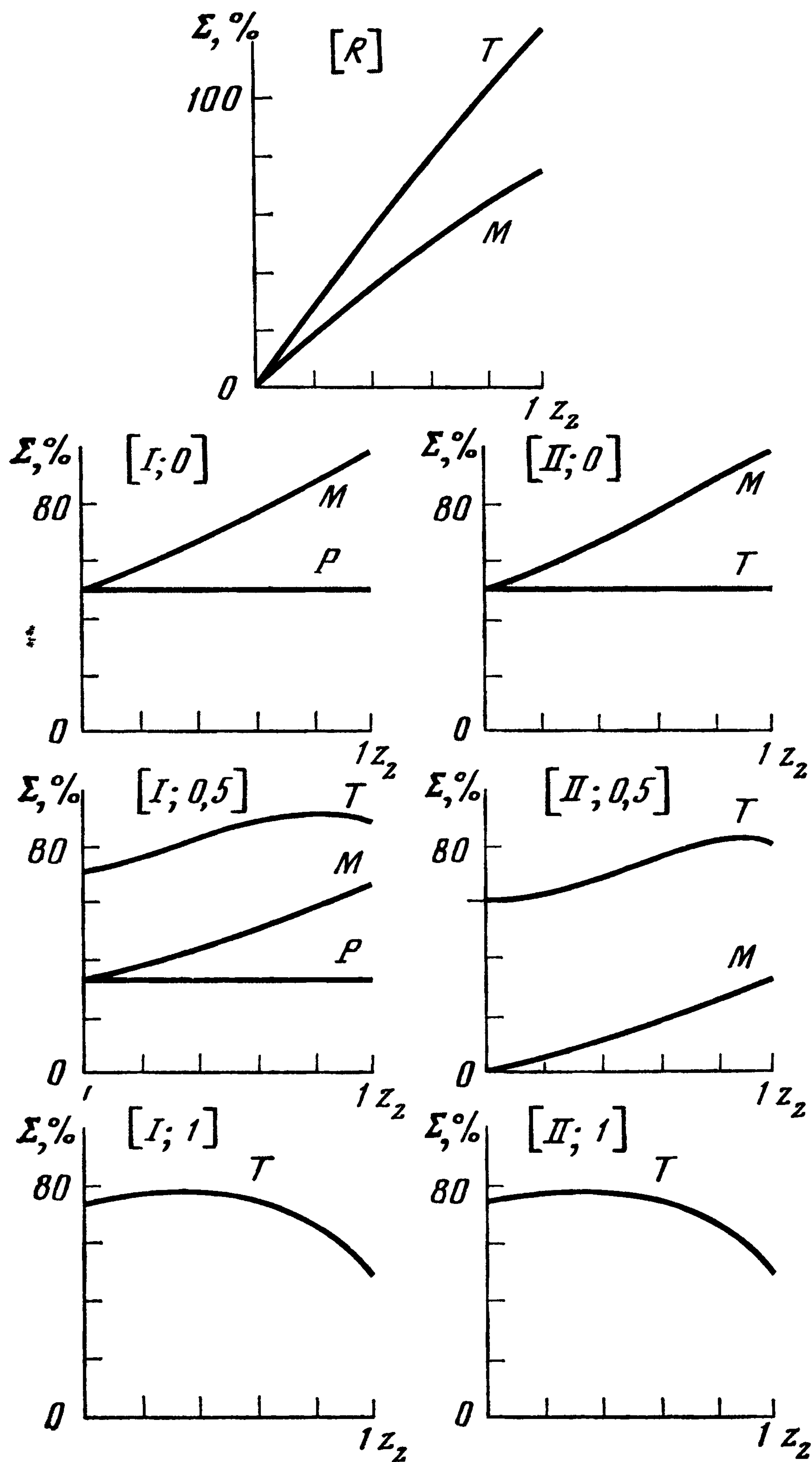


РИС. 5.4

Выше рассмотрен случай, когда наибольшее изображаемое удаление было одинаково и изменялось лишь удаление переднего плана. Этот случай полезно дополнить обратным: зафиксировав передний план и предположив, что он совпадает с основанием картины ($z_1 = 0$), изменять положение дальней границы изображаемого пространства z_2. Соответствующие графики, аналогичные показанным на рис. 5.3, приведены на рис. 5.4. Эти кривые во многом повторяют уже описанные закономерности. И здесь, как правило, увеличение глубины изображаемого пространства увеличивает сумму ошибок (на рис. 5.3 этому соответствовало уменьшение z_1, здесь же — увеличение z_2). Сохранился и общий характер распределения искажений. Обращает на себя внимание тенденция уменьшения ошибок передачи глубины с увеличением z_2 (четыре нижние диаграммы). Это свидетельствует о том, что передача глубины на дальних планах (для соответствующих вариантов перспективной системы) заметно лучше, чем на близких.

В заключение полезно привести более подробные графики, дающие изменение всех пяти слагаемых, характеризующих совершенство передачи зрительного восприятия на картине. В качестве примера выберем случай [I; 0], приведенный на рис. 5.4. Воспользовавшись формулами (5.2)—(5.4), для M_1, M_2, P_1, P_2 и T_1 по аналогии с формулой (5.5) вычислим характеристики искажений для этих величин, обозначив их через $\bar{M}_1$, $\bar{M}_2$, $\bar{P}_1$, $\bar{P}_2$ и $\bar{T}_1$ соответственно. Зависимости $\bar{M}_1$ и $\bar{M}_2$ (рис. 5.5) показывают, что соблюдение масштабов в горизонтальной плоскости является идеальным ($\bar{M}_1$ всюду равно нулю), ошибки в передаче масштабов связаны только с изображением вертикалей и возрастают с возрастанием передаваемой глубины ($\bar{M}_2$ увеличивается с увеличением z_2). Наибольшее искажение подобий зрительного восприятия соответствует переднему плану ($\bar{P}_1$), что касается плана, ограничивающего пространство в глубину, то у него искажения уменьшаются вместе с удалением ($\bar{P}_2$ уменьшается с увеличением z_2). График для $\bar{T}_1$ не приводится, поскольку $\bar{T}_1 = 0$ всюду. Из этого краткого описания видно, что график для [I; 0] на рис. 5.4 построен с использованием $\bar{P}_1$ и $\bar{M}_2$, поскольку суммарная ошибка Σ определяется наибольшими искажениями P' и M', и, кроме того, становится понятным, что в некоторых случаях может оказаться полезным более подробный анализ искажений.

Обратимся теперь к другой задаче, казалось бы не содержащей ничего нового: к проблеме изображения ограниченных по глубине пространств. Будем, как и прежде, изменять расстояние $\bar{L}_1$ (или z_1), но в отличие от предыдущего будем считать, что изображаемое пространство простирается не до горизонта ($\bar{L}_2 \to \infty$, $z_2 \to 1$), а ограничено конечным рас-

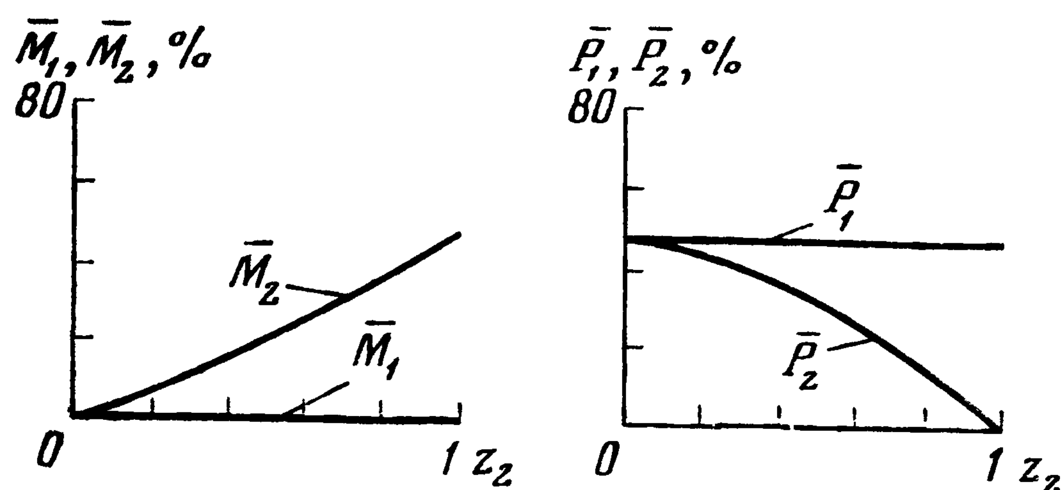


РИС. 5.5

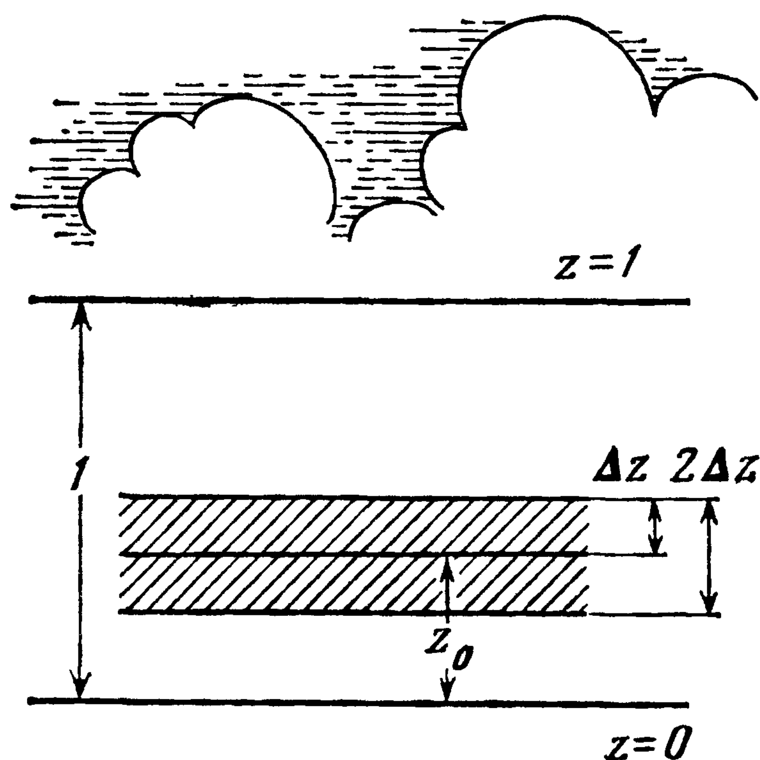


РИС. 5.6

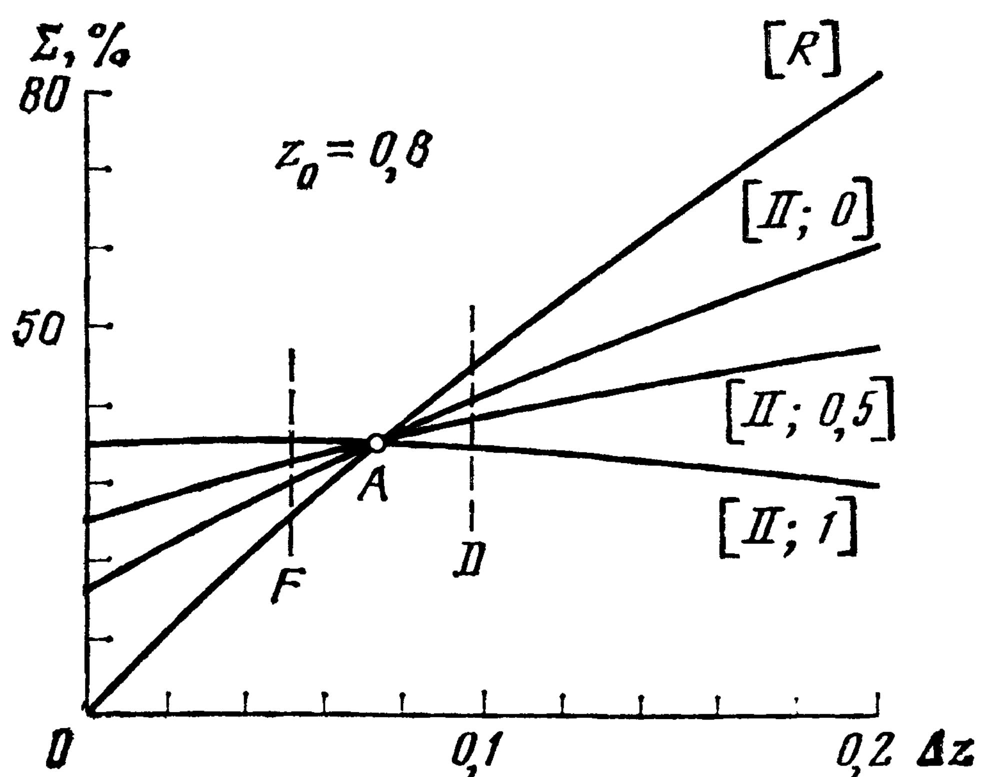


РИС. 5.7

стоянием $\bar{L}_2$ (и z_2 соответственно). Введем координату z_0 — некоторое условное среднее расстояние до изображаемого пространства, а его ближнюю и дальнюю границы определим следующим образом:

$$z_1 = z_0 - \Delta z; \quad z_2 = z_0 + \Delta z. \tag{5.10}$$

Величина $2\Delta z$ будет при этом передавать глубину изображаемого пространства. Совершенно естественно, что наибольшее возможное значение

$$\Delta z = 1 - z_0, \tag{5.11}$$

поскольку $z > 1$ существовать не может. Схематически это показано на рис. 5.6, на котором дана поверхность земли, нижний «обрез картины» соответствует $\bar{L} = 0$ ($z = 0$), линия горизонта — $z = 1$, а изображаемая часть пространства показана штриховкой.

Наиболее замечательным свойством подобных изображений является существование точек эквивалентности или областей эквивалентности. Точки эквивалентности характерны для вариантов перспективных систем, сохраняющих подобие (т. е. для систем, для которых всегда $P = 0$). К таким системам относятся ренессансная и все множество перцептивных систем класса II. Здесь опять можно было бы не выделять ренессансную систему перспективы из перцептивных, а просто утверждать, что рассматриваются системы перспективы класса $P = 0$. Чтобы ввести понятие «точки эквивалентности», рассмотрим рис. 5.7. На нем приведены зависимости суммы ошибок Σ от Δz для некоторого $z_0 = 0{,}8$. Область изменения Δz — от нуля до $\Delta z = 0{,}2$, так как при значении $\Delta z = 0{,}2$ дальняя граница изображения уже совпадает с горизонтом и поэтому значения $\Delta z > 0{,}2$ лишены смысла. На графике даны зависимости $\Sigma = \varphi(\Delta z)$ для ренессансной системы перспективы и для вариантов перцептивной системы класса II, характеризуемых значениями $k = 0$; $k = 0{,}5$; $k = 1$.

Бросающаяся в глаза особенность приведенной диаграммы — наличие точки пересечения A всех кривых, соответствующих свойствам различных вариантов перспективных систем класса $P = 0$. Наличие такой точки пересечения говорит о том, что для рассматриваемого примера при $\Delta z = 0{,}073$ все варианты системы перспективы класса $P = 0$ эквивалентны в смысле равенства характеризующих их сумм наибольших искажений Σ. Точку пересечения всех функций A естественно назвать *точкой эквивалентности*. В рассматриваемом примере в точке A при $\Delta z = 0{,}073$ (что говорит об изображении области пространства, лежащей между $z_1 = 0{,}727$ и $z_2 = 0{,}873$) все системы перспективы класса $P = 0$ дадут сумму ошибок, равную 35%. Для точек эквивалентности можно говорить о своеобразном «законе сохранения искажений» — типы искажений могут изменяться, но их сумма не может быть изменена: она не зависит от конкретного вида используемого варианта системы перспективы. Для рассматриваемого класса систем перспективы эквивалентность (в силу условия $P = 0$) сводится к равенству $M + T = \text{const}$ (в рассматриваемом примере эта константа равна 35%).

Обнаруженное для точек эквивалентности условие сохранения $M + T = \text{const}$ еще раз свидетельствует о том, что выбор подходящего варианта системы перспективы класса $P = 0$ зависит от того, какая художественная задача решается. Хотя сумму наибольших искажений изме-

нить нельзя, относительную долю искажений масштаба M и передачи глубины T можно варьировать в широких пределах. Для рассматриваемого примера это можно представить в виде табл. 5.

Таблица 5. Составляющие искажений для точки эквивалентности при $z_0 = 0{,}8$

Вариант системы перспективы	Искажение, %			
	P	M	T	Σ
Ренессансная	0	29	6	35
[II; 0]	0	13	22	35
[II; 0,5]	0	7	28	35
[II; 1]	0	0	35	35

Приведенная таблица хорошо иллюстрирует, как по мере уменьшения ошибки передачи масштабов M увеличивается ошибка передачи глубины T. Таблица еще раз убеждает в том, что правильная передача масштабов — слабое место ренессансной системы перспективы. Эту ошибку можно свести к нулю (вариант [II; 1]), тогда вся неизменная величина суммы наибольших искажений Σ окажется сосредоточенной в ошибке передачи глубины T. Здесь уместно обратить внимание на то, что если вариант системы перспективы, характеризуемый искажениями $M = 0$ и $P = 0$, существует (последняя строка табл. 5), то варианта, в котором соблюдены как передача подобий P, так и глубины T, а вся неизменная суммарная величина наибольших искажений Σ сосредоточена на искажении масштабов (в нашем примере $M = 35\%$), существовать не может. Это связано с тем, что для правильной передачи глубины следует положить $f_L(\bar{L}) = F_3(\bar{L})$, т. е. принять в формулах (4.17) $k = 0$. Но тогда $f_H = F_3(\infty) - F_3(\bar{L})$, однако по условию $P = 0$, $f_S(\bar{L}) = f_H(\bar{L})$ и, следовательно, $f_S(\bar{L}) = F_3(\infty) - F_3(\bar{L})$, а не $f_S(\bar{L}) = F_2(\bar{L})$, как надо бы для правильной передачи масштабов. «Насильственное» же назначение $f_S(\bar{L}) = f_H(\bar{L}) = F_2(\bar{L})$ дало бы $M = 0$, $P = 0$, $T = 0$, и возникшее с исходным предположением (что существует система с $M \neq 0$, $P = 0$ и $T = 0$) противоречие говорит о том, что предположение ошибочно. Легко сообразить, что это связано с невозможностью одновременной неискаженной передачи трех координат некоторой точки, о которой много говорилось выше. Это позволяет с некоторыми оговорками утверждать, что в смысле неправильной передачи соотношения масштабов переднего и дальнего планов ренессансный вариант научной перспективы является таким, «хуже которого не придумаешь».

Существование точки эквивалентности A никак не связано с выбранным значением $z_0 = 0{,}8$. Такие точки существуют для всех z_0 (наименьшее возможное значение $z_0 = 0{,}5$, так как при $z_0 = 0{,}5$ охватывается все пространство от $z = 0$ до $z = 1$, наибольшее же соответствует $z_0 = 1$ при $\Delta z = 0$). Для каждого z_0 величина суммы наибольших искажений Σ в точке эквивалентности A имеет свое значение (рис. 5.8). Приведенный график еще раз убеждает в том, что с увеличением z_0 (удалением «середины» изображаемой части пространства) сумма максимальных ошибок уменьшается и для горизонта ($z_0 = 1$) обращается в нуль.

Точка эквивалентности представляет скорее теоретический, чем практический интерес. Однако наличие такой точки свидетельствует о существовании области эквивалентности, позволяющей получить и практически интересные выводы. Под *областью эквивалентности* будем понимать диапазон значений z от $z_1^э$ до $z_2^э$, внутри кторого все варианты системы перспективы мало отличаются друг от друга в смысле численного значения суммы наибольших искажений Σ. Уточним несколько неопределенное понятие «малого отличия» следующим образом: в области эквивалентности наибольшая разность величин Σ для двух любых вариантов системы перспективы составляет не более 10%. Это означает, что внутри диапазона значений z, ограничивающих область эквивалентности, наибольшие отличия величин Σ для разных вариантов системы перспективы будут не более 5% от некоторого среднего значения, равного $\Sigma_{ср}$, т. е. внутри области эквивалентности

$$\Sigma = \Sigma_{ср} \pm 5\%. \tag{5.12}$$

Если сделать естественное предположение, что 5%-ные отклонения для человека малозаметны, то можно говорить, что в области эквивалентности все варианты системы перспективы равноценны (в смысле приближенного равенства величин Σ).

Найдем численные значения областей эквивалентности, начав с примера, приведенного на рис. 5.7. На рисунке все кривые для рассматриваемых вариантов системы перспективы лежат между кривыми [R] и [II; 1]. Если обозначить разность между наибольшим и наименьшим значениями Σ через $\Delta\Sigma$, которая, естественно, всегда положительна, и построить график изменения разности $\Delta\Sigma$ в зависимости от Δz, то получится кривая с угловой точкой, представленная на рис. 5.9 в виде линии FED. Область эквивалентности $\Delta\Sigma \leqslant 10\%$ ограничена точками F и D, которым соответствуют значения $\Delta z^э = 0{,}051$ и $\Delta z^э = 0{,}096$ (им соответствуют штриховые вертикальные линии на рис. 5.7, обозначенные теми же буквами). Если взять большее из этих двух значений $\Delta z^э$, соответствующее точке D (смысл меньшего значения $\Delta z^э$ будет обсуждаться ниже), то области эквивалентности в согласии с формулами (5.10) будут соответствовать границы изображаемого пространства

$$z_1^э = 0{,}8 - 0{,}096 = 0{,}704, \qquad z_2^э = 0{,}8 + 0{,}096 = 0{,}896.$$

Глубина этой области (измеряемая в единицах z) будет равна $2 \cdot 0{,}096 = 0{,}192$. Если учесть, что при $z_0 = 0{,}8$ (для которого построены используемые графики) глубина всего изображаемого пространства не может превышать 0,4, поскольку в соответствии с формулой (5.11) наибольшее возможное значение $\Delta z_{max} = 0{,}2$, то область эквивалентности составит 48% от всего могущего быть изображенным пространства. Совершенно естественно, что эта доля зависит от значения z_0 — условной середины изображаемой области ограниченного пространства. Зависимость $\Delta z^э/\Delta z_{max}$ в функции z_0 приведена на рис. 5.10. Как видно из него, область эквивалентности составляет в среднем 50% от могущего быть изображенным пространства, а при $z_0 \to 1$ (т. е. с приближением середины изображаемой области к горизонту) стремится к 100%. Поэтому эквивалентность не может рассматриваться как редкое в художественной практике явление.

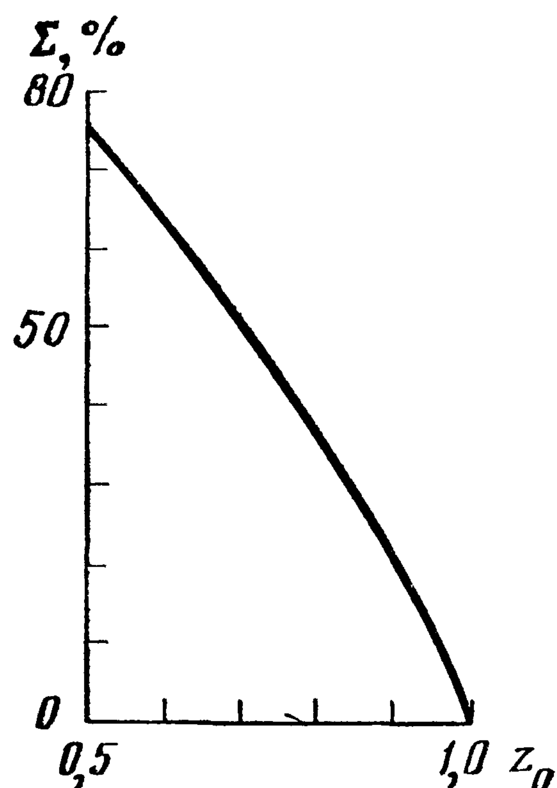


РИС. 5.8.

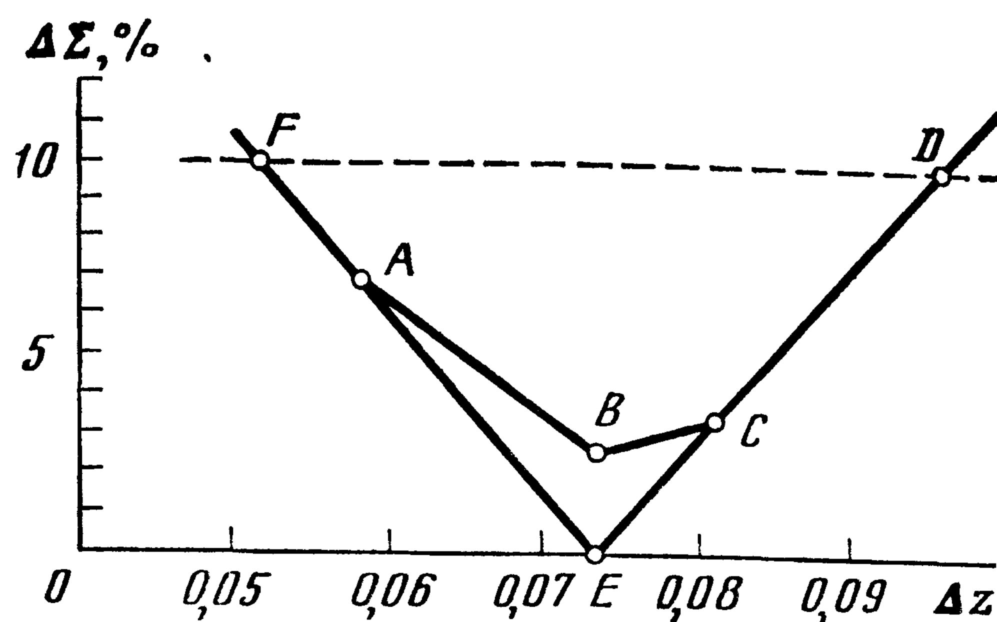


РИС. 5.9

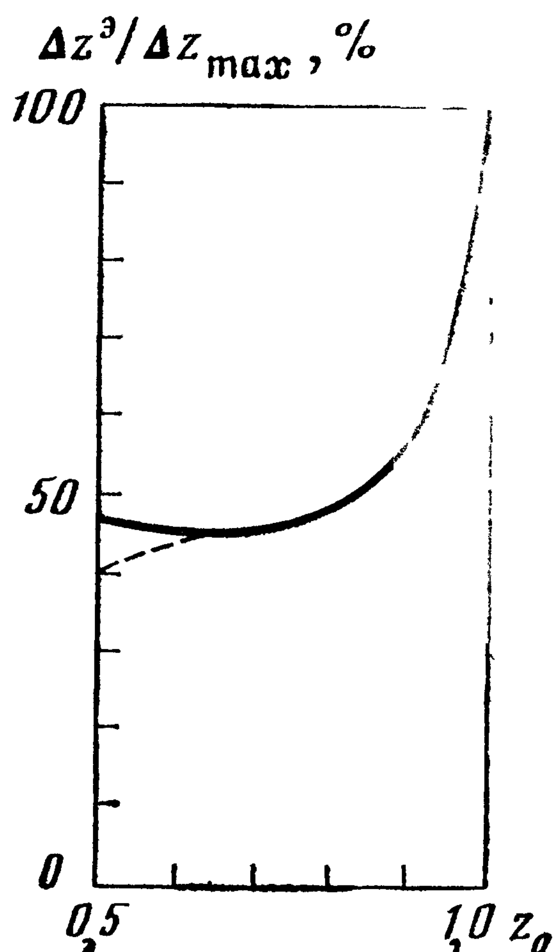


РИС. 5.10

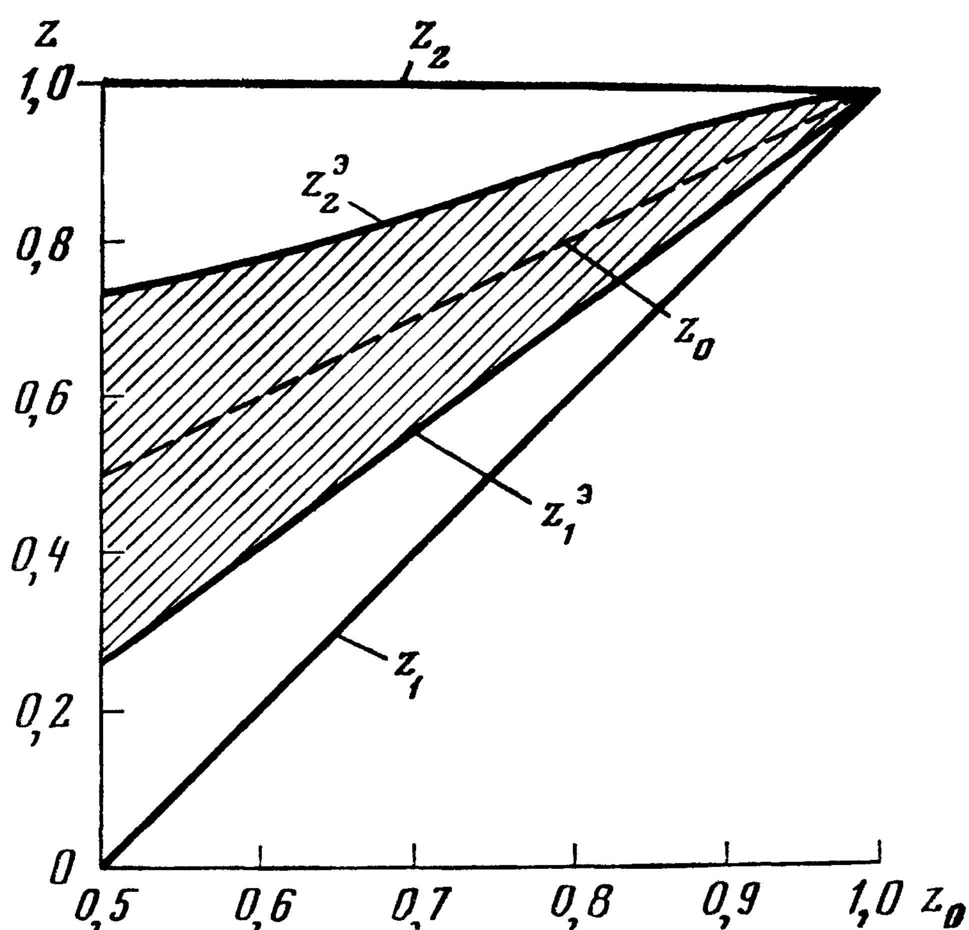


РИС. 5.11

Зависимость положения границ области эквивалентности, определяемой точкой D на рис. 5.9, от z_0 приведена на рис. 5.11. Наряду с границами $z_1^э$ и $z_2^э$ области эквивалентности (она заштрихована) на рис. 5.11 приведены линия z_0 и границы z_1 и z_2 могущей быть изображенной области. Как и следовало ожидать, заштрихованная область составляет примерно половину площади, заключенной между линиями $z = z_1$ и $z = z_2$.

До сих пор рассматривались варианты перспективных систем класса $P = 0$. Расширим теперь совокупность изучаемых вариантов, включив в них и вариант класса I. Если учесть, что кривые $\Sigma = f(z_1)$ для $k = 0$ и $k = 1$ классов I и II совпадают (на это указывалось в связи с обсуждением рис. 5.3), то ожидать значительного изменения зависимостей, представленных на рис. 5.7, после указанного расширения класса изучаемых вариантов системы перспективы не следует. Кривые [I; 0] и [I; 1] совпадут

с кривыми [II; 0] и [II; 1], а кривая [I; 0,5] — некоторый «средний» представитель зависимостей $\Sigma = \varphi(\Delta z)$ для класса I при $0 < k < 1$ — хотя и не пересечется с остальными в точке A, но пройдет очень близко от нее (на рисунке не показано). Тогда точка эквивалентности для рассматриваемой расширенной совокупности вариантов перспективной системы перестанет существовать, хотя область эквивалентности сохранит свой смысл. На рис. 5.9 показана зависимость $\Delta\Sigma = \varphi(\Delta z)$ с учетом включения в рассмотрение класса I. Теперь соответствующая зависимость будет изображаться ломаной линией $FABCD$. Эта зависимость не даст $\Delta\Sigma = 0$ ни для одного значения Δz (точки эквивалентности нет), но сохранится не только область значений Δz, для которых $\Delta\Sigma \leqslant 10\%$, но даже сохранятся ее границы. Для малых значений z_0 (меньших $z_0 = 0{,}65$) эти границы начнут несколько сужаться, что показано штриховой линией на рис. 5.10.

Окончательный вывод сводится к тому, что даже если рассматривать всю совокупность вариантов системы перспективы (не выделяя класс $P = 0$), то область эквивалентности все равно будет занимать примерно половину максимально возможной глубины могущего быть изображенным (для данного z_0) пространства. Поэтому в художественной практике выбор варианта системы научной перспективы очень часто должен основываться не на количественном критерии — минимальности суммы искажений Σ, а на качественном. Этот критерий может быть сформулирован так: поскольку в области эквивалентности сумма искажений

$$\Sigma = M + P + T \approx \text{const}, \tag{5.13}$$

т. е. практически не зависит от выбранного варианта перспективной системы, то решающим для такого выбора становится характер распределения искажений между M, P и T. Равенство (5.13) говорит о том, что и в расширенной совокупности вариантов системы научной перспективы (полной для рассматриваемых в настоящей книге) для областей эквивалентности справедлив (с допустимой для практики точностью) «закон сохранения искажений». Но в таком случае в областях эквивалентности выбор варианта системы перспективы должен основываться на эстетических, а не на математических соображениях.

Пусть, например, изображению подлежит интерьер глубиной 6 м, расположенный на расстоянии 2 м от картинной плоскости, а величину L_0 примем для закрытых помещений равной 2 м. Тогда $\bar{L}_1 = 1$, а $\bar{L}_2 = (6 + 2)/2 = 4$. Соответствующие значения z (2.15) будут $z_1 = 0{,}5$, $z_2 = 0{,}8$, а следовательно, $z_0 = 0{,}65$, $\Delta z = 0{,}15$. Из диаграммы, приведенной на рис. 5.11, видно, что диапазон изменения величины z для $z_0 = 0{,}65$ расположен внутри кривых, ограничивающих область эквивалентности, и поэтому можно утверждать, что в рассматриваемом случае все варианты системы перспективы будут характеризоваться суммой искажений $\Sigma \approx 55\%$ (см. рис. 5.8) [1] с точностью, лучшей, чем $\pm 5\%$. Поэтому выбор варианта системы перспективы будет меняться в зависимости от того, что и с какой целью изображается и какая из составляющих суммы

[1] Знак приближенного равенства поставлен здесь потому, что значение $\Sigma = 55\%$ соответствует точке эквивалентности, а не границе области эквивалентности.

$\Sigma = M + P + T$ особенно нежелательна в каждом конкретном случае. Пример этот подробно рассмотрен в главе 3.

Проведенный выше количественный анализ разных вариантов системы перспективы был основан на оценке правильности геометрических характеристик передачи на плоскости картины зрительного восприятия плоскостей, ограничивающих некоторый подлежащий изображению «объем». Другими словами, заключение о качестве изображения заполняющих этот «объем» предметов и качестве изображения самого пространства, содержащегося в этом мысленном «объеме», делалось по качеству изображения его границ. Этот подход имеет свои сильные стороны: он прост, кроме того, поскольку суждение о качестве изображения основывается на *наибольших* значениях искажений M, P и T, то естественно допустить, что если, например, искажение в передаче масштабов предметов, расположенных на разных планах, существует, то наибольшая степень искажений проявится при сопоставлении самого далекого плана с самым близким. В основном такое суждение справедливо, но детальный анализ убеждает в том, что проблема оказывается более сложной.

Рассмотрим кривые, приведенные на рис. 5.7. Зависимость $\Sigma = \varphi(\Delta z)$ для ренессансного варианта перспективы $[R]$ показывает, что при $\Delta z \to 0$, т. е. при изображении очень неглубокого пространства (ведь его глубина характеризуется величиной $2\Delta z$), сумма искажений Σ тоже стремится к нулю, т. е. ренессансный вариант оказывается безошибочным. Это неудивительно, ведь на малом интервале глубин функцию $F_1(\bar{L})$ можно считать постоянной, а если $F_1(\bar{L}) = \text{const}$ (4.4), то уравнения, описывающие естественное зрительное восприятие, переходят в уравнения, дающие изображение, геометрически подобное ренессансной системе перспективы (4.6). По мере увеличения Δz (увеличения глубины изображаемого пространства) суммарная ошибка Σ увеличивается и для рассматриваемого численного примера достигает значения 80% при максимально возможной (для данного z_0) глубине изображаемого пространства. Аналогичные соображения справедливы и для кривых [II; 0] и [II; 0,5]. Для них тоже по мере увеличения глубины изображаемого пространства сумма искажений Σ монотонно возрастает.

Приведенные примеры косвенно свидетельствуют о правомерности суждения о качестве изображения в целом по качеству изображения его границ (чем больше отстоят друг от друга эти границы, тем больше Σ). Однако ход кривой для варианта [II, 1] дает иную, представляющуюся аномальной картину: увеличение Δz, т. е. удаление границ переднего и дальнего планов друг от друга, не увеличивает, а уменьшает сумму ошибок Σ! Это уменьшение невелико и вряд ли имеет практическое значение; вполне можно считать, что сумма искажений не зависит от глубины изображаемого участка пространства, т. е. суждение о качестве изображения в целом по качеству изображения границ этого участка может использоваться и здесь, но обнаруженная тенденция требует более детального анализа. Он будет дан в следующем параграфе.

Рассмотрим теперь изображение произвольной прямой, находящейся в картинном пространстве. Зададим эту прямую уравнениями двух пересекающихся плоскостей :

$$S = k_1 L + a_1; \quad H = k_2 L + a_2. \tag{5.14}$$

Воспользовавшись формулами (4.24) и (2.3), напишем

$$x = (k_1 L_0 \bar{L} + a_1)\ f_S(\bar{L});\qquad y = (k_2 L_0 \bar{L} + a_2)\, f_H(\bar{L}). \tag{5.15}$$

Найденное параметрическое выражение функции $y = \varphi(x)$ (где $\bar{L}$ — параметр) указывает на нелинейный, вообще говоря, характер этой зависимости. Следовательно, прямые объективного пространства могут изображаться на картинной плоскости кривыми линиями.

Из этого общего правила существуют исключения. Если ограничиться перспективными системами класса $P = 0$, то из условия $f_S(\bar{L}) = f_H(\bar{L})$ как следствие можно получить, что параметрическая запись (5.15) может быть представлена в виде

$$y = ax + b, \tag{5.16}$$

где a и b — некоторые постоянные. Это говорит о том, что системы перспективы класса $P = 0$ (в том числе и ренессансная) обладают свойством передавать любую прямую, находящуюся в картинном пространстве, в виде прямой на картинной плоскости.

Если дополнительно предположить, что в выражениях (5.14) $k_1 = k_2 = 0$, т. е. искать изображение прямых, перпендикулярных картинной плоскости, то соотношения (5.15) можно будет записать так:

$$x = a_1 f_S(\bar{L});\qquad y = a_2 f_S(\bar{L}). \tag{5.17}$$

Рассматривая $f_S(\bar{L})$ как параметр, сразу убеждаемся в том, что прямые, перпендикулярные картинной плоскости, изображаются прямыми, идущими через главную точку картины (через начало координат). Найденный результат говорит о том, что этот частный вид прямых картинного пространства будет, как и в ренессансной системе перспективы, изображаться прямыми, имеющими точку схода в главной точке картины.

Сравним изображение полосы, образованной двумя прямыми, перпендикулярными картинной плоскости (например, дороги, идущей точно «от смотрящего»), во всех вариантах системы перспективы класса $P = 0$. Поскольку во всех системах этого класса справедливо равенство $f_S(0) = f_L(\infty)$, являющееся следствием условия горизонта (4.19) и признака систем класса $P = 0$ (4.23), постольку изображение полосы окажется одинаковым во всех вариантах перспективных систем класса $P = 0$ (это вовсе не означает, что оно будет полностью соответствовать естественному зрительному восприятию). Действительно, уравняем масштабы изображений всех полос для удаления $\bar{L} = 0$. Тогда в силу только что полученного результата совпадут изображения всех точек схода этих полос. Это показано на рис. 5.12 в виде изображений дороги, идущей от $\bar{L} = 0$ до горизонта (варианты системы перспективы указаны под соответствующими изображениями). Означает ли полное совпадение изображений краев дороги одновременно и тождество всех вариантов класса $P = 0$ перспективной системы? Чтобы ответить на этот вопрос, представим себе, что человек наблюдает эту дорогу в натуре. Видимое расстояние от основания картины до горизонта соответствует некоторому видимому углу зрения (следует напомнить, что этот видимый угол вследствие преобразующей деятельности мозга не будет равен углу, заключенному между плоскостью горизонта и лучом, полученным простым проектированием из точки зре-

ния к основанию картины). Найдем половину этого видимого угла. Она будет соответствовать некоторому удалению $L = L^*$ от картинной плоскости. Поставим на этом удалении флажок. Тогда видимые расстояния «ниже» флажка (до основания картины) и «выше» флажка (до горизонта) будут равны друг другу. Изобразим теперь положение флажка на рис. 5.12. В варианте [II; 0] флажок находится на равных расстояниях от основания картины и от линии горизонта. Это и неудивительно, поскольку при $k = 0$ вторая формула (4.17) дает $f_L(\bar{L}) = F_3(\bar{L})$, что говорит о неискаженной (против зрительного восприятия) передаче на картине удаленности [2]. Что касается других вариантов изображений, то на них флажок

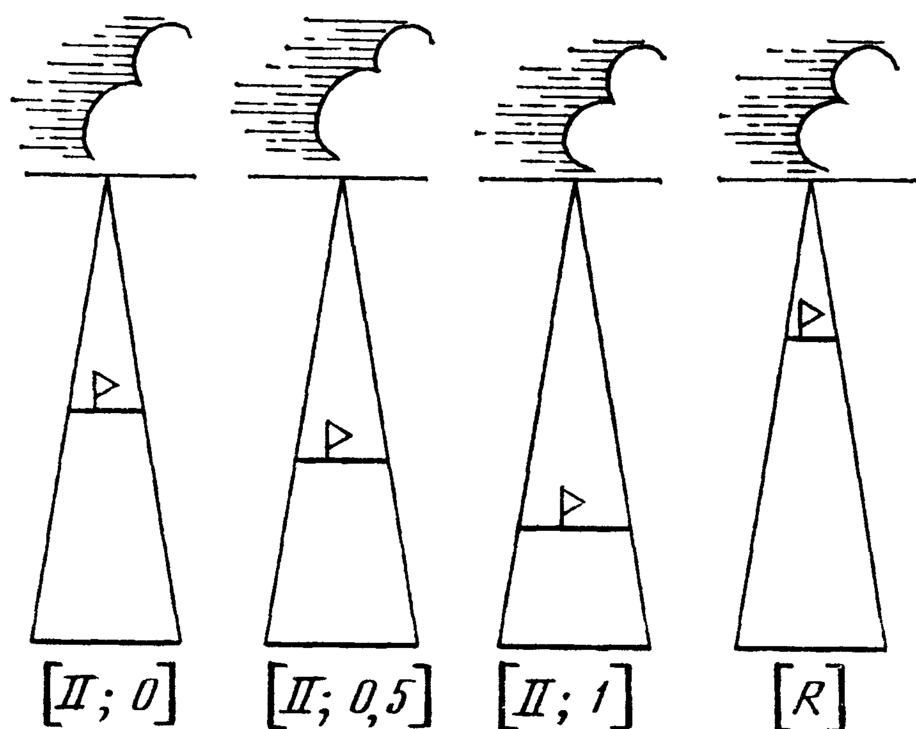


рис. 5.12

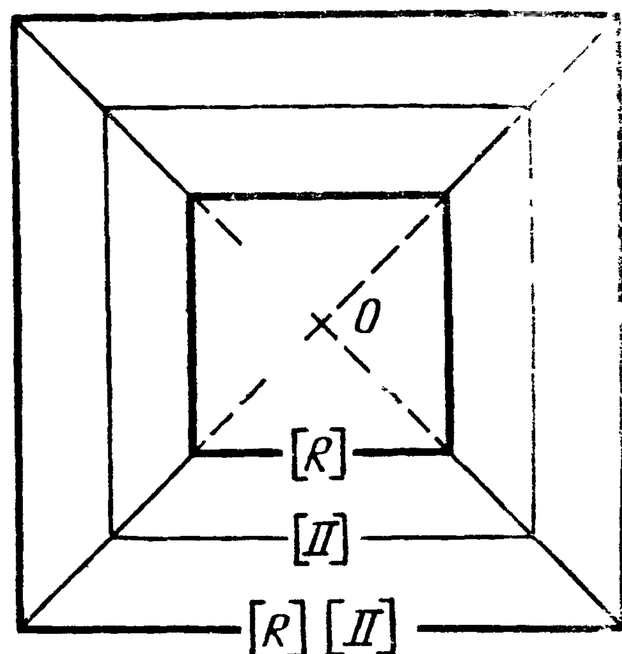


рис. 5.13

оказался в самых разных местах. Вариант [II; 0,5] говорит о некотором «сжатии» изображения близких областей пространства и «растяжении» удаленных его областей. Для варианта [II; 1] это выражено еще сильнее. Ренессансный вариант [R] дает обратную картину: он «растягивает» ближний план и «сжимает» дальний.

Приведенный пример показывает, что суждение о свойствах варианта перспективной системы по изображению границ не всегда информативно. В рассматриваемом случае «сжатия» и «растяжения» распределены внутри изображаемой области так, что при полном изображении (от основания картины до горизонта) они взаимно компенсируются, в результате удаление точки схода от основания картины не изменяется при изменении варианта перспективной системы. И все же суждения, основанные на анализе изображения границ, в большинстве случаев оправданны. В рассматриваемом примере изображение дороги от $L = 0$ до $L = L^*$ (до флажка) дало разительно отличающиеся друг от друга картины для разных вариантов системы перспективы.

Рассмотрим задачу изображения границ некоторого параллелепипеда (например, комнаты) при условии, что его ребра либо параллельны картинной плоскости, либо перпендикулярны ей. Тогда по только что дока-

[2] Это, казалось бы, противоречит данным, приведенным в табл. 5. Там для варианта [II; 0] $T = 22\%$. Но это происходит потому, что правильно переданная глубина d относится там к ошибочно переданной ширине a (см. рис. 5.1). Это видно из формулы (5.9) для T_1.

занному свойству вариантов класса $P = 0$ эти ребра будут изображаться прямыми линиями, причем прямые, передающие глубину, будут иметь общую точку схода O, как показано на рис. 5.13. Если, как сделано на рисунке, уравнять масштабы изображения ближайшего к зрителю сечения параллелепипеда («вход» в комнату), то дальняя его сторона будет иметь различный размер для разных вариантов системы перспективы.

Обратившись к изображению положения флажка на рисунке, сразу можно утверждать, что ренессансный вариант даст наиболее «глубокое» изображение с сильно искаженным (преуменьшенным) изображением ширины (и, естественно, высоты). В соответствии со сказанным на рис. 5.13 и указано обозначение [R]. Обозначением [II] отмечено другое изображение, соответствующее некоторому из вариантов класса II системы перспективы.

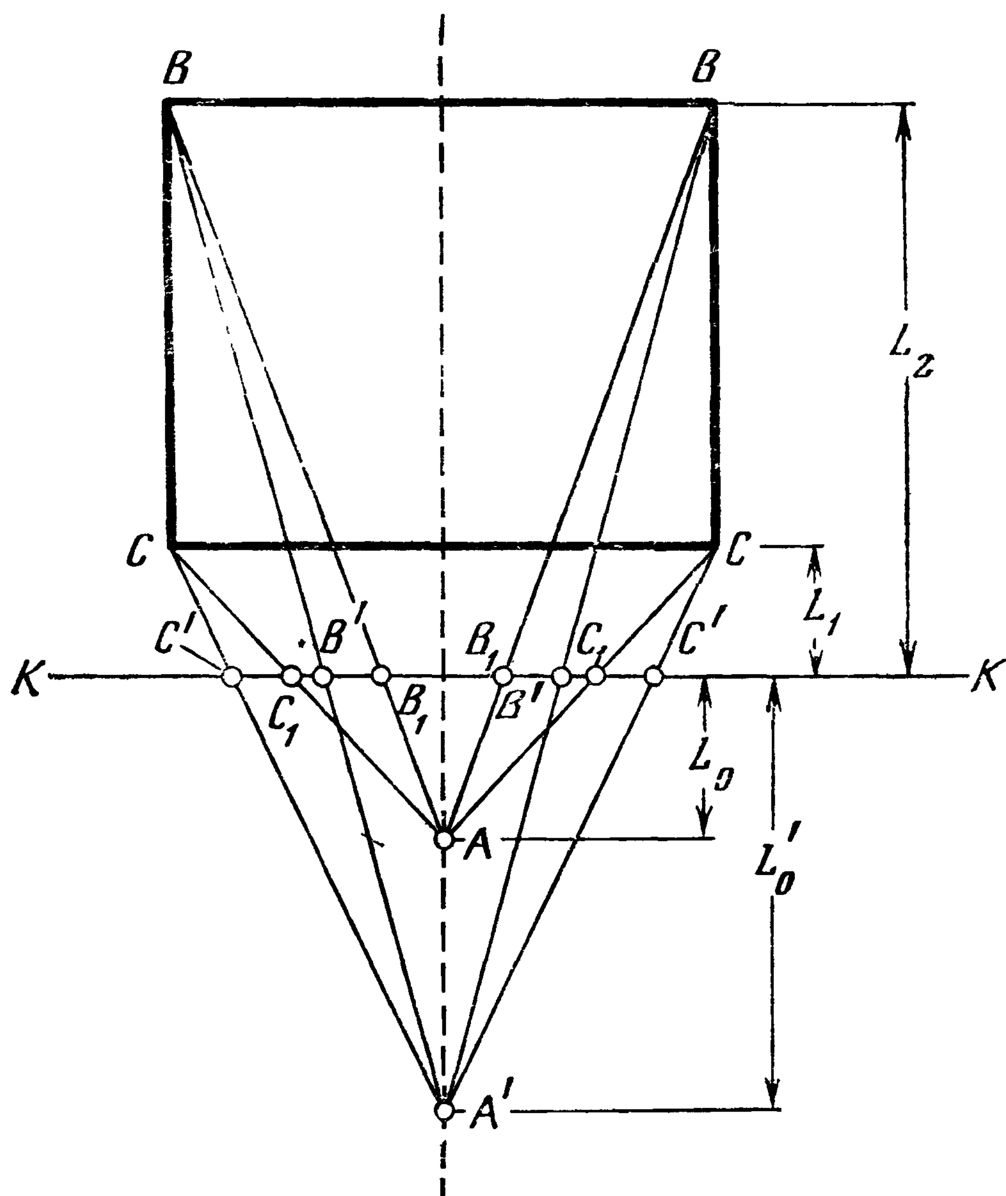


РИС. 5.14

Близость геометрической структуры изображений [R] и [II] позволяет решить следующую задачу. Рассмотрим изображение «пола» (все сказанное ниже относится, конечно, и к другим граням параллелепипеда). На рис. 5.14 показано в плане построение изображения пола в ренессансном варианте системы перспективы. Передняя граница пола CC изображается на картинной плоскости KK отрезком C_1C_1 при центре проектирования (точке зрения), находящемся в A. Совершенно аналогично строится и изображение дальней границы пола BB (отрезок B_1B_1 на прямой KK). Пусть теперь художник предпочтет какой-либо из вариантов класса II системы перспективы, например, для уменьшения искажений масштаба (см. таблицу). Тогда (это видно из рис. 5.12) изображение дальней стены (на рис. 5.12 — ширины дороги у флажка) станет больше, например займет положение $B'B'$ на прямой KK.

Но это можно трактовать как изображение, построенное по правилам ренессансной системы перспективы, но не из истинного центра проектирования A, а из некоторого вспомогательного центра A'. Использование вспомогательного центра проектирования A' изменит и изображение отрезка CC — оно станет равным $C'C'$, однако нетрудно убедиться, что $\frac{B'B'}{C'C'} > \frac{B_1B_1}{C_1C_1}$. Следовательно, после преобразования подобия, уравнивающего размеры $C'C'$ и C_1C_1, новое изображение даст увеличенный относительный размер дальней стены по сравнению с исходным.

Расстояние L_0' можно всегда подобрать так, чтобы полученное изображение пола соответствовало избранному варианту перцептивной системы перспективы. Прием этот хорошо известен художникам — они нередко дают на переднем плане «далевóй» образ предмета, чтобы ском-

пенсировать неестественные перспективные сокращения, свойственные ренессансному варианту системы. Это хорошо известно и фотографам, снимающим портреты телеобъективами с большого расстояния. При этом человек, рассматривающий фотографию, не ощущает, что она снята с большого расстояния, ему кажется, что портрет снят с естественного близкого расстояния. Все дело в том, что изображение, полученное по правилам ренессансной системы перспективы из точки A', соответствует изображению в одном из вариантов класса II перцептивной системы перспективы, полученному из истинной точки зрения A. Таким образом, передавая на переднем плане «далевóй» образ, художник подсознательно пользуется одним из вариантов перцептивной системы перспективы.

Необходимое для получения желательного эффекта изменение расстояния L_0 от центра проектирования до картинной плоскости нетрудно определить аналитически.

Рассмотрим изображение ширины пола для расстояния L_2 относительно изображения той же ширины для расстояния L_1, т. е. сопоставим изображения отрезка BB и CC.

В перцептивной системе перспективы оно будет $f_S(\bar{L}_2)/f_S(\bar{L}_1)$, где $\bar{L}_1 = L_1/L_0$ и $\bar{L}_2 = L_2/L_0$. Для ренессансного варианта перспективы при проектировании из вспомогательного центра A' это же отношение будет $(L_0' + L_1)/(L_0' + L_2)$. Приравняв эти отношения, найдем

$$f_S(\bar{L}_2)(L_0' + L_2) = f_S(\bar{L}_1)(L_0' + L_1), \qquad (5.18)$$

откуда легко получим искомое значение положения вспомогательного центра проектирования

$$L_0' = \frac{L_2 f_S(\bar{L}_2) - L_1 f_S(\bar{L}_1)}{f_S(\bar{L}_1) - f_S(\bar{L}_2)},$$

а следовательно, и степень увеличения истинного расстояния до картинной плоскости

$$\frac{L_0'}{L_0} = \frac{\bar{L}_2 f_S(\bar{L}_2) - \bar{L}_1 f_S(\bar{L}_1)}{f_S(\bar{L}_1) - f_S(\bar{L}_2)}. \qquad (5.19)$$

Если произвести соответствующие вычисления, основываясь на варианте [II; 0,5], то обнаружится удивительное постоянство отношения L_0'/L_0. Для положения переднего плана, соответствующего $\bar{L}_1 = 1$ (и при переменности дальнего плана), его значение приблизительно равно 2,7; если передний план несколько удалить ($\bar{L}_1 = 3$), то оно становится приблизительно равным 2,35. Использование других вариантов системы перспективы не может существенно изменить это отношение. Так, для варианта [II; 0] и $\bar{L}_1 = 1$ имеем $L_0'/L_0 = 2$, что касается варианта [II; 1], то для относительно удаленных объектов ($\bar{L}_1 = 3$) $L_0'/L_0 = 3 \div 4$ и лишь для близких объектов ($\bar{L}_1 = 1$) это отношение возрастает. Суммируя сказанное, можно утверждать, что для всех вариантов системы перспективы, относящихся к классу II, увеличение истинного расстояния до картинной плоскости в два—четыре раза, как правило, дает возможность строить изображение, пользуясь приемами ренессансной перспективы;

при этом оно окажется приблизительно таким, каким оно получилось бы при использовании одной из разновидностей класса II системы перспективы. Это не следует понимать в том смысле, что вместо какого-либо варианта перцептивной системы перспективы можно всегда пользоваться некоторым вариантом ренессансной системы, лишь сместив должным образом центр проектирования. Сказанное следует хотя бы из того, что для разных объектов при их расположении на разных удалениях от картинной плоскости надо было бы брать разные значения L_0'. Все же наблюдаемое в некоторых случаях достаточно выраженное постоянство L_0'/L_0 хорошо объясняет художественную практику и практику портретной фотографии.

Структура изображения внутри показанной изображенной части пространства далеко не однозначно определяется особенностями передачи его границ. Об этом свидетельствует и более детальное рассмотрение вопроса об областях эквивалентности. На рис. 5.9 показаны две точки, ограничивающие область эквивалентности: F и D. До настоящего времени во всех рассуждениях учитывалось существование только одной определяющей точки D. Существование второй точки эквивалентности F говорит о том, что по мере уменьшения изображаемой глубины (с сохранением ее середины в точке, соответствующей $z = z_0$) наступает момент, когда при некотором Δz эквивалентность нарушается (более подробный анализ показывает, что этого не происходит лишь для значений z_0, близких к единице; в нашем случае $z_0 > 0,95$). Обращение к рис. 5.7 дает возможность прокомментировать это. Точкам D и F на рис. 5.9 соответствуют штриховые линии D и F на рис. 5.7. Из графика видно, что в полосе между вертикалями D и F значения суммы наибольших искажений не отличаются друг от друга (для каждого Δz) более чем на 10%. Если двигаться от линии D в сторону уменьшения Δz, то среднее значение Σ (заключенное между кривыми [R] и [H; 1]) будет уменьшаться, это означает, что небольшой предмет, находящийся в середине изображаемого участка (например, около $\Delta z = 0$), будет изображаться с меньшими искажениями, чем весь передаваемый участок пространства (любая сумма искажений Σ в окрестности $\Delta z = 0$ меньше среднего значения этой суммы при значении Δz, соответствующем линии D). Поэтому наличие линии F не может оценивать наибольшие искажения, свойственные изображению в целом, по искажениям на границах передаваемого участка пространства (по Σ на линии D). Более тонкая характеристика передаваемого изображения, однако, изменится. Если, судя по рис. 5.7, границы изображаемого участка можно передавать используя любой вариант системы перспективы, практически не меняя суммы наибольших искажений Σ, то изображение отдельных предметов, находящихся в его середине, при значениях Δz, меньших, чем соответствующие линии F, этим свойством обладать не будет, здесь эквивалентность различных вариантов системы перспективы нарушится. Правда, не следует забывать, что нередко важнее суммы искажений является то, на какое слагаемое (M, P или T) они смещены.

Если расширить совокупность изучаемых систем, включив в нее и класс I системы перспективы, то все полученные выше выводы в основном сохранят свою силу. Примечательной особенностью варианта [I; 0] является то, что он открывает возможность передачи геометрии зрительного

восприятия горизонтальных (или вертикальных) плоскостей в полном соответствии с естественным зрительным восприятием. Это видно, например, из формул (4.17) и (4.22), которые для случая ($k = 0$) дают $f_L(\bar{L}) = F_3(\bar{L})$ и $f_S(\bar{L}) = F_2(\bar{L})$. Говоря далее (для определенности) только о горизонтальных плоскостях, можно утверждать, что неизбежные во всякой системе перспективы искажения должны быть в этом случае смещены на изображение вертикалей. Это следует, в частности, из выражения (4.17) для $f_H(\bar{L})$. Поэтому показанные для варианта [I; 0] на рис. 5.3 и 5.4 ошибки передачи масштабов M и подобий P связаны только с передачей вертикалей, т. е. с ошибками передачи b/a, b'/a' и b'/b (см. рис. 5.1). В силу сказанного вариант [I; 0] может оказаться особенно подходящим для передачи, например, плоского ландшафта (лишенного ярко выраженных вертикалей) с грядой гор на горизонте. Такое изображение может быть сделано в полном согласии с естественным зрительным восприятием: плоская часть ландшафта — вследствие свойств варианта [I; 0] системы перспективы, а горы — по другой причине. Передача геометрии вертикалей подчиняется в рассматриваемом случае закономерности (4.17), которая для $k = 0$ дает $f_H(\bar{L}) = F_3(\infty) - F_3(\bar{L})$, а не $f_H(\bar{L}) = F_2(\bar{L})$, как следует для передачи естественного зрительного восприятия. Однако для $\bar{L} \to \infty$ отношение этих двух функций, передающих вертикали, стремится к единице. Это следует из соотношения (4.30).

Полученный здесь вывод о возможности неискаженной передачи горизонтальной плоскости при одновременном наличии в варианте [I; 0] отличных от нуля искажений $M \neq 0$ и $P \neq 0$ (см., например, рис. 5.3), как указывалось, говорит о том, что искажения в передаче масштабов и подобий связаны только с изображением вертикалей. Поэтому если художник будет передавать пейзаж без заметных вертикалей (они могут присутствовать лишь в области горизонта), то фактическая сумма искажений в картине окажется равной нулю, хотя сам использованный вариант системы перспективы будет по-прежнему характеризоваться достаточно большой величиной суммарной ошибки Σ. Этот пример показывает, что полученные в настоящем параграфе графики передают наибольшую принципиально возможную величину искажений изображения. В реальной картине сумма этих искажений может быть и меньше.

Рассмотрим некоторые особенности неискаженной передачи горизонтальных поверхностей. На рис. 5.15 дана схема неискаженного, соответствующего варианту [I; 0] изображения пола и потолка бесконечно глубокого интерьера (при этом, естественно, искажена геометрия передачи стен BB' и $C'C$). Построение выполнено от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$. Криволинейные границы пола и потолка имеют точку схода в точке O, лежащей на линии горизонта AA. Если теперь передать неискаженно относительно естественного зрительного восприятия ограниченный по глубине интерьер, например ограниченный линиями BB и CC, то возникнет конфигурация пола, заштрихованная на рисунке. Построим для этой конфигурации условную точку схода по правилам ренессансной системы перспективы. Соответствующее построение, показанное штриховыми линиями, даст условную точку схода O_1, лежащую выше линии горизонта AA. Совершенно аналогично соответствующее изображение потолка даст криволинейную трапецию, ограниченную прямыми $B'B'$ и $C'C'$, и условную точку схода

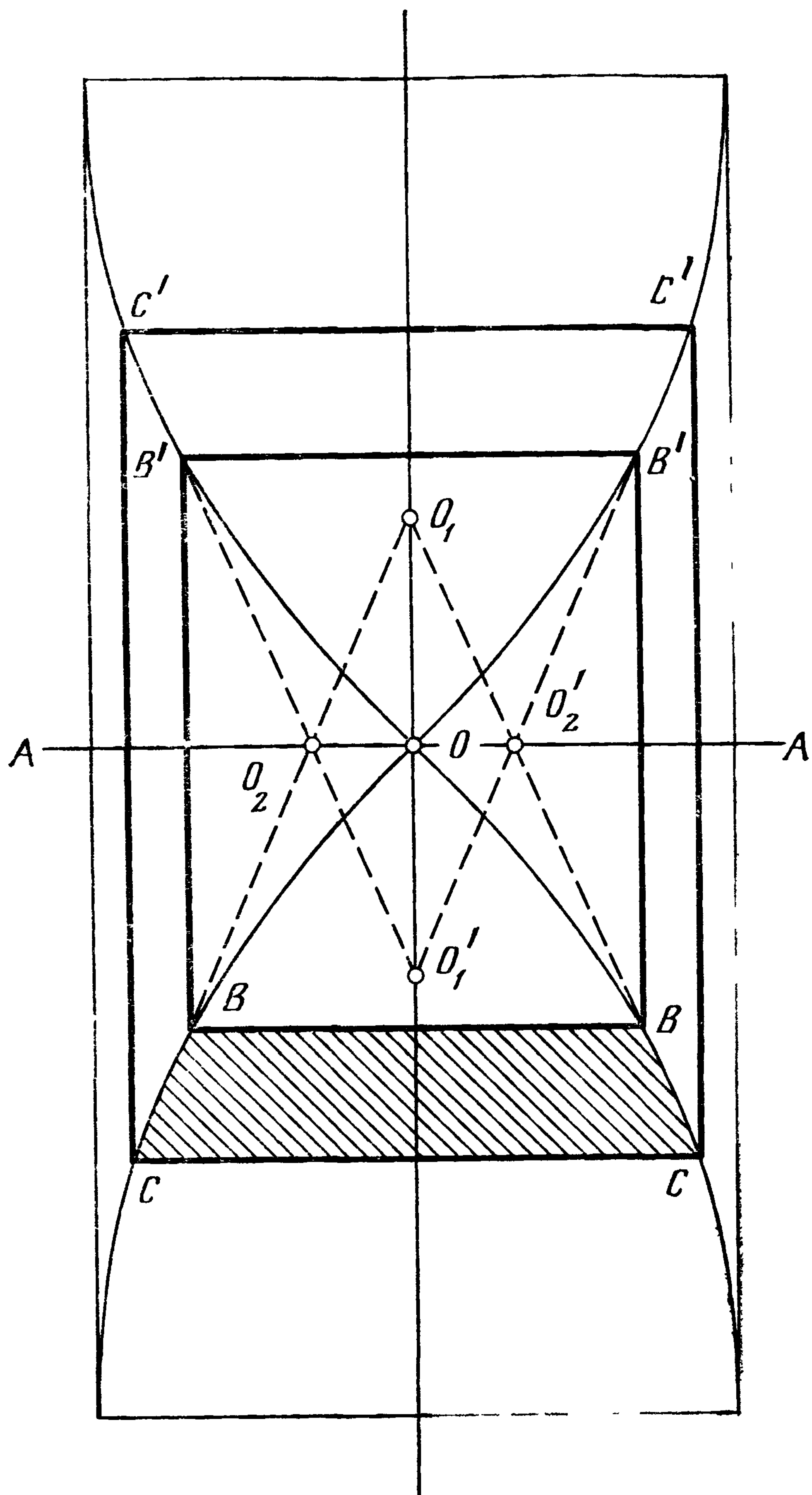
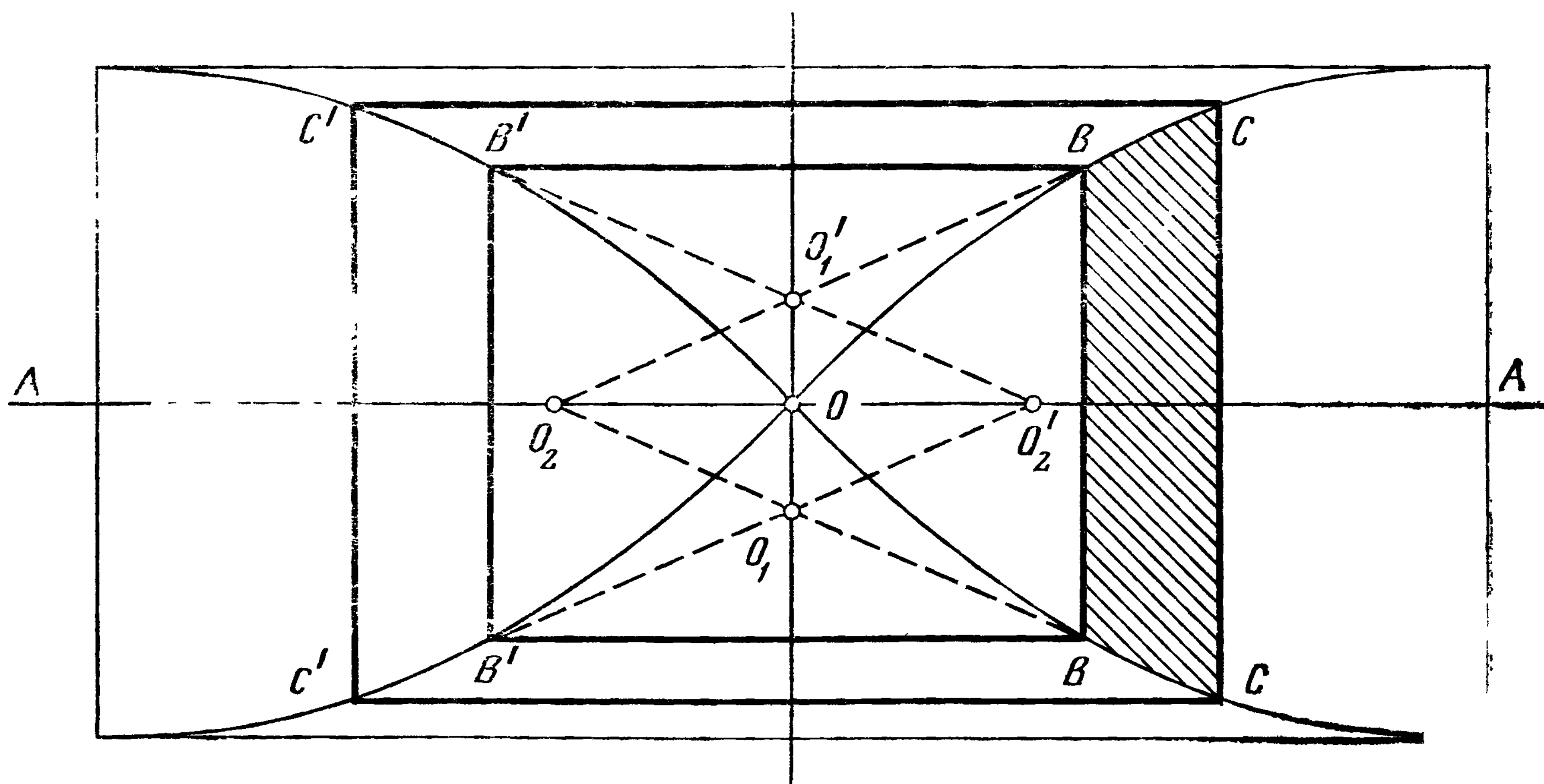


РИС. 5.15

O_1', лежащую ниже линии горизонта AA.

Полученный результат объясняет, почему художники нередко пишут пол так, что формальная точка схода оказывается «повышенной» относительно линии горизонта при изображении пола и «пониженной» при изображении потолка: они просто стремятся к неискаженной передаче естественного зрительного восприятия. Эти формальные точки схода не отражают сути дела, ведь истинная точка схода O будет при этом лежать точно на линии горизонта, которая (как это показано в первой части книги) может быть найдена с помощью формальных точек схода вертикальных плоскостей (например, стен). Приведенный пример показывает, что применение в качестве научной основы варианта системы перспективы, неадекватного принятому способу изображения, может приводить к ошибочным заключениям.

Все сказанное выше об изображении горизонтальных плоскостей почти дословно может быть повторено и для описания изображения вертикальных плоскостей (в рассматриваемом примере — стен). Неискаженная передача стен (естественно связанная с искажением пола и потолка) требует использования соотношений (4.20) и (4.25), а возни-



кающая при этом геометрическая схема почти в точности соответствует показанной на рис. 5.15. Соответствующее построение приведено на рис. 5.16. В отличие от предыдущего теперь формальные точки схода O_1 и O_1 будут повышенными для потолка и пониженными для пола. Можно, конечно, рассмотреть и условные точки схода линий, ограничивающих стены. Они тоже лягут не в истинную точку схода O, а окажутся правее и левее ее (точки O_2 и O_2'). Аналогичные точки схода верхней и нижней границ стен показаны (с теми же обозначениями) и на рис. 5.15.

Таким образом, если формальные построения точек схода по правилам ренессансной перспективы при анализе какой-либо картины показывают, что они для пола повышены, а для потолка понижены, то это, скорее всего, говорит о стремлении художника передать конфигурации пола и потолка близкими к естественному зрительному восприятию. Если же они оказываются пониженными для пола и повышенными для потолка, то это говорит о стремлении художника к изображению стен, более близкому зрительному восприятию.

Столь часто встречающееся у художников «гибкое» использование ренессансной системы перспективы (смещение точек схода относительно линии горизонта, изображение предметов переднего плана как видимых издали и т. п.) нередко говорит, как теперь становится ясным, лишь о том, что они стремятся приблизиться в каких-то элементах своей картины к передаче естественного зрительного восприятия путем интуитивного приближения к одному из вариантов перцептивной системы перспективы.

«Закон сохранения искажений» (5.13) может дать повод к решению и следующей задачи. Пусть $\Sigma \approx \text{const}$ и, следовательно, искажения неизбежны. Сделать их относительно малозаметными можно равномерно «размазав» их по трем составляющим M, P, T. Действительно, искажение величиной 30%, сосредоточенное, например, на T, может бросаться в глаза, в то время как 10%-ные искажения каждого из трех слагаемых будут малозаметными. Очевидно, что такое распределение искажений по трем составляющим возможно только для вариантов I системы перспективы, поскольку у вариантов II всегда $P = 0$. Анализ показывает, что это возможно за счет коэффициента k в уравнениях(4.17). Указанному требованию в какой-то мере отвечает $k = 0{,}25$.

Принятые в искусствознании понятие «уплощения» пространства и т. п. термины приобретают теперь строгий смысл. Искажения передачи глубины, масштабов и подобий, во-первых, определяются численно и, во-вторых, по отношению к естественному зрительному восприятию, а не по отношению к некоторой системе перспективы, играющей роль научно правильного эталона, поскольку такой системы существовать не может. То, что до настоящего времени в качестве подобной эталонной системы использовался ренессансный вариант системы перспективы, легко объяснимо, но это не дает основания продолжать такую практику сегодня.

Рассмотрим теперь еще одну проблему, нередко возникающую в изобразительном искусстве,— проблему увеличения охватываемого на картине пространства. Выше всюду предполагалось, что используемые в перспективных построениях лучи зрения достаточно близки к перпендикуляру к картинной плоскости. Это сразу ограничивает величину конуса зрения при перспективных построениях. Художественная практика

показала, что допустимое отклонение луча зрения от перпендикулярности составляет 15°, и это связано с тем, что соответствующие проекции, пропорциональные косинусу указанного угла, искажаются при этом ограничении сравнительно слабо. Тогда можно ввести понятие конуса нормального видения с углом при вершине 30°. Обычно эта величина и дается в курсах перспективы. Следует сразу оговориться, что приведенная здесь величина дает лишь порядок допустимого угла при вершине конуса видения, она может довольно заметно колебаться в зависимости от того, что именно изображается.

В художественной практике нередки случаи, когда необходимо передать объект, не укладывающийся в конус нормального видения. Одним из выходов из такого положения является сохранение перпендикулярности лучей зрения к поверхности картины для всех направлений взора. Ограничим задачу, считая, что изображаемый объект вытянут только по горизонтали, а в вертикальном направлении укладывается в обычный конус нормального видения (например, изображение невысокой, но протяженной группы зданий). При этих условиях сохранение перпендикулярности луча зрения к поверхности изображения можно получить, если обычное проектирование на плоскость заменить проектированием на цилиндрическую поверхность КП, как это показано на рис. 5.17, а затем развернуть эту поверхность, совместив ее с плоскостью картины.

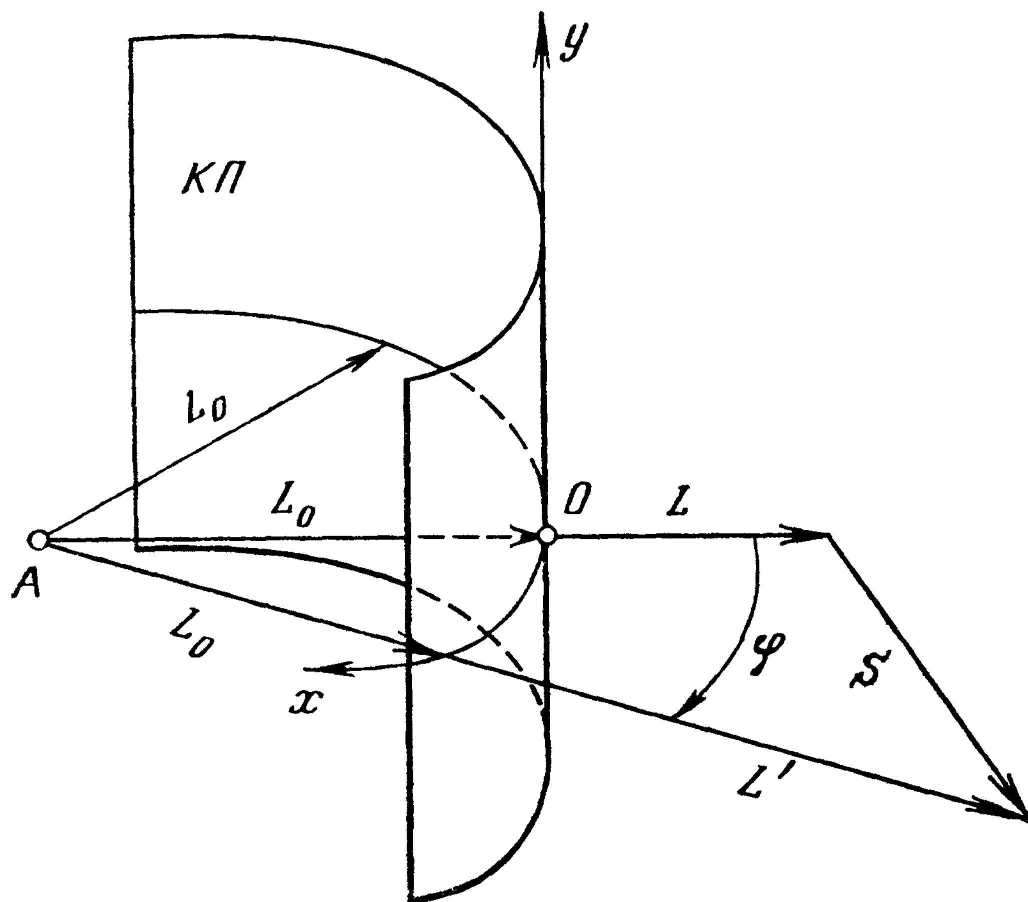


РИС. 5.17

При таком способе изображения роль безразмерного удаления будет играть величина

$$\bar{L}' = L'/L_0 = (1 \pm \bar{L})/\cos\varphi - 1, \tag{5.20}$$

и взаимосвязанные условиями коммутативности и горизонта величины l и h будут даваться очевидными выражениями:

$$l = Hf_L(\bar{L}'); \quad h = Hf_H(\bar{L}'). \tag{5.21}$$

Что касается направленной по поверхности цилиндра величины x, то определять ее, воспользовавшись первой формулой (4.24), оказывается недопустимым (в силу того, что изменение угла φ приводит к изменению $\bar{L}'$). Прежде всего заметим, что

$$dx = L_0 f_S(\bar{L}')\, d\varphi, \tag{5.22}$$

а следовательно,

$$x = L_0 f_R(\varphi), \tag{5.23}$$

где

$$f_R = \int_0^{\varphi} f_S \left(\frac{1+\bar{L}}{\cos\varphi} - 1 \right) d\varphi. \qquad (5.24)$$

Таким образом, теперь вместо формул (4.24), с помощью которых обычно строится изображение, следует пользоваться следующими:

$$x = L_0 f_k\,(\varphi,\ \bar{L}); \qquad y = H f_H\,(\bar{L}'),$$

$$\varphi = \arccos\,[(1+\bar{L})/(1+\bar{L}')], \qquad (5.25)$$

$$\bar{L}' = \sqrt{(1+\bar{L})^2 + S/L_0} - 1.$$

Вывод последних двух соотношений настолько элементарен, что здесь не приводится. Формулы (5.25) позволяют по заданным координатам S, L, H точки найти координаты x, y изображения этой точки во введенной системе координат. Иногда полученные таким образом изображения называют переданными в *панорамной системе перспективы*. В отличие от обычного пути здесь учтена преобразующая работа мозга, однако наименование «панорамная система перспективы» разумно сохранить.

Вычисления по приведенным формулам достаточно элементарны, а интеграл (5.24) легко найти, например, графически. Заметим, что все сказанное имеет второстепенное значение. Поэтому графики или таблицы функций f_R не приводятся.

В заключение рассмотрим вопрос о величине коэффициента k, входящего в выражения (4.17) для f_H и f_L. В настоящей книге величина коэффициента k определяется принятым выше условием $0 \leqslant k \leqslant 1$. В то же время условия коммутативности (4.18) и горизонта (4.19) выполняются при любых значениях k, в том числе и отрицательных. Если расширить принятый диапазон изменения коэффициента k в сторону его увеличения, то передний план начинает недопустимо сильно «уплощаться», а начиная с $k \approx 1{,}3$, функция f_L $(\bar{L})$ принимает для некоторых $\bar{L}$ отрицательные значения, что лишено смысла; формально же нарушаются неравенства (4.7). Если же уменьшать коэффициент k, то при $k < 0$ варианты I перцептивной системы перспективы дадут недопустимо большие искажения подобия. Обращение к варианту II перцептивной системы перспективы, сохраняющему подобие, показывает, что по мере увеличения абсолютного значения коэффициента k она начинает по своим свойствам постепенно приближаться к ренессансной системе перспективы и при $k \to -\infty$ практически совпадает с последней. Это, кстати, еще с одной позиции позволяет считать ренессансную систему перспективы частным случаем перцептивной. Поскольку же ренессансный вариант системы перспективы изучается подробно, рассмотрение случаев $k < 0$ ничего интересного для художественной практики дать не может.

§ 6. Численная оценка соответствия перспективной системы неискаженной передаче естественного зрительного восприятия для произвольной точки картины

Проблема соответствия изображения и естественного зрительного восприятия, рассматривавшаяся в предыдущем параграфе, в основном касалась картины в целом. Она изучалась путем сопоставления геометрических свойств, связанных с наиболее близким и наиболее далеким планами картины. Однако наряду с этой постановкой проблемы может существовать и другая, в которой будет анализироваться аналогичное соответствие для каждой точки картины и ее малой окрестности. Очевидно, это этот подход не противоречит использованному выше, а дополняет его. Новый подход будет плодотворным, если потребуется ответить на вопрос о соответствии изображения формы некоторого относительно малого предмета естественному зрительному восприятию в зависимости от того, в какой части картины он изображен. Таким образом, можно с некоторыми оговорками утверждать, что в предыдущем параграфе анализировалась проблема передачи пространства, а здесь будет изучаться проблема передачи формы отдельного предмета.

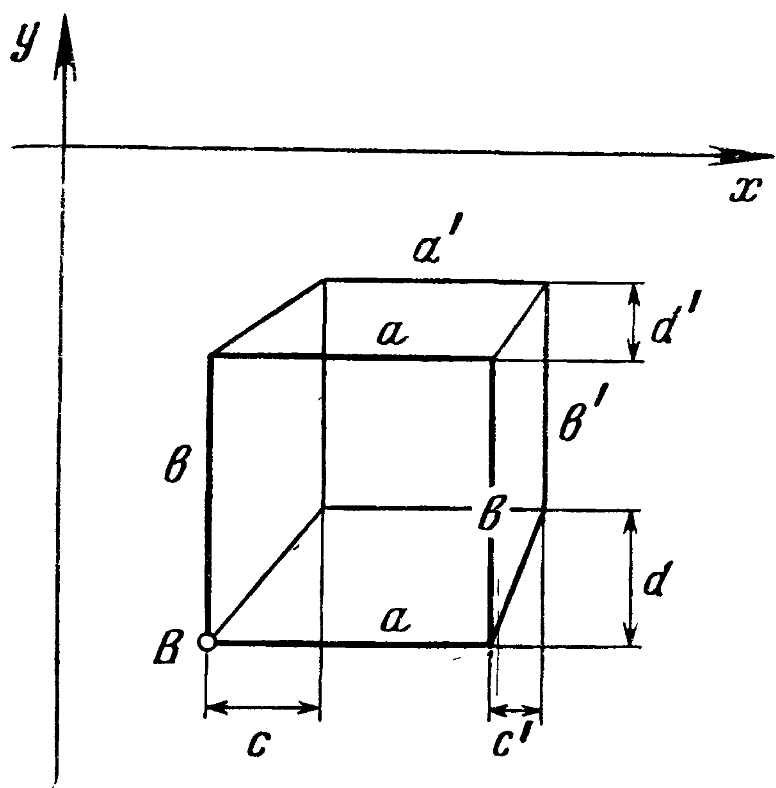


РИС. 6.1

В качестве предмета, изображение которого будет изучаться, возьмем куб (рис. 6.1). Выбор куба вполне естествен, если расположить его так, чтобы его ребра были параллельны осям системы координат SLH в картинном пространстве, то представится возможность анализа искажений в трех основных направлениях. На рис. 6.1 куб изображен описанным образом (ребра a параллельны оси OS, ребра b — оси OH, а непоименованные ребра параллельны оси OL). Изображение куба показано в четвертой четверти картинной плоскости ($x > 0$, $y < 0$), поскольку он предполагается находящимся ниже плоскости горизонта (он виден сверху). Конечно, получаемые ниже соотношения совершенно не зависят от того, в какой четверти картинной плоскости находится изображение куба.

Конфигурация изображения куба определяется шестью независимыми величинами, например величинами ребер a, b, a', b' и расстояниями c и d. Все эти величины определяют изображение расстояний между гранями куба: величины a и a' — между левой и правой гранями, b и b' — между верхней и нижней, а c и d — между передней и задней гранями. Величины c' и d' не являются независимыми. Легко видеть, что $d' = d + b' - b$ и $c' = c + a' - a$. Относительно величин c и d необходимо привести некоторые пояснения.

Расстояние d можно представить себе как передачу «движения» от b к b' по горизонтальной плоскости, а расстояние c — как такую же передачу «движения» по боковой грани куба. Как уже говорилось, человек привык судить о перемещениях в направлении «вперед — назад» как о перемеще-

ниях по горизонтальной поверхности (например, по полу). Лишь в очень редких случаях смещения в глубь пространства у него ассоциируются с перемещением «вдоль стен» (об этом говорилось в предыдущих параграфах).. Однако если этот редкий случай все же реален при изображении пространства, то он практически невероятен при изображении отдельного небольшого предмета. Даже глядя на показанный на рис. 6.1 куб, ощущаешь различие между отрезками c и d. Если отрезок d воспринимается как характеризующий удаление задней грани от передней, то отрезок c — как характеризующий ракурс, под которым виден куб. Последнее можно хорошо почувствовать, если представить себе изображения нескольких кубов, отличающиеся лишь величиной отрезка c,— они будут восприниматься как изображения одного и того же куба, видимого в различных ракурсах.

Ракурс представляется характеристикой менее фундаментальной, чем изображение смещений по трем основным направлениям. Поэтому в дальнейшем ограничимся изучением правильности передачи только отрезков a, a', b, b' и d, т. е. анализом правильности передачи смещений по трем основным направлениям. Это одновременно сохранит и преемственность с развивавшимися в предыдущих параграфах представлениями.

Пусть ребра находящегося в картинном пространстве куба равны a_0. Пусть, далее, координаты точки B (см. рис. 6.1), принимаемой за некоторое условное «начало» куба, будут S_B, L_B, H_B. Тогда на основании формул (4.10) — (4.12) можно написать

$$a=(S_B+a_0)f_S(\bar{L}_B)-S_Bf_S(\bar{L}_B),$$
$$b=(H_B+a_0)f_H(\bar{L}_B)-H_Bf_H(\bar{L}_B),$$
$$d=H_Bf_L(\bar{L}_B+\bar{a}_0)-H_Bf_L(\bar{L}_B),$$

где безразмерная величина $\bar{a}_0$ на основании формулы (2.4) равна $\bar{a}_0 = a_0/L_0$. Очевидные преобразования дадут следующую совокупность формул:

$$a=a_0f_S(\bar{L}_B);\qquad b=a_0f_H(\bar{L}_B),$$
$$d=H_B[f_L(\bar{L}_B+\bar{a}_0)-f_L(\bar{L}_B)]. \tag{6.1}$$

Чтобы найти на перспективном изображении куба величины a' и b', следует обратить внимание на то, что они получаются путем смещения в картинном пространстве одноименных ребер вглубь на величину $\Delta L = a_0$. Следовательно,

$$a' = a_0f_S(\bar{L}_B+\Delta\bar{L});\qquad b' = a_0f_H(\bar{L}_B+\Delta\bar{L}). \tag{6.2}$$

Разложим используемые функции в ряд Тейлора и ограничимся при записи величинами второго порядка малости (считая ребро куба a_0 величиной первого порядка малости). Тогда отрезки будут равны:

$$a=a_0f_S(\bar{L}_B);\qquad b=a_0f_H(\bar{L}_B),$$
$$d=H_B\bar{a}_0\left[f'_L(\bar{L}_B)-\frac{1}{2}\bar{a}_0f''_L(\bar{L}_B)\right], \tag{6.3}$$
$$a'=a_0[f_S(\bar{L}_B)+f'_S(\bar{L}_B)\Delta\bar{L}],$$
$$b'=a_0[f_H(\bar{L}_B)+f'_H(\bar{L}_B)\Delta\bar{L}].$$

Поскольку

$$\Delta \bar{L} = \bar{a}_0, \tag{6.4}$$

то вместо первых трех равенств (6.3) можно привести следующие безразмерные соотношения (индексов B при $\bar{L}$ и H опускаем):

$$a/a_0 = a_1 = f_S(\bar{L}); \quad b/a_0 = a_2 = f_H(\bar{L}), \tag{6.5}$$

$$d/a_0 = a_3 = H\left[f'_L(\bar{L}) + \frac{1}{2} f''_L(\bar{L})\Delta\bar{L}\right]\Big/L_0.$$

Приведенные в левых частях выражений (6.5) величины показывают, что эти равенства определяют масштаб изображения характерных величин *по отношению к натуре.* В предыдущем параграфе такие величины не рассматривались, поэтому целесообразно дать некоторые пояснения. Выше говорилось о том, что геометрический размер картины — параметр малосущественный, что с одного негатива можно отпечатать изображения различных размеров и они будут восприниматься как одно и то же изображение. Казалось бы, что это делает ненужным анализ величин, приведенных в формулах (6.5). Однако, как будет видно из последующего, при изучении характера изображения в произвольной точке картины использование введенных величин становится неизбежным.

Наряду с формулами (6.5) приведем и выражения, описывающие уже известные из предыдущего параграфа свойства — соотношение масштабов, подобий и передачу глубины:

$$\left.\begin{aligned}
&a'/a = a_4 = 1 + f'_S(\bar{L})\Delta\bar{L}/f_S(\bar{L}),\\
&b'/b = a_5 = 1 + f'_H(\bar{L})\Delta\bar{L}/f_H(\bar{L}),\\
&b/a = a_6 = f_H(\bar{L})/f_S(\bar{L}),\\
&\frac{b'}{a'} = a_7 = \frac{f_H(\bar{L})}{f_S(\bar{L})} + \frac{f'_H(\bar{L})f_S(\bar{L}) - f_H(\bar{L})f'_S(\bar{L})}{f_S^2(\bar{L})}\Delta\bar{L},\\
&\frac{d}{a} = a_8 = \frac{H}{L_0}\left[\frac{f'_L(\bar{L})}{f_S(\bar{L})} + \frac{1}{2}\frac{f''_L(\bar{L})}{f_S(\bar{L})}\Delta\bar{L}\right].
\end{aligned}\right\} \tag{6.6}$$

Если сопоставить выражения (6.5) и (6.6), то сразу видно, что они, вообще говоря, составлены из двух слагаемых, из которых второе линейно зависит от $\Delta\bar{L}$. Это позволяет записать их в следующем виде:

$$a_i = \alpha_i + \beta_i \Delta\bar{L}, \tag{6.7}$$

где значения α_i и β_i очевидны. Первые слагаемые выражения (6.7) зависят только от положения точки B (см. рис. 6.1), точнее, от координат H и L. Вторые, кроме того, зависят от величины ребра куба $\Delta\bar{L}$. При $\Delta\bar{L} \to 0$ вторые слагаемые становятся исчезающе малыми, а первые сведутся к трем независимым величинам, например к a/a_0, b/a_0 и d/a_0. Они при $\Delta\bar{L} \to 0$ дают пределы отношений изображений на картинной плоскости трех ребер куба, пересекающихся в рассматриваемой точке B картинного пространства, к их истинной величине. Эти три числа (вообще говоря, разные для различных точек картинного пространства) определяют, во сколько раз надо увеличить или уменьшить в данной точке картинной

плоскости фактические величины ребер исчезающе малого стандартно расположенного куба при его изображении. Иными словами, они дают представление об относительных масштабах изображения в трех основных направлениях для рассматриваемой точки картинного пространства.

В том случае, когда ребра куба считаются величинами конечными, но малыми (что позволяет ограничиться линейным приближением при рассмотрении геометрических свойств изображения), то, учитывая и второе слагаемое выражения (6.7), можно изучить геометрические свойства изображения не только в рассматриваемой точке картинной плоскости, но и в малой окрестности этой точки. Как только координаты рассматриваемой точки изменятся, численные значения коэффициентов α_i и β_i, вообще говоря, тоже изменятся. Поэтому каждой точке картинного пространства соответствует своя численная характеристика качества изображения. Полное представление о качестве системы перспективы можно получить найдя эти численные характеристики для всех точек картинного пространства и рассматривая их в совокупности.

До сих пор при рассмотрении свойств изображения функции $f_S(\bar{L})$, $f_H(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$ оставались неопределенными. Положим теперь:

$$f_S(\bar{L}) = F_2(\bar{L}); \quad f_H(\bar{L}) = F_2(\bar{L}); \quad f_L(\bar{L}) = F_3(\bar{L}), \tag{6.8}$$

т. е. предположим, что изучается неискаженное естественное зрительное восприятие. Выше было показано, что системы перспективы, основанной на неискаженной передаче естественного зрительного восприятия, существовать не может, так как при этом окажутся нарушенными условия коммутативности и горизонта. Следовательно, соответствующие выражения типа (6.7) не могут принадлежать некоторой системе перспективы. Если все же сохранить в рассуждениях перспективный подход, то можно утверждать, что величины

$$a_i^* = \alpha_i^* + \beta_i^* \Delta\bar{L}, \tag{6.9}$$

полученные на основе соотношений (6.7) и (6.8), являются характеристиками некоторой идеальной, фактически недостижимой системы перспективы. Но тогда все системы перспективы, которые можно практически реализовать, надо сравнивать с этим недостижимым идеалом и по степени близости реальных систем перспективы к идеальной судить о их совершенстве. Иными словами, оценивать, как это делалось и выше, реально осуществимые системы перспективы в зависимости от их близости к неискаженной передаче зрительного восприятия человека.

Оценку степени близости некоторой системы перспективы к идеальной удобно производить путем введения новых величин $\bar{a}_i = a_i/a_i^*$ — коэффициентов относительной правильности изображения:

$$\bar{a}_i = \frac{\alpha_i + \beta_i \Delta\bar{L}}{\alpha_i^* + \beta_i^* \Delta\bar{L}}.$$

Предполагая малость $\Delta\bar{L}$ и ограничиваясь линейным приближением, можно написать

$$\bar{a}_i = \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_i \Delta\bar{L} = \frac{\alpha_i}{\alpha_i^*} + \left[\frac{\beta_i}{\alpha_i^*} - \frac{\alpha_i \beta_i^*}{(\alpha_i^*)^2}\right] \Delta\bar{L}, \tag{6.10}$$

откуда сразу следуют выражения

$$\bar{\alpha}_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_i^*}, \qquad \bar{\beta}_i = \frac{\beta_i}{\alpha_i^*} - \frac{\alpha_i \beta_i^*}{(\alpha_i^*)^2}. \tag{6.11}$$

Из соотношений (6.11) следует, что в случае точной передачи зрительного восприятия некоторой части изображения соответствующий коэффициент $\bar{\alpha}_i$ обращается в единицу, а коэффициент $\bar{\beta}_i$ — в нуль.

На практике удобнее иметь дело не с самими параметрами $\bar{a}_i$, $\bar{\alpha}_i$ и $\bar{\beta}_i$, а с относительными ошибками изображения, которые можно определить как разность между реальными значениями $\bar{a}_i$ и идеальными значениями. Здесь говорится об относительных ошибках, поскольку указанная разность дает величину ошибки по отношению к идеальному изображению. Обозначив величину относительной ошибки через δ_i, а ее составляющих — через γ_i и β_i, найдем

$$\delta_i = \gamma_i + \bar{\beta}_i \Delta\bar{L}; \qquad \gamma_i = \bar{\alpha}_i - 1. \tag{6.12}$$

Среди коэффициентов γ_i и $\bar{\beta}_i$ существуют такие, которые всегда равны нулю. Обращение к формулам (6.5) и (6.6), дает: $\bar{\beta}_1 = 0$, $\bar{\beta}_2 = 0$, $\bar{\beta}_6 = 0$, $\gamma_4 = 0$ и $\gamma_5 = 0$. Чтобы сделать анализ свойств изображения по параметрам (6.5) и (6.6) фактически выполнимым, дадим соответствующие выражения для отличных от нуля параметров $\bar{\alpha}_i$ и $\bar{\beta}_i$. Однако по соображениям, которые станут ясными позднее, приведем не выражения для γ_i и $\bar{\beta}_i$, а выражения, определяющие $\bar{\alpha}_i$ и $\bar{\beta}_i$:

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{\alpha}_1 = f_S(\bar{L})/F_2(\bar{L}), && \bar{\beta}_3 = [F_3'(\bar{L}) f_L''(\bar{L}) - f_L'(\bar{L}) F_3''(\bar{L})]/2\,[F_3(\bar{L})]^2,\\
&\bar{\alpha}_2 = f_H(\bar{L})/F_2(\bar{L}), && \bar{\beta}_4 = f_S'(\bar{L})/f_S(\bar{L}) - F_2'(\bar{L})/F_2(\bar{L}),\\
&\bar{\alpha}_3 = f_L'(\bar{L})/F_3'(\bar{L}), && \bar{\beta}_5 = f_H'(\bar{L})/f_H(\bar{L}) - F_2'(\bar{L})/F_2(\bar{L}),\\
&\bar{\alpha}_6 = f_H(\bar{L})/f_S(\bar{L}), && \bar{\beta}_7 = [f_H'(\bar{L}) f_S(\bar{L}) - f_S'(\bar{L}) f_H(\bar{L})]/[f_S(\bar{L})]^2,\\
&\bar{\alpha}_7 = f_H(\bar{L})/f_S(\bar{L}), && \bar{\beta}_8 = \frac{1}{2}\,\frac{f_L'(\bar{L}) F_2(\bar{L})}{f_S(\bar{L}) F_3(\bar{L})}\left[\frac{f_L''(\bar{L})}{f_L'(\bar{L})} - \frac{F_3''(\bar{L})}{F_3'(\bar{L})}\right].\\
&\bar{\alpha}_8 = \frac{f_L'(\bar{L})\, F_2(\bar{L})}{F_3'(\bar{L})\, f_S(\bar{L})},
\end{aligned}\right\} \tag{6.13}$$

Выражения (6.13) замечательны в том отношении, что не содержат параметра H/L_0 и, таким образом, стали функцией только одной переменной $\bar{L}$. Это, безусловно, в сильнейшей степени упрощает последующий анализ. Если окажется, что какое-либо $\bar{\alpha}_i > 1$, надо брать обратную величину $\bar{\alpha}_i^{-1}$; самой собой разумеется, что при этом следует изменить и $\bar{\beta}_i$ — проще всего соответствующее $\bar{\beta}_i$ находится путем перестановки индексов при обозначениях функций.

При использовании найденных соотношений для численной оценки различных вариантов системы перспективы возникает одна специфическая задача, требующая специального рассмотрения. Дело в том, что человек

воспринимает окружающее его пространство и картину, на которой это пространство изображено, различным образом. Различие в их восприятии многогранно, однако ниже будет обсуждаться только одно из таких различий: разное восприятие масштабов.

Наблюдая окружающее пространство, человек видит предметы (речь идет о предметах, соизмеримых с размерами человека) в их истинной величине на близких от себя расстояниях. Поэтому для него безошибочен (в смысле масштаба) близкий план, а предметы, удаленные от смотрящего на средние и большие расстояния, он видит уменьшенными по сравнению с их «истинной величиной». Все точки картины расположены на одном расстоянии от смотрящего, к тому же картины могут быть различной величины. Поэтому задача выделения на картине того плана, который человек будет интуитивно считать за основной, по сравнению с которым он будет судить о правильности масштабов других планов, перестает быть столь очевидной, как это имеет место при созерцании реального пространства. Во всяком случае, ясно, что геометрические размеры картины и помещенных на ней изображений предметов уже не играют, как упоминалось выше, существенной роли.

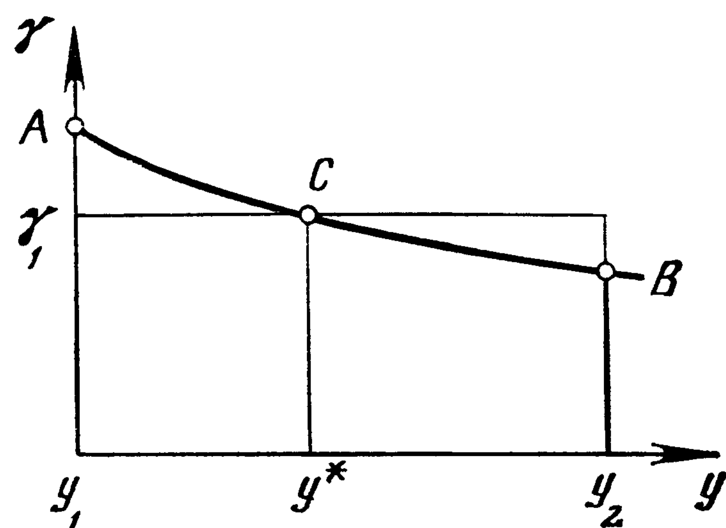


Рис. 6.2

Таким образом, если при созерцании реальных предметов их истинная величина играет определяющую роль, то при созерцании картины этот критерий — геометрические размеры — отступает на второй план.

Чтобы решить вопрос о том, какой план картины зритель будет интуитивно считать за основной, следует обратить внимание на то, что численная величина ошибок передачи масштабов, вообще говоря, зависит от того, какой из планов картины считать за этот основной, как бы выполненный в соответствии с естественным зрительным восприятием.

Рассмотрим простой пример. Пусть некоторая ошибка масштаба γ зависит от y, как показано на рис. 6.2 (аргумент $\bar{L}$ заменен на $y = l$ — удаление от линии горизонта на картинной плоскости, для того чтобы вся область картинного пространства от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$ умещалась на конечном отрезке оси абсцисс). Кроме того, величина y является естественной координатой при созерцании картины. Кривая AB, определяющая ошибки, построена в предположении, что некоторый масштаб (уточнение его пока малосущественно) принят за истинный, т. е. соответствующий естественному зрительному восприятию. Средняя ошибка масштаба при созерцании картины будет равна площади, ограниченной кривой AB, ординатами y_1 и y_2 и осью абсцисс, отнесенной к отрезку $y_2 - y_1$. Пусть она будет равна γ_1, а пересечение кривой AB с горизонталью $\gamma_1 = \text{const}$ определит точку C, соответствующую абсциссе y^*. Если теперь предположить, что план картины, соответствующий расстоянию y^* от линии горизонта, человек воспринимает переданным в «правильном» масштабе, то, как легко видеть, средняя ошибка обратится в нуль. Действительно, ошибки преувеличений относительно этого нового «правильного» масштаба (область, где кривая AB идет выше горизонтали $\gamma = \gamma_1$) будут компенсированы областью преуменьшений (лежащей ниже этой горизонта-

ли). Следовательно, если считать, что план картины, соответствующий $y = y^*$, передан «правильно», то суммарная ошибка масштабов, свойственная картине в целом (точнее, ее среднее значение), будет наименьшей (равной нулю).

Разумно предположить, что, глядя на картину, человек интуитивно стремится интерпретировать ее наиболее естественным образом, так, чтобы возможные ошибки в относительных масштабах передаваемых предметов были минимальными. Тогда, рассматривая картину, зритель будет интуитивно считать план, соответствующий $y = y^*$, за переданный «правильно».

Пусть для $y = y^*$ (чему соответствует $\bar{L} = \bar{L}^*$) естественное зрительное восприятие некоторого элемента рассматриваемого куба будет $a_0 F(\bar{L}^*)$ (здесь и ниже сознательно опускаются индексы при обозначении функций, поскольку речь идет о любой из них), а на картине оно передано как $a_0 f(\bar{L}^*)$. Если считать, что для ординаты $y = y^*$ изображение соответствует зрительному восприятию, то для нее должно быть $F(\bar{L}^*) = f(\bar{L}^*)$. Это равенство, вообще говоря, не выполняется в силу того, что функции $F(\bar{L})$ и $f(\bar{L})$ не совпадают. Чтобы сделать такое совпадение в точке $y = y^*$ возможным, следует вместо функции $f(\bar{L})$ использовать другую, например $mf(\bar{L})$, где m — некоторый постоянный масштабный коэффициент. Этот коэффициент можно всегда подобрать так, чтобы равенство $F(\bar{L}^*) = mf(\bar{L}^*)$ выполнялось.

Конечно, введение множителя m сделает изображение «правильным» лишь для удаления $\bar{L} = \bar{L}^*$, все другие планы будут, вообще говоря, по-прежнему содержать ошибки.

Поскольку изображение определяется тремя функциями f_S, f_H и f_L, то окажется необходимым ввести три множителя, например m_1, m_2 и m_3. Тогда новое изображение будет получаться из исходного афинным преобразованием последнего. Нетрудно, однако, убедиться, что афинное преобразование исходного изображения приводит к нарушению условий коммутативности и горизонта, а поэтому недопустимо. Задача имеет разумное решение, если $m_1 = m_2 = m_3 = m$, т. е. если вводится частный случай афинного преобразования — преобразование подобия. Введение одинакового множителя m для всех функций сделает возможным приведение этих функций в соответствие лишь «в среднем».

Такой множитель, если он вводится во все функции $f(\bar{L})$, определяющие рассматриваемый вариант системы перспективы, способен как бы изменить лишь размеры картины, не затрагивая ее по существу. Вместо формул (4.10)—(4.12), которые использовались до сих пор, можно теперь написать новые:

$$x = mSf_S(\bar{L}); \qquad h = mHf_H(\bar{L}); \qquad l = mHf_L(\bar{L}) \qquad (6.14)$$

где численный масштабный коэффициент m остается пока неопределенным.

Если обратиться к соотношениям (6.5) и (6.6), то видно, что коэффициент m скажется лишь на соотношениях (6.5), которым теперь следует придать такой вид:

$$a/a_0 = a_1 = mf_S(\bar{L}); \qquad b/a_0 = a_2 = mf_H(\bar{L});$$
$$d/a_0 = a_3 = mH\,[f_L'(\bar{L}) + {}^1/_2\, \dot{f_L}(\bar{L})\Delta\bar{L}]/L_0. \qquad (6.15)$$

Соответственно изменятся и некоторые выражения, содержащиеся в соотношениях (6.13). Теперь вместо величин $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$, $\bar{\alpha}_3$ и $\bar{\beta}_3$ следует пользоваться величинами $m\bar{\alpha}_1$, $m\bar{\alpha}_2$, $m\bar{\alpha}_3$ и $m\bar{\beta}_3$. Что касается соотношений (6.6), то они не изменятся, поскольку в них входят отношения функций $f(\bar{L})$ и поэтому коэффициент m всюду сократится. Следовательно, и все полученные в предыдущем параграфе результаты полностью сохраняют силу.

Определение коэффициента m следует проводить так, чтобы минимизировать среднюю интегральную величину ошибок относительных масштабов. Поэтому первым шагом при нахождении коэффициента m является определение характерной величины относительного масштаба в произвольной точке картины. В каждой точке картинного пространства можно построить три основных направления, параллельных координатным осям S, L, H, а в соответствующей точке картинной плоскости — изображения этих трех основных направлений (для наглядности можно представить себе это как изображение трех бесконечно малых ребер куба, пересекающихся в произвольной точке B; см. рис. 6.1). Отношение принятых на картине масштабов к масштабам, свойственным естественному зрительному восприятию, для этих трех основных направлений дается теперь величинами $m\bar{\alpha}_1$, $m\bar{\alpha}_2$ и $m\bar{\alpha}_3$. В качестве среднего (для данной точки) относительного масштаба можно предложить следующее значение:

$$m\bar{\alpha}_{\text{ср}} = m(\bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 + \bar{\alpha}_3)/3. \qquad (6.16)$$

Поскольку величины $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$ и $\bar{\alpha}_3$ являются функциями только $\bar{L}$, то этим свойством будет обладать и величина

$$\bar{\alpha}_{\text{ср}} = (\bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 + \bar{\alpha}_3)/3 = \bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L}).$$

Усреднение этой величины по всей плоскости картины производится следующим образом. Пусть на картине изображается все картинное пространство от $\bar{L} = 0$ и до горизонта. Воспользовавшись второй формулой (4.24), которая теперь примет вид

$$y = mHf_H(\bar{L}), \qquad (6.17)$$

можно ввести безразмерную переменную η и написать

$$\eta = y/H = mf_H(\bar{L}). \qquad (6.18)$$

Среднее по η значение $m\bar{\alpha}_{\text{ср}}$ будет

$$m\tilde{\alpha} = \frac{m}{\eta_0}\int_0^{\eta_0} \bar{\alpha}_{\text{ср}}\, d\eta = \frac{m}{f_H(0)}\int_{\infty}^{0} \bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L})\, f_H'(\bar{L})\, d\bar{L}. \qquad (6.19)$$

Проведенные преобразования связаны с почти очевидным соотношением, определяющим безразмерное значение расстояния от изображения на картине горизонта до изображения линии, соответствующей $\bar{L} = 0$ (основанию картины):

$$\eta_0 = m\,[f_H(0) - f_H(\infty)], \qquad (6.20)$$

причем учтено очевидное свойство функции $f_H(\bar{L})$, для которой $f_H(\infty) = 0$.

В том случае, если изображается пространство ограниченной протя-

женности (например, интерьер), вместо выражений (6.19) и (6.20) следует пользоваться аналогичными выражениями, изменив лишь пределы интегрирования:

$$\left.\begin{aligned} m\widetilde{\alpha} &= \frac{m}{\eta_{AB}} \int\limits_{\eta_A}^{\eta_B} \overline{\alpha}_{\text{ср}}\, d\eta = \frac{m}{f_H(\bar{L}_A) - f_H(\bar{L}_B)} \int\limits_{\bar{L}_B}^{\bar{L}_A} \overline{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L}) f'_H(\bar{L})\, d\bar{L}, \\ \eta_{AB} &= m\,[f_H(\bar{L}_A) - f_H(\bar{L}_B)], \end{aligned}\right\} \qquad (6.21)$$

где η_A, η_B и $\bar{L}_A$, $\bar{L}_B$ — координаты картинной плоскости и картинного пространства, определяющие положение ближней и соответственно дальней границ изображаемого пространства.

Выше было принято, что ошибки масштабов в произвольной точке определяются величинами γ_i (6.12). Определим и среднюю для всей картины ошибку $\widetilde{\gamma}$ аналогичным образом. Тогда

$$\widetilde{\gamma} = m\widetilde{\alpha} - 1. \qquad (6.22)$$

Теперь открывается возможность найти такое значение масштабного коэффициента m, при котором средняя ошибка относительных масштабов обратится в нуль. Очевидно, что соответствующее значение m определяется совершенно элементарно:

$$m = 1/\widetilde{\alpha}. \qquad (6.23)$$

Обращение в нуль средней по площади картины ошибки относительного масштаба $\widetilde{\gamma}$ вовсе не означает, что эта ошибка отсутствует во всех точках картины. С учетом введения множителя m и усреднения масштабов в каждой точке картины в соответствии с равенством (6.16) эта ошибка будет равна

$$\bar{\gamma}(\bar{L}) = m\bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L}) - 1. \qquad (6.24)$$

Здесь чертой над буквой γ показано, что ошибка осреднена и определена с учетом коэффициента m.

Таким образом, в дальнейшем будут рассматриваться как усредненная ошибка относительных масштабов $\bar{\gamma}$, так и другие ошибки, определяемые равенствами (6.12). При этом для значений $i > 3$ следует пользоваться формулами (6.13), а для $i \leqslant 3$ — аналогичными формулами, но с учетом коэффициента m:

$$\delta_i = m\bar{\alpha}_i - 1 + m\bar{\beta}_i \Delta\bar{L}; \qquad \gamma_i = m\bar{\alpha}_i - 1. \qquad (6.25)$$

Полезно прокомментировать введение масштабного коэффициента m. Введение этого коэффициента не следует понимать как требование некоторого изменения размеров картины. Вне зависимости от геометрических размеров картины множитель m сохраняет свое численное значение. Это видно, в частности, из формул (6.18) и (6.19). Действительно, изменение размеров картины с сохранением подобия сведется к изменению всех линейных размеров в n раз. В частности, линейный размер y изменится и вместо него будет размер $y_1 = ny = n\eta H$, где n — некоторое положительное число. Но тогда новые ординаты η_1 окажутся равными $\eta_1 = n\eta$ и в результате величина $\widetilde{\alpha}$ не изменится, поскольку коэффициент

n войдет множителем в числитель и в знаменатель выражения (6.19) определяющего $\tilde{\alpha}$. Следовательно, не произойдет и изменения масштабного коэффициента m (6.23). Таким образом, *множитель m характеризует не внешнее свойство картины (ее размер), а ее внутреннее свойство: какой из изображенных на картине планов человек будет интуитивно считать переданным «в правильном масштабе»*, по отношению к которому он будет судить о правильности передачи масштабов других планов. Этот анализ позволяет, наконец, уточнить, что именно следует иметь в виду, когда при анализе картины используется довольно неопределенное понятие «передано в правильном масштабе, соответствующем естественному зрительному восприятию». Кроме того, ясно, что приводившиеся ранее утверждения о несущественности такого параметра, как геометрический размер картины, сохраняют силу.

Зная величины m и $\tilde{\alpha}$, можно найти некоторые характерные размеры на картине. Если построить функцию $\bar{\alpha}_{\text{ср}} = \bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L})$, то точка $\bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L}) = \tilde{\alpha}$ определит значение $\bar{L}$, которому на картине соответствует масштаб естественного зрительного восприятия. По найденному значению $\bar{L}$ легко найти соответствующее значение $z = \bar{L}/(1 + \bar{L})$ или $y = mHf_H(\bar{L})$. Будем обозначать их через $\bar{L}^*$, z^* и y^* соответственно (рис. 6.2). Иногда функция $\bar{\alpha}_{\text{ср}} = \bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L})$ может дать несколько точек, для которых $\bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L}) = \tilde{\alpha}$. Обычно это бывает тогда, когда функция $\bar{\alpha}_{\text{ср}}(\bar{L})$ мало отклоняется от значения $\bar{\alpha}_{\text{ср}} = \tilde{\alpha}$. В этом случае определение единственного значения y^* может оказаться затруднительным, но тогда оно по существу и малоинтересно, так как средний масштаб изображения всюду достаточно хорошо соответствует естественному зрительному восприятию.

Численный анализ качества изображения в произвольной точке картинной плоскости целесообразно начать с изучения свойств бесконечно малого изображения в этой точке. Тогда в выражении (6.10) следует положить $\Delta\bar{L} \to 0$, и коэффициенты относительной правильности изображения $\bar{a}_i$ будут определяться в виде $\bar{a}_i = \alpha_i$. Из формул (6.13) видно, что число таких коэффициентов равно шести. В то же время очевидно, что число независимых параметров должно равняться трем, например масштабам, принятым для трех основных направлений в этой точке. Этому утверждению можно придать наглядность (см. рис. 6.1). В произвольной точке картинного пространства B пересекаются только три ребра «стандартного куба», поэтому для описания их изображения достаточно указать три числа, например a, b, d. Все другие возможные характеристики изображения будут в этом случае лишь комбинациями этих трех исходных величин.

В качестве трех независимых параметров изображения в точке выберем следующие:

$$\bar{\alpha}_{\text{ср}} = (\bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_2 + \bar{\alpha}_3)/3; \qquad \bar{\alpha}_6 = \bar{\alpha}_7 = \bar{\alpha}_2/\bar{\alpha}_1; \qquad \bar{\alpha}_8 = \bar{\alpha}_3/\bar{\alpha}_1. \tag{6.26}$$

Написанные здесь выражения основаны на формулах (6.13) и наглядно убеждают в том, что число независимых параметров действительно равно трем. В соответствии с формулами (6.12) и (6.25) подлежащие анализу ошибки определим равенствами:

$$\bar{\gamma} = M^0_{\text{ср}} = m\bar{\alpha}_{\text{ср}} - 1; \qquad \gamma_6 = P^0 = \bar{\alpha}_6 - 1; \qquad \gamma_8 = T^0 = \bar{\alpha}_8 - 1. \tag{6.27}$$

Эти три величины имеют простой геометрический смысл. Величина $\bar{\gamma}$ дает среднюю ошибку трех основных масштабов в произвольной точке картины, если считать, что план картины, соответствующий $y = y^*$, принят за переданный в правильном масштабе; величина γ_6, как это видно из формул (6.27), дает отношение масштабов, соответствующих ребрам b и a (см. рис. 6.1), а величина γ_8 — аналогичное отношение для расстояния d и ребра a. По аналогии с введенными в предыдущем параграфе понятиями здесь тоже можно говорить о средней ошибке масштаба $M^0_{\text{ср}} = \bar{\gamma}$, ошибке подобия $P^0 = \gamma_6$ и ошибке передачи глубины $T^0 = \gamma_8$, причем верхние индексы «нуль» говорят о том, что это ошибки, определяемые для отдельной точки, а не для более пространного изображения. Здесь, вероятно, нелишне заметить, что содержание введенного понятия «средняя ошибка масштаба в точке» $M^0_{\text{ср}}$ несколько отлично от понятия M, которое использовалось в предыдущем параграфе, в то время как ошибки P^0 и T^0, по сути, сохранили смысл использованных выше параметров P и T.

Параметры $M^0_{\text{ср}}$, P^0 и T^0 полностью определяют геометрическое отличие формы изображаемого предмета от той, которая соответствует естественному зрительному восприятию, если этот предмет достаточно мал и для всех его точек можно считать, что $M^0_{\text{ср}}$, P^0 и T^0 сохраняют свои значения неизменными.

Чтобы получить представление о характере зависимостей $M^0_{\text{ср}}$, P^0 и T^0 от координаты $\eta = mf_H(\bar{L})$ (6.18), обратимся к рис. 6.3. На рисунке даны искомые зависимости при изображении всего пространства от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$. Для удобства размещения на графиках кривых, соответствующих разным вариантам системы перспективы, введем новую координату η', отличающуюся от η тем, что нуль ее будет соответствовать середине (по высоте) расстояния от нижнего обреза картины до линии горизонта. Направим ось η' так, чтобы положительным значениям η' соответствовали точки, лежащие выше горизонтальной прямой, делящей изображение земли пополам, а отрицательным значениям η' — точки, лежащие ниже этой горизонтали. Тогда аналитическая связь между координатами η' и $\bar{L}$ будет определяться равенством

$$\eta' = m\,[0{,}5\, f_H(0) - f_H(\bar{L})], \tag{6.28}$$

получение которого совершенно элементарно.

Чтобы не затруднять рассмотрение приведенных графиков, на каждом из них показаны всего три зависимости: соответствующая ренессансной системе перспективы [R] и по одной зависимости для двух рассматриваемых классов перцептивной системы перспективы (для некоторого среднего значения коэффициента $k = 0{,}5$), они обозначены, как и выше, [I; 0,5] и [II; 0,5].

Зависимости $M^0_{\text{ср}} = M^0_{\text{ср}}(\eta')$ показывают, что для ренессансной системы перспективы характерно сильнейшее искажение масштабов изображаемых предметов. Если в точке $y = y^*$ (на графике эта точка лежит несколько левее начала координат) ошибки масштаба, по определению, равны нулю, то для отрицательных значений η' они быстро возрастают по мере удаления от начала координат, а для положительных значений η' убывают (становятся отрицательными). Это говорит о том, что близкие

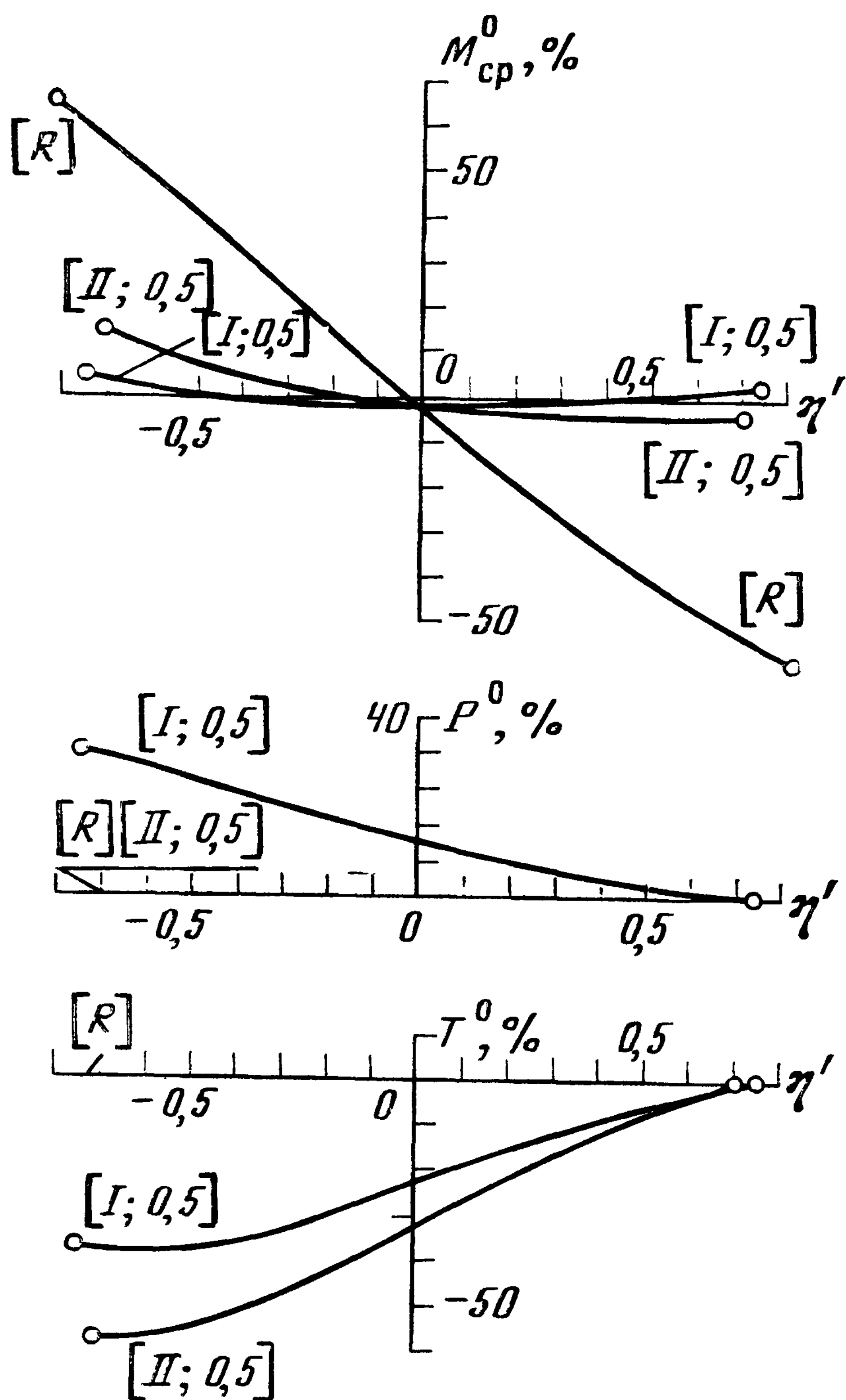


РИС. 6.3

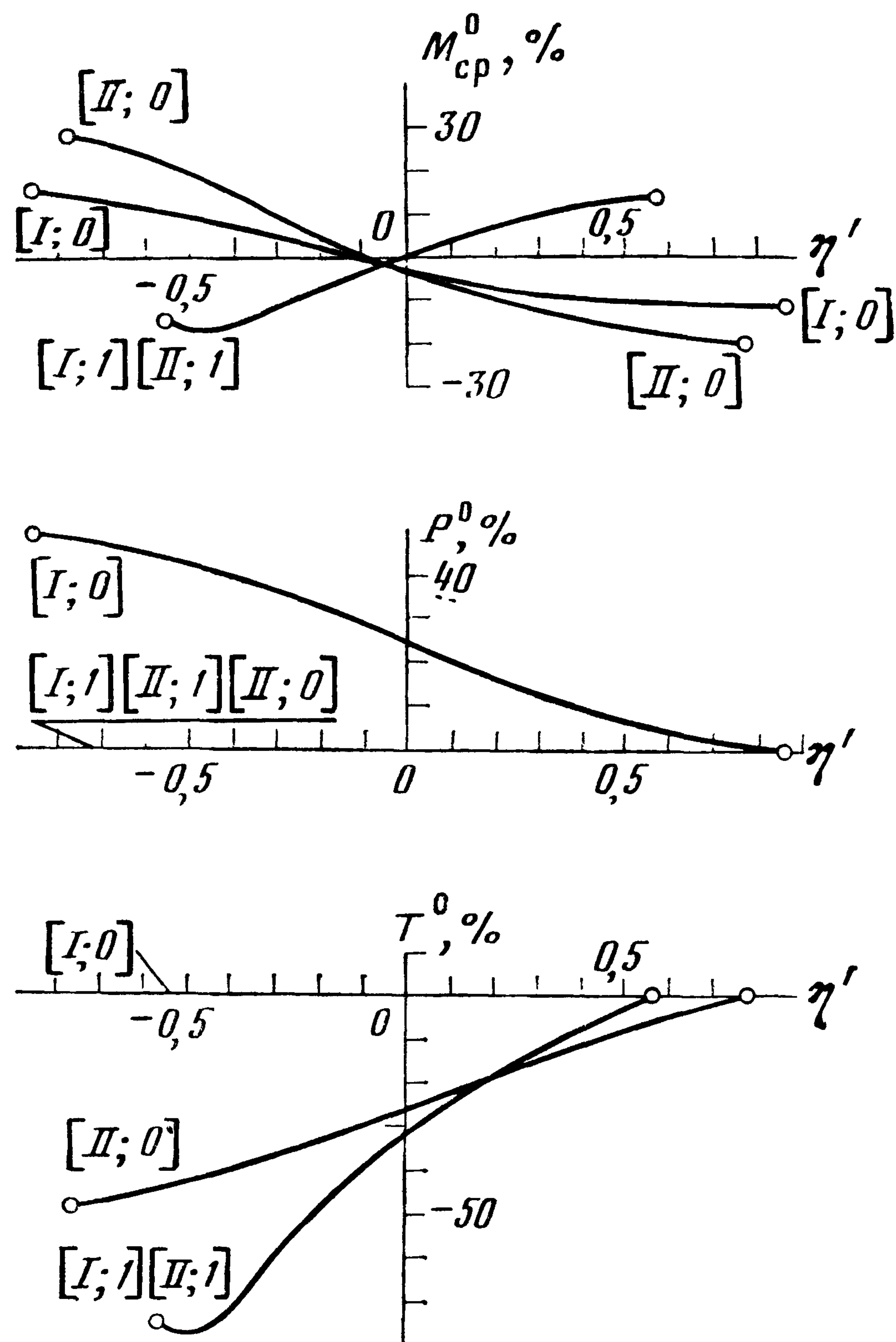


РИС. 6.4

предметы ($\eta' < 0$) характеризуются сильными ошибками преувеличений (для них $M^0_{ср} > 0$), а дальние — сильными ошибками преуменьшений ($M^0_{ср} < 0$). На границах изображения поверхности земли (области самого близкого переднего плана и области горизонта) абсолютные значения относительных ошибок усредненного масштаба изображения $M^0_{ср}$ достигают значений 60—70%. Стремление уменьшить эти ошибки нередко заставляет художников исправлять ренессансную систему перспективы, преуменьшая (против ее правил) изображения предметов переднего плана и преувеличивая изображения удаленных объектов. Что касается обоих вариантов перцептивной системы перспективы, то они дают очень малые по абсолютной величине ошибки $M^0_{ср}$, так что можно говорить о практической безошибочности передачи усредненных масштабов изображений для вариантов [I; 0,5] и [II; 0,5].

Если обратиться к другим составляющим ошибок изображения, то ошибки подобия P^0 отсутствуют для ренессансной системы перспективы и для класса II перцептивной системы. Причины этого уже обсуждались в предыдущем параграфе. Что касается зависимости для варианта [I; 0,5], то она характеризуется уменьшением ошибки по мере приближения изо-

бражения предмета к линии горизонта, и на этой линии ошибки подобия обращаются в нуль.

Ошибки передачи глубины T^0 носят в целом такой же характер. Они отсутствуют для ренессансной системы перспективы [R], что находится в некотором противоречии с результатами, полученными в предыдущем параграфе. Это противоречие является кажущимся и будет пояснено несколько ниже, здесь же ограничимся констатацией того факта, что передача глубины достаточно протяженного объекта в ренессансной системе перспективы (см. предыдущей параграф) связана с неизбежной ошибкой, которая может отсутствовать при изображении объема небольшого предмета. Оба варианта перцептивной системы перспективы характеризуются монотонным уменьшением величины ошибки передачи глубины по мере приближения изображаемого объекта к линии горизонта, на этой линии обсуждаемая ошибка обращается в нуль.

Общий ход кривых показывает, что ошибки изображения как бы концентрируются на переднем плане картины (область отрицательных значений η'), в то время как область горизонта передается практически безошибочно, если не считать ошибок усредненного масштаба изображения в ренессансной системе перспективы.

Для полноты картины на рис. 6.4 приведены те же зависимости, что и на рис. 6.3, для остальных вариантов системы перспективы. Изучение приведенных кривых не дает чего-либо принципиально нового, оно лишь уточняет в отдельных деталях свойства рассматриваемой совокупности вариантов системы перспективы. Быть может, интересно отметить, что в отличие от всех рассматривавшихся случаев, для которых характерно преувеличение (конечно, разной степени) масштабов на переднем плане, случаи, обозначенные через [I; 1] и [II; 1] (они, как известно, совпадают), характеризуются противоположной зависимостью. Кроме того, полезно обратить внимание на то, что при своеобразном «уравнивании» масштабов с помощью масштабного коэффициента m расстояния от основания картины до линии горизонта, описываемые координатой η, будут для различных вариантов перспективной системы несколько различаться. Это видно из того, что на рис. 6.3 и 6.4 графики имеют различную протяженность по оси η'.

Интересно отметить, что тенденция, которую иллюстрирует ход кривых, согласуется с обсуждавшимся в предыдущем параграфе «законом сохранения искажений». Следует напомнить, что там речь шла о суммировании абсолютных величин *наибольших* ошибок. Здесь же наибольшие ошибки сосредоточены на самом переднем плане и если их просуммировать, то окажется, что эта сумма приблизительно постоянна и равна 70% с точностью около 5%. Лишь для крайних (совпадающих) вариантов [I; 1] и [II; 1] она достигает приблизительно 90%. Таким образом, с известными оговорками и здесь в области максимальных ошибок их можно только «перемещать» с одной составляющей на другую, но нельзя изменить их суммы. В то же время ход приведенных кривых показывает, что такого рода суммы не сохраняются неизменными для других значений η'. Так, на горизонте суммарные ошибки обоих вариантов перцептивной системы перспективы, показанных на рис. 6.3, практически обращаются в нуль, в то время как аналогичная сумма для ренессансной системы перспективы

будет составлять около 60%. Для области $\eta' = 0$ наблюдается в известном смысле обратная картина: в то время как для ренессансной системы перспективы суммарная ошибка близка к нулю, оба рассматриваемых варианта перцептивной системы дают суммарную ошибку около 35%. Как видно из этого краткого рассмотрения, обращение к графикам, иллюстрирующим составляющие ошибок для каждой точки картины, дает возможность детального анализа потенциальных свойств изображения объектов для разных планов картины.

Приведенные кривые позволяют обнаружить еще одну интересную зависимость, свойственную рассматриваемым вариантам системы перспективы. Обозначим через σ сумму абсолютных значений ошибок

$$\sigma = |M^0_{\text{ср}}| + |P^0| + |T^0| \tag{6.29}$$

и введем в рассмотрение среднее значение суммарной ошибки $\bar{\sigma}$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\eta_0}\int_0^{\eta_0} \sigma\, d\eta = \frac{1}{f_H(0)}\int_{\infty}^{0} \sigma f'_H(\bar{L})\, d\bar{L}, \tag{6.30}$$

где η_0 определяется соотношением (6.20).

Вычисления показывают, что для всех вариантов системы перспективы значение $\bar{\sigma}$ в достаточной степени постоянно и равно $\bar{\sigma} \approx 35\%$; лишь для совпадающих вариантов [I; 1] и [II; 1] значение $\bar{\sigma}$ несколько больше. Это говорит о существовании еще одного «закона сохранения искажений». Если полученные в предыдущем параграфе результаты свидетельствовали о том, что в весьма обширной области эквивалентности сумма ошибок трех основных типов искажений постоянна, а при переходе от одного варианта системы перспективы к другому происходит лишь перераспределение этих ошибок с одного типа искажений на другой, то теперь обнаружено еще одно свойство подобных ошибок.

Как показывает практическое постоянство значения $\bar{\sigma}$ в соотношении (6.30), ошибки, определяемые тремя значениями $M^0_{\text{ср}}$, P^0 и T^0, можно «перемещать» не только в указанном выше смысле, но и по координате η, т. е. смещать с одного плана картины на другой. Таким образом, один вариант системы перспективы отличается от другого не только тем, что в них ошибки $M^0_{\text{ср}}$, P^0 и T^0 распределены различным образом, но и тем, что они сосредоточиваются на разных планах картины. При этом средняя ошибка изображения для всех вариантов системы перспективы сохраняется практически постоянной. Это может служить одним из стимулов при выборе того или иного варианта.

Так, ренессансный вариант системы перспективы может оказаться весьма подходящим для изображения одинокого корабля (как бы один средний план без дальнего и ближнего) и совершенно не подходить для изображения лодок на близком плане и гор на горизонте (как бы ближний и дальний планы без среднего). Из рис. 6.3 ясно, почему это так. Об этом примере уже говорилось в первой части книги.

Постоянство $\bar{\sigma}$ было обнаружено при изображении всего картинного пространства от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} = \infty$. Если изображать только часть этого пространства, то никакого постоянства средней ошибки, во-

обще говоря, наблюдаться не будет. Это, впрочем, ясно из хода кривых на рис. 6.3 и только что приведенного примера.

Свойство средней суммарной ошибки $\overline{\sigma}$ быть одной и той же для всех вариантов системы перспективы, характер распределения ошибок по трем составляющим этой суммы и по планам картины, которые изучались выше, являются лишь потенциальными. Они в принципе могут проявиться в картине, но эта возможность способна реализоваться лишь в том случае, если художник станет воспроизводить соответствующие объекты. Приводившийся только что пример иллюстрирует сказанное — хотя система перспективы в двух обсуждавшихся гипотетических картинах была неизменной и поэтому потенциальные ошибки были одинаковы, фактические ошибки перспективных построений на этих картинах оказались совершенно различными.

Понятие «средний план», которым неоднократно приходилось пользоваться выше, требует точного определения. Из контекста было ясно, что это план, соответствующий $y = y^*$ (или $L = L^*$), изображение которого на картине соответствует (в смысле усредненного масштаба) естественному зрительному восприятию. В процессе нахождения коэффициента m определяется функция $\bar{\alpha}_{\text{ср}} = {}^1/_3\,(\overline{\alpha}_1 + \overline{\alpha}_2 + \overline{\alpha}_3)$ в зависимости от переменной η. Пусть поэтому функция $\bar{\alpha}_{\text{ср}} = \bar{\alpha}_{\text{ср}}\,(\eta)$ будет известна. Выражения (6.19) и (6.21) позволяют найти значение $\widetilde{\alpha}$, определяющее коэффициент m (6.23). Средняя ошибка масштаба будет, по определению, равна нулю для плана, соответствующего $y = y^*$. Сопоставление равенств (6.23) и (6.24) показывает, что средняя ошибка масштаба (6.24) обращается в нуль при $\bar{\alpha}_{\text{ср}} = \widetilde{\alpha}$. Имея зависимость $\bar{\alpha}_{\text{ср}} = \bar{\alpha}_{\text{ср}}\,(\eta)$ и зная $\widetilde{\alpha} = 1/m$, путем решения уравнения

$$\bar{\alpha}_{\text{ср}}\,(\eta) = \widetilde{\alpha} \tag{6.31}$$

находим его корень $\eta = \eta^*$. Значение η^* (или связанных с ним y^* и $\bar{L}^*$) и определяет положение среднего плана. Проведенные расчеты дают для определенного таким образом среднего плана значение переменной $\eta \approx 0{,}5$ (например, для ренессансной системы перспективы безразмерное расстояние подобным образом найденного среднего плана от горизонта 0,52, а от основания картины — соответственно 0,48). В некоторых случаях (в частности, они показаны на рис. 6.3) средние ошибки масштаба для всех планов близки к нулю. В этих случаях уравнение (6.31) может иметь более одного корня, а нахождение плана, на котором изображение (в смысле соблюдения среднего масштаба) соответствует естественному зрительному восприятию, фактически лишено смысла, поскольку этим свойством обладают все (или почти все) планы. Если реализуется описанный случай, то условимся считать средним планом тот, который соответствует значению $\eta = 0{,}5$. Такая условность позволяет ввести необходимую однотипность в определение этой существенной характеристики.

Интересно отметить, что искусствоведы в своих работах, обсуждая правильность относительных масштабов на картине, обычно сравнивают передний и дальний планы со средним, как бы считая его «правильным». Это показывает, что введенные точные определения хорошо согласуются с интуитивными представлениями искусствоведов.

Нахождение численного значения масштабного коэффициента m, в принципе достаточно простое, может потребовать громоздких вычислений, связанных с нахождением определенных интегралов, входящих в выражения (6.19) и (6.21). Во многих случаях можно ограничиться нахождением приближенных численных значений этого коэффициента. Сильно выраженная близость зависимости $\bar{\alpha}_{ср} = \bar{\alpha}_{ср}(\eta)$ к прямой позволяет вычислить упомянутые определенные интегралы по формуле трапеций, а тогда значение коэффициента m окажется связанным с полусуммой ограничивающих эту трапецию ординат:

$$m \approx 2/(\bar{\alpha}^A_{ср} + \bar{\alpha}^B_{ср}), \qquad (6.32)$$

где $\bar{\alpha}^A_{ср}$ и $\bar{\alpha}^B_{ср}$ — значения $\bar{\alpha}_{ср}$ для начала и конца изображаемого участка пространства. Если изображению подлежит все пространство от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$, что, вообще говоря, соответствует наибольшим относительным ошибкам приближения, то, как показывают соответствующие расчеты, абсолютные величины ошибок определения коэффициента m по приближенной формуле (6.32) не превышают 5%. Если изображается менее протяженное в глубину пространство, то ожидаемые ошибки определения m будут меньше.

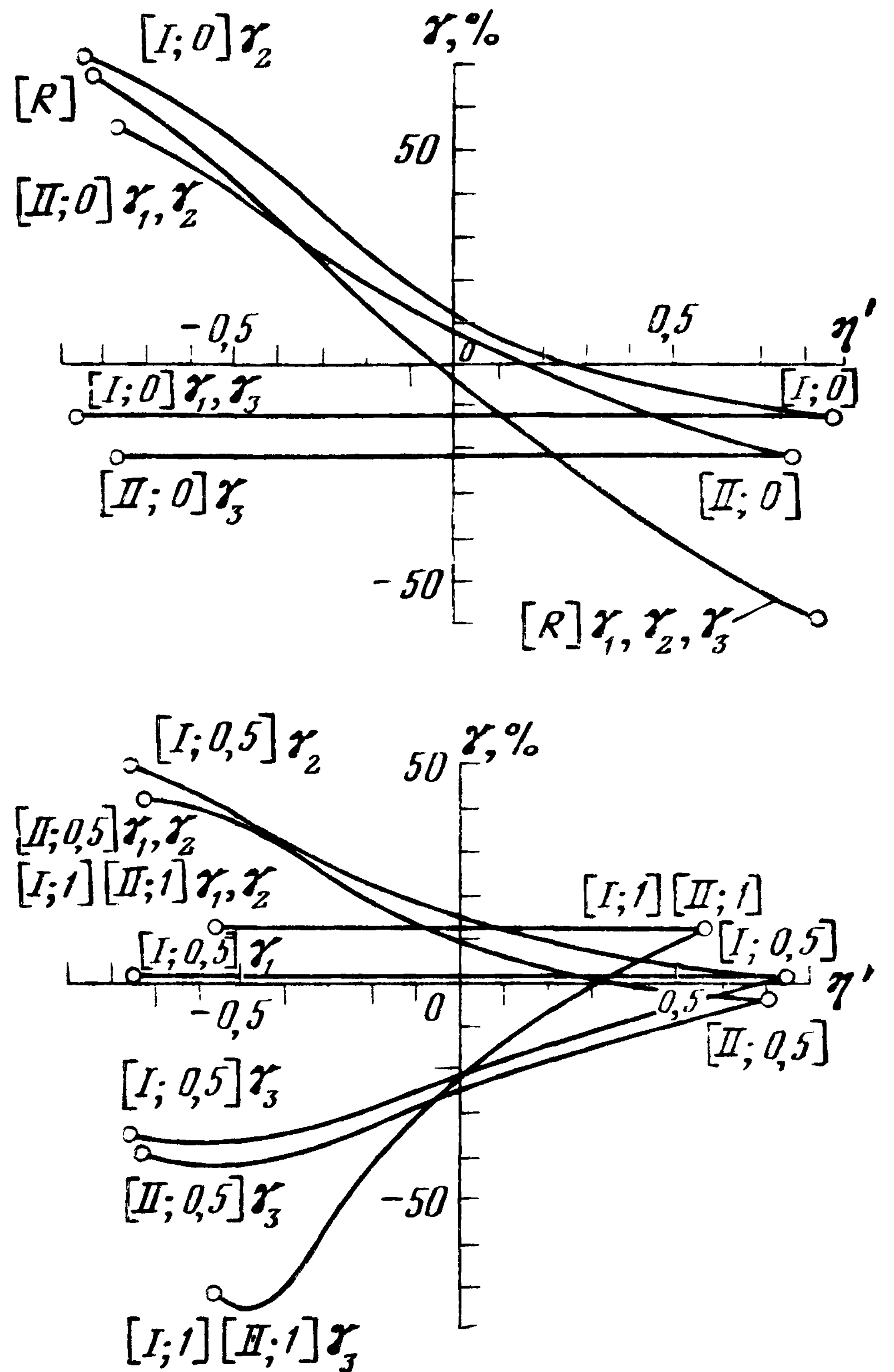


РИС. 6.5

В заключение заметим, что значения составляющих $M^0_{ср}$ всегда можно вычислить, зная $M^0_{ср}$, P^0 и T^0. Для удобства на рис. 6.5 приведены соответствующие значения γ_1, γ_2 и γ_3, вычисленные по формуле (6.25), дающие δ_k для $\Delta\bar{L} = 0$. Показанные кривые позволяют подметить некоторые дополнительные закономерности, свойственные изображению в точке. Так, полное совпадение кривых $\gamma = \gamma(\eta')$ для ренессансного варианта системы перспективы говорит о том, что во всех точках соотношение масштабов идеально согласовано, хотя сами масштабы дают сильное преувеличение на переднем плане и сильное преуменьшение на дальнем. Это касается, конечно, и γ_3 — масштаба передачи глубины. Но тогда передача глубины на переднем плане будет сильно преувеличена, а на дальнем сильно ослаблена. Сказанное объясняет положение флажка на рис. 5.12. Поведение кривых γ_3 для трех случаев варианта системы перспективы [II] тоже объясняет положение флажка на соответствующих схемах на рис. 5.12; при переходе от варианта [II; 0] к варианту [II; 1] ошибки преуменьшения передачи глубины на переднем плане постепенно возрастают, что хорошо согласуется с перемещением флажка на схемах.

Совпадение значений γ_1, γ_2 и γ_3 для всех вариантов системы перспективы на линии горизонта (на правых концах кривых на рис. 6.5) свидетельствует о том, что в области горизонта все эти варианты дают изображение, геометрически подобное зрительному восприятию (это видно и из хода кривых P^0 на рис. 6.3 и 6.4), однако обращает на себя внимание то обстоятельство, что ошибки масштаба, вообще говоря, отличны от нуля и в области горизонта. Сказанное, казалось бы, противоречит формулам (4.17), (4.23) и (4.29), которые дают для области горизонта для варианта [II; 0] полное соответствие изображения естественному зрительному восприятию, в то время как кривые ошибок γ_1, γ_2 и γ_3 дают для этого случая ошибку преуменьшения около 21 %. Это объясняется влиянием масштабного коэффициента m. Усредняя ошибки по всей картинной плоскости, человек интуитивно принимает некий средний план как переданный правильно (хотя формально он содержит ошибки), и тогда по отношению к нему правильно переданные области горизонта будут представляться переданными с некоторой ошибкой. Кривая $M^0_{\text{ср}}$ для варианта [II; 0] пересекает на рис. 6.4 ось η' при значении $\eta \approx -0{,}08$. Если обратиться к рис. 6.5, то для этого значения сумма ошибок $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$ действительно обращается в нуль, т. е. «в среднем» только этот план передан безошибочно. Но тогда восприятие на картине области горизонта (по отношению к «безошибочному» плану, соответствующему $\eta' = -0{,}08$) и должно представляться несколько искаженным.

Кривые, приведенные на рис. 6.5, еще раз иллюстрируют тот факт, что передача области горизонта во всех вариантах системы перспективы (кроме ренессансного) содержит сравнительно слабые ошибки масштабов. Эти ошибки сосредоточены у всех вариантов на переднем плане, однако характер их распределения между составляющими совершенно различен. Так, ренессансный вариант системы перспективы дает на переднем плане большие ошибки преувеличения для всех трех составляющих, в то время как вариант [I; 0], давая столь же большие ошибки при передаче высоты предмета, почти не содержит ошибок в передаче его ширины и глубины. Это, конечно, должно привести к сильному нарушению передачи подобий, что и видно на рис. 6.4.

Рассмотренное выше качество перспективного изображения в произвольной точке (оно фактически свелось к изучению правильности трех основных масштабов изображения в точке) полезно дополнить обсуждением вопроса о качестве перспективного изображения в малой окрестности такой точки. Если такая окрестность настолько мала, что допускает анализ задачи в линейном приближении, то коэффициенты относительной правильности изображения (6.10) и относительной ошибки (6.12) будут содержать не только уже изучавшиеся коэффициенты $\bar{\alpha}_i$, но теперь и коэффициенты $\bar{\beta}_i$:

$$a_i = \bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_i \Delta \bar{L}; \qquad \delta_i = \gamma_i + \bar{\beta}_i \Delta \bar{L}. \tag{6.33}$$

Как уже говорилось, в этом случае рассматривается изображение куба (см. рис. 6.1), а не одного его угла, и число независимых параметров возрастает до шести. Правда, выше было условлено, что один из этих параметров, определяющий ракурс изображения, при последующем анализе учитываться не будет.

Таким образом, теперь характер изображения в окрестности точки будет определяться пятью, а не тремя числами. Наряду с уже рассматривавшимися коэффициентами относительной правильности изображения, опиравшимися на характер изображения отрезков a, b и d, введем два новых, связанных с ребрами a' и b' (см. рис. 6.1). В соотношениях (6.6) это будут a_4 и a_5 и соответственно коэффициенты $\bar{\beta}_4$ и $\bar{\beta}_5$, приведенные в выражениях (6.13). В связи с появлением у изображения куба «дальнего плана», определяемого гранью с ребрами a' и b', возникает вопрос об изображении удаления этой грани от передней, т. е. отрезка, обозначенного буквой d на рис. 6.1. Выше, для того чтобы охарактеризовать этот отрезок, был использован коэффициент $\bar{\alpha}_8$ (6.13), связанный с коэффициентом относительной правильности изображения a_8 (6.6). В конечном итоге искомая характеристика передавалась параметром $T^0 = \gamma_8$. Этот подход безупречен до тех пор, пока относительную правильность масштаба изображения отрезка d можно считать постоянной по всей его длине. В том же случае, когда эта степень правильности является функцией расстояния $\bar{L}$, соответствующий коэффициент необходимо брать с учетом линейности приближения в форме (6.33)

$$a_8 = \bar{\alpha}_8 + \bar{\beta}_8 \Delta \bar{L}. \quad (6.34)$$

В некоторых случаях учет коэффициента $\bar{\beta}_8$ приводит не только к количественным, но и к качественно новым выводам. Действительно, графики на рис. 6.3 свидетельствуют о том, что в ренессансном варианте системы перспективы ошибки P^0 и T^0 всюду отсутствуют. Это говорит о полной взаимной согласованности масштабов по трем основным осям. Однако из графиков, приведенных на рис. 5.3 и 5.4, видно, что при конечных размерах изображаемого пространства ошибки в передаче глубины T достигают заметных величин. Кажущееся противоречие — отсутствие в каждой точке относительной ошибки передачи глубины и присутствие ее на конечном интервале — объясняется просто. Поскольку средняя ошибка масштаба $M^0_{\text{ср}}$ в ренессансном варианте системы перспективы сильно зависит от $\bar{L}$, постольку при конечных размерах расстояния d и ребра a отношение d/a перестает быть постоянным, а становится функцией расстояния между передней и дальней гранями $\Delta \bar{L}$ за счет изменения среднего масштаба изображения расстояния d. Формально это свойство ренессансной системы перспективы выражается в том, что для нее, переходя к относительной ошибке изображения (6.33), имеем $\gamma_8 = 0$ и, следовательно,

$$\delta_8 = \bar{\beta}_8 \Delta \bar{L}. \quad (6.35)$$

Свойства изображения куба, связанные с передачей на картинной плоскости расстояния d, должны сказаться и на усредненном масштабе изображения $M^0_{\text{ср}}$. Поскольку теперь речь идет не о точке, а о некоторой ее окрестности, опустим верхний индекс «нуль». Нетрудно убедиться, что

$$M_{\text{ср}} = M^0_{\text{ср}} + \frac{m}{3} \bar{\beta}_3 \Delta \bar{L}. \quad (6.36)$$

Ошибки масштаба, как уже говорилось выше, максимальны у ренессансной системы перспективы, поэтому именно для нее уточнение $M_{\text{ср}}$ по формуле (6.36) должно быть наиболее существенным. Оценки, произведенные для разумных значений $\Delta\bar{L}$ (мы будем говорить о них ниже), дают уточнение не более 2—5%. Поэтому в дальнейшем будет считаться, что величина $M^0_{\text{ср}}$ дает достаточно хорошее представление о $M_{\text{ср}}$ и в уточнении не нуждается.

Из приведенных в соотношениях (6.13) коэффициентов $\bar{\beta}_i$ осталось обсудить смысл коэффициента $\bar{\beta}_7$, который связан с нахождением отношения b'/a' для плана, смещенного относительно переднего на величину $\Delta\bar{L}$. Графики функции $P^0 = P^0(\bar{L})$ дают это отношение для всех $\bar{L}$, и выше они уже приводились на рис. 6.3 и 6.4 [то, что они приведены в функции η', несущественно, так как η' и $\bar{L}$ связаны соотношением (6.28)]. Поэтому повторное изучение вопроса путем вычислений $\bar{\beta}_7$ смысла не имеет.

Таким образом, представление о качестве изображения стандартно расположенного куба в малой окрестности заданной точки будет даваться, как и следовало полагать, на основании соображений, приведенных в начале настоящего параграфа, следующими пятью независимыми числами:

$$M^0_{\text{ср}}, \qquad P^0, \qquad T = T^0 + \bar{\beta}_8\Delta\bar{L}, \qquad M_S = \bar{\beta}_4\Delta\bar{L}, \qquad M_H = \bar{\beta}_5\Delta\bar{L}. \qquad (6.37)$$

Здесь через M_S и M_H обозначены ошибки изображения относительных величин ребер куба a'/a и b'/b соответственно. Сохранение за ними употребляющегося в предыдущем параграфе обозначения M определено тем, что они определяются аналогичным образом. То же самое можно сказать о сохранении обозначения T, которое характеризует относительную ошибку передачи глубины. С учетом того, что свойства ошибок $M^0_{\text{ср}}$, P^0 и T^0 уже подробно обсуждались, достаточно ограничиться изучением свойств ошибок M_S и M_H, а также коэффициента $\bar{\beta}_8$.

Прежде чем перейти к этой задаче, полезно обратить внимание на то, что величины (6.37) имеют разный геометрический смысл. Совокупность параметров P^0, T, M_S и M_H дает возможность оценить, насколько изображение куба подобно его зрительному восприятию (конечно, с точностью до ракурса). Что касается параметра $M^0_{\text{ср}}$, то он несет совершенно иную функцию: он говорит о том, насколько соответствует естественному зрительному восприятию масштаб изображения куба.

Входящая в выражения для T, M_S и M_H величина $\Delta\bar{L}$ требует некоторого уточнения. Как известно, $\Delta\bar{L} = \Delta L/L_0$ описывает смещение в глубину картинного пространства на расстояние ΔL. Если перейти к изображению этого смещения на картинной плоскости, то постоянное смещение ΔL будет изображаться отрезком, все уменьшающимся по мере увеличения L, а при $L \to \infty$ этот отрезок станет исчезающе малым. Во многих случаях более удобно брать за основу смещение на картинной плоскости, а не в картинном пространстве.

Рассмотрим рис. 6.6. Расстояние от основания картины (ему соответствует $L = 0$) до изображения горизонта ($L \to \infty$) принято на рисунке за единицу. Введем в рассмотрение смещение на картинной плоскости на величину $\Delta\hat{L}$, измеряемую в долях введенной единицы. Поскольку изоб-

ражение от горизонта до основания картины равно $\bar{y} = Hf_H(0)$, а смещение $\Delta y = f'_H(\bar{L})\, H\Delta\bar{L}$ [см., например, формулу (4.24)], то

$$\Delta\hat{L} = \Delta y/y = f'_H(\bar{L})\,\Delta\bar{L}/f_H(0). \qquad (6.38)$$

Тогда, очевидно, соотношения, определяющие параметры T, M_S и M_H, надо записать в такой форме:

$$T = T^0 + \hat{\beta}_8\Delta\hat{L}, \qquad M_S = \hat{\beta}_4\Delta\hat{L}, \qquad M_H = \hat{\beta}_5\Delta\hat{L}, \qquad (6.39)$$

где

$$\hat{\beta}_i = \bar{\beta}_i\,|f_H(0)/f'_H(\bar{L})| \quad (i = 4,\ 5,\ 8).$$

Знак абсолютной величины введен здесь для того, чтобы с учетом положения куба на рис. 6.1 положительному значению $\Delta\hat{L}$ соответствовало смещение вглубь.

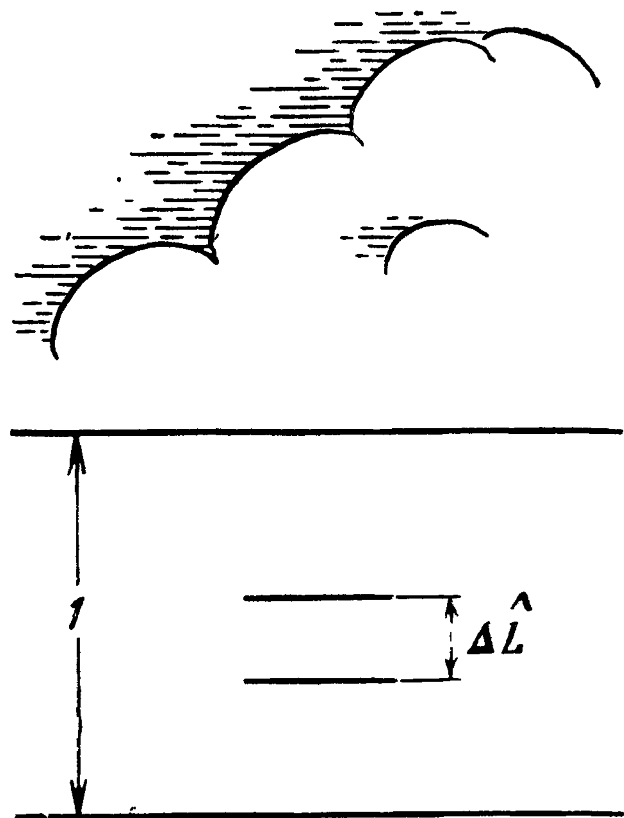


РИС. 6.6

Обратимся к выбору подходящей величины $\Delta\hat{L}$. Вероятно, разумное ее значение (учитывая, что линеаризация требует малых ΔL) можно оценить как $|\Delta\hat{L}| \leqslant 0{,}1$, т. е. считать, что объекты, при изображении глубины которых требуется 1/10 (и менее) расстояния между горизонтом и основанием картины (или иной аналогичной характеристики), с одной стороны, достаточно малы, а с другой — занимают все же заметное место на картинной плоскости.

На рис. 6.7 приведены графики функций $\hat{\beta}_4$, $\hat{\beta}_5$ и $\hat{\beta}_8$ в зависимости от η' для вариантов системы перспективы [R], [I; 0,5] и [II; 0,5]. По оси ординат отложены значения $100\hat{\beta}_j$, чтобы после умножения на $\Delta\hat{L}$ получить соответствующие слагаемые относительных ошибок T, M_S и M_H (6.39) в процентах, как и на предыдущих графиках. То обстоятельство, что для рассматриваемых вариантов системы перспективы $\hat{\beta}_4$ и $\hat{\beta}_5$ отрицательны или равны нулю, говорит о том, что если ошибки относительных масштабов M_S и M_H существуют, то они всегда будут ошибками преуменьшения (при $\Delta\hat{L} > 0$) удаленных ребер куба относительно близких. Эти ошибки особенно велики у ренессансного варианта системы перспективы; сказанное является естественным следствием больших ошибок масштабов γ_1 и γ_2, характерных для этого случая (см. рис. 6.5). Для всех вариантов системы перспективы, кроме ренессансной, ошибки M_S и M_H стремятся к нулю по мере приближения к линии горизонта. Что касается абсолютных величин ожидаемых ошибок, то они сравнительно невелики. Для $\Delta\hat{L} = 0{,}1$ они дают в наихудшем случае (для ренессансного варианта) величины около 8—20%.

Слагаемое, уточняющее значение относительной ошибки передачи глубины T, еще меньше и не превышает 10% для ренессансного варианта системы перспективы. Здесь важно отметить, что для этого варианта всегда $T^0 = 0$, поэтому можно констатировать качественное изменение ситуации: если в любой точке ошибки передачи глубины (в смысле соотношений

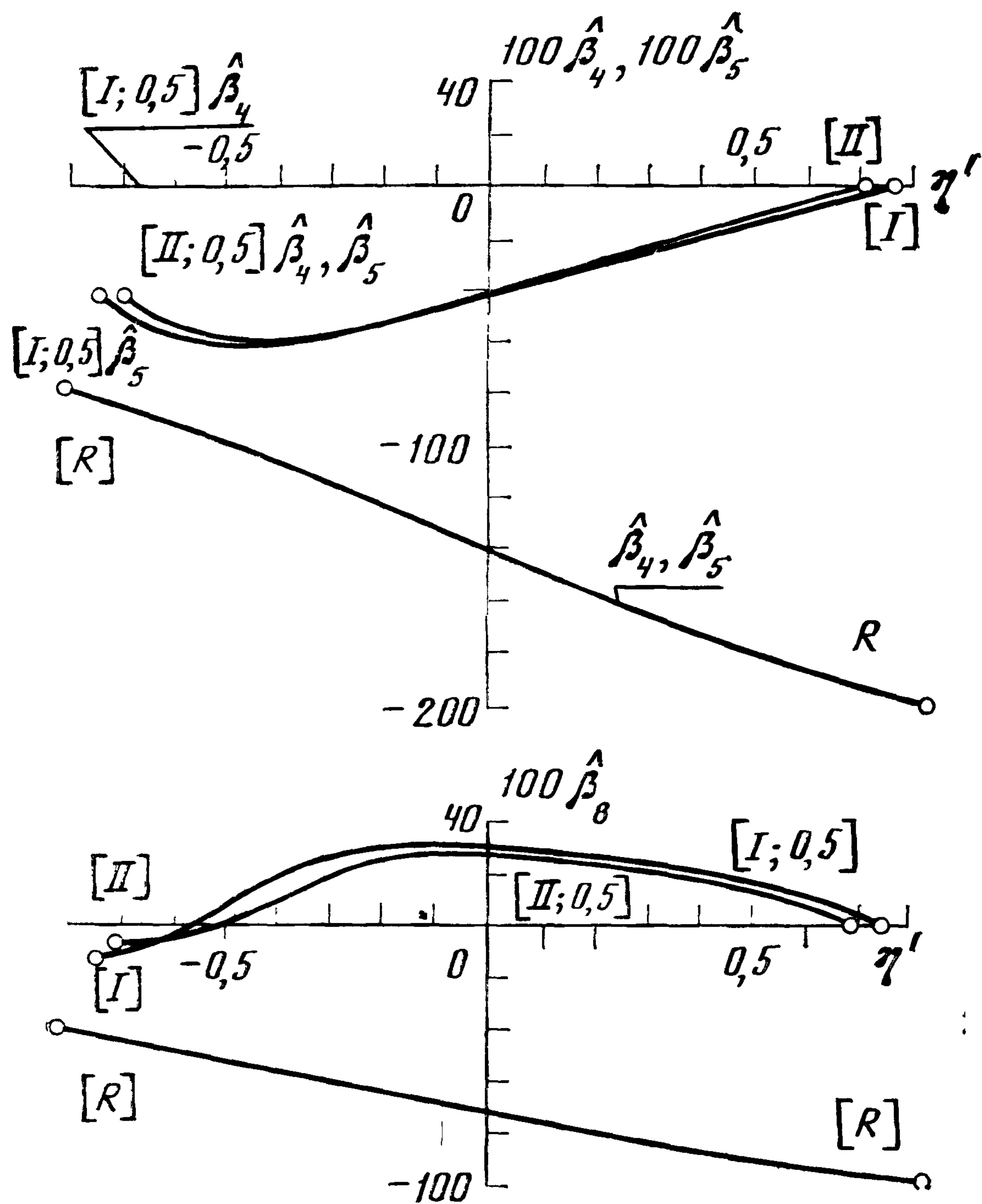


РИС. 6.7

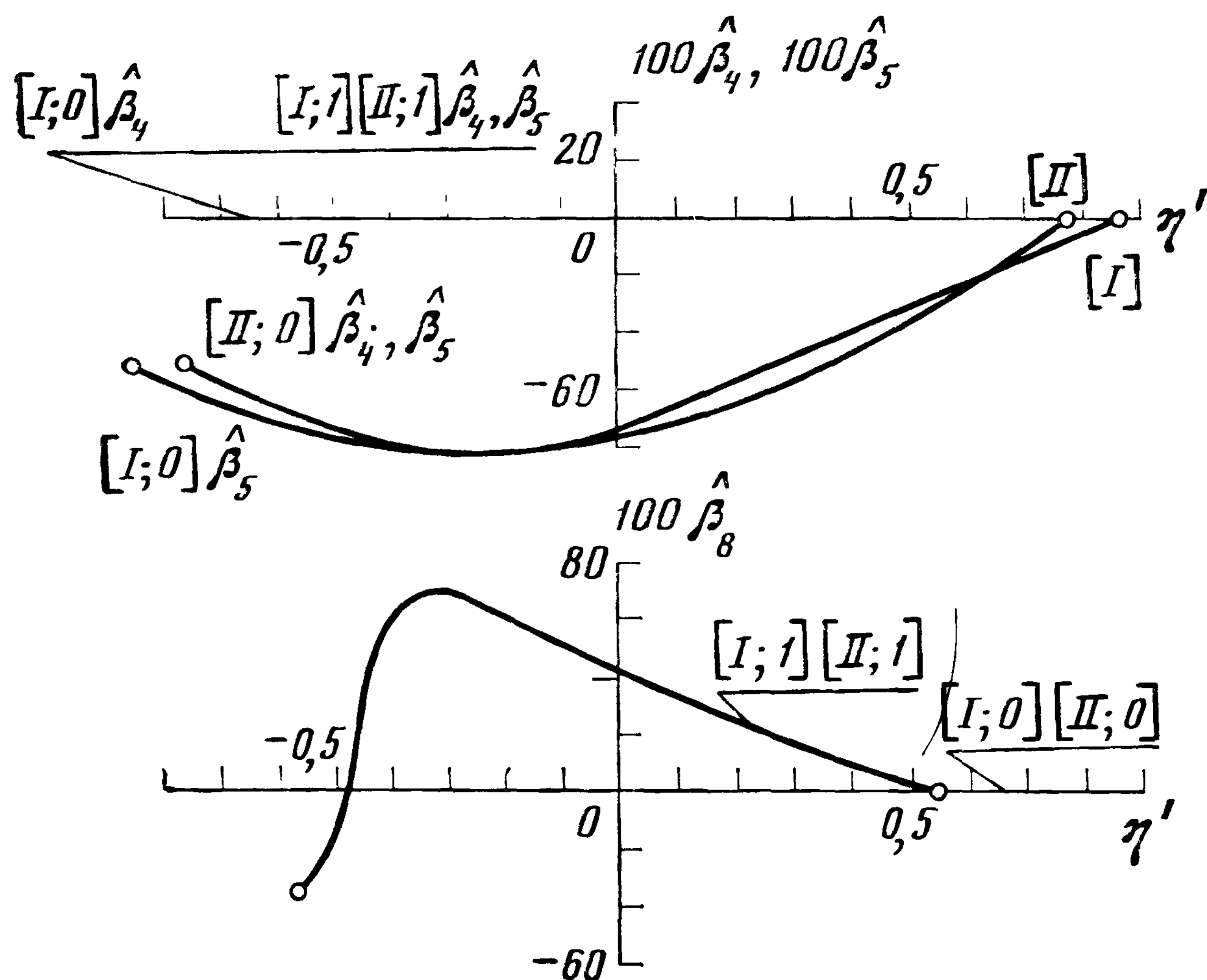


РИС. 6.8

масштабов по соответствующим направлениям) отсутствуют, то переход к рассмотрению закономерностей изображения в окрестности этой точки приводит к появлению ошибки передачи глубины T, причем отрицательное значение $\hat{\beta}_8$ говорит о том, что глубина будет передаваться преуменьшенной. Это, конечно, тоже следствие больших ошибок масштабов γ_1 и γ_3 (см. рис. 6.5).

Варианты системы перспективы [I; 0,5] и [II; 0,5] дают сравнительно малые добавки (менее 3% для $\Delta\bar{L} = 0{,}1$), в то время как значения T^0 для этих вариантов могут достигать величин 40—60% (см. рис. 6.3).

Для полноты картины на рис. 6.8 даны аналогичные кривые для вариантов [I; 0], [II; 0], [I, 1], [II; 1], которые соответствуют случаям, представленным на рис. 6.4. Как видно из хода кривых, эти зависимости не дают ничего нового по сравнению с рассмотренными выше. Если принять снова наибольшее значение $\Delta\hat{L} = 0{,}1$, то ошибки M_S и M_H не будут превышать 8% (в сторону преуменьшения), что же касается второго слагаемого относительной ошибки передачи глубины T [см. (6.39)], то в наихудшем случае оно достигает 7% при $T^0 = 70 \div 80\%$. Как и следовало ожидать, совпадающие варианты [I; 1] и [II; 1] не дают ошибок M_S и M_H, а варианты [I; 0] и [II; 0] полностью характеризуются величиной ошибки T^0, поскольку для них коэффициент $\hat{\beta}_8$ всюду равен нулю.

На представленных графиках разного рода ошибки даны для

интервала удалений от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$. Однако художник нередко передает на своих картинах менее протяженные в глубину участки пространства. Учет этого обстоятельства различен для различных ошибок. Для ошибок δ_i при $i > 3$ все сказанное сохраняет свою силу и допустимо пользоваться графиками, приведенными на рис. 6.3, 6.4, 6.7 и 6.8, для тех параметров, которые не связаны с масштабным коэффициентом m, т. е. для величин P^0, T^0, $\hat{\beta}_4$, $\hat{\beta}_5$ и $\hat{\beta}_8$. Что касается параметров $M^0_{ср}$, γ_1, γ_2 и γ_3, то здесь ситуация несколько сложнее. Как известно, для конечного интервала (т. е. для конечных значений удалений границ изображаемого участка пространства $\bar{L}_A$ и $\bar{L}_B$) величина масштабного коэффициента m хорошо передается формулой (6.32) тем более точной, чем меньше разность между $\bar{L}_B$ и $\bar{L}_A$. Пусть эта разность стремится к нулю. Тогда при $\bar{\alpha}^B_{ср} \to \bar{\alpha}^A_{ср} = \bar{\alpha}_{ср}$ в соответствии с формулой (6.32) коэффициент m будет стремиться к величине $m = 1/\bar{\alpha}_{ср}$. При этом ошибка $M^0_{ср}$, как это следует из первой формулы (6.27), будет тоже стремиться к нулю. Таким образом, можно предполагать, что, чем меньше глубина изображаемого участка, тем меньше абсолютные значения ошибок $M^0_{ср}$.

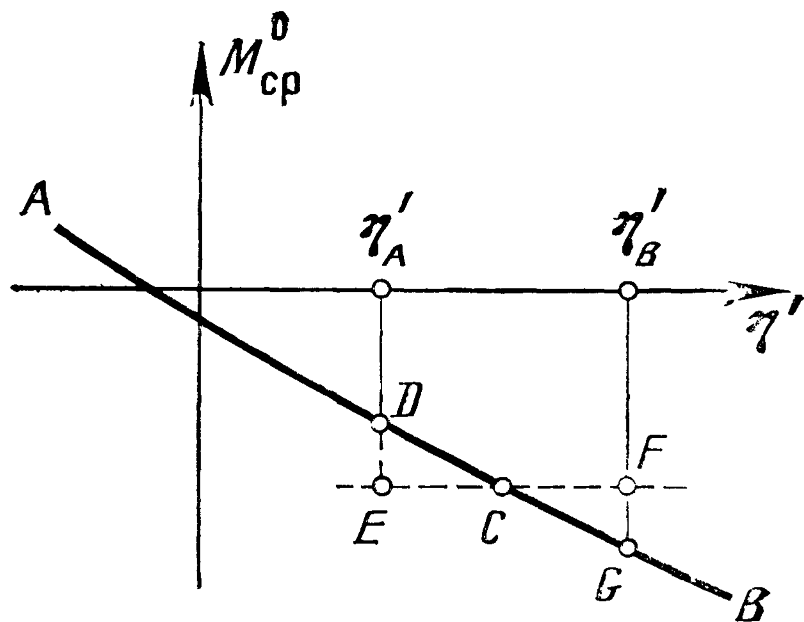


РИС. 6.9

Рассмотрим интервал с границами $\bar{L}_A$ и $\bar{L}_B$. Пусть соответствующее значение масштабного коэффициента будет обозначено m'. Тогда первая формула (6.27) позволяет написать

$$M'_{ср} = m' (M^0_{ср} + 1)/m - 1, \tag{6.40}$$

где $M'_{ср}$ — новое значение средней ошибки масштаба для той же точки, для которой была определена величина $M^0_{ср}$. Если учесть, что первая формула (6.27) и формула (6.32) дают

$$m' \approx 2m/(M^A_{ср} + M^B_{ср} + 2), \tag{6.41}$$

где $M^A_{ср}$ и $M^B_{ср}$ — величины $M_{ср}$ для границ рассматриваемого интервала, то новое значение $M'_{ср}$ для точки, лежащей внутри этого интервала, будет

$$M'_{ср} \approx \frac{2(M^0_{ср} + 1)}{M^A_{ср} + M^B_{ср} + 2} - 1. \tag{6.42}$$

Выражения (6.40) и (6.42) для $M'_{ср}$ позволяют находить этот параметр без обращения к довольно громоздкому соотношению (6.21), которое дает точную величину m' (6.23).

Геометрический смысл проделанных выкладок весьма прост. На рис. 6.9 приведен поясняющий чертеж. Пусть линия AB дает зависимость $M^0_{ср} = M^0_{ср}(\eta')$, точки η'_A и η'_B дают границы нового интервала $\bar{L}_A$ и $\bar{L}_B$ на оси η'. Они легко определяются по формуле (6.28). Этим абсциссам соответствуют точки D и G на графике функции AB. Внутри интервала DG существует точка C такая, что площади криволинейных треугольников

CDE и CFG равны друг другу (обычно эта точка лежит вблизи середины отрезка DG). Точка C дает новое положение плана, который воспринимается как бы переданным в соответствии с естественным зрительным восприятием. Это следует из того, что сумма преувеличений (треугольник CDE) и сумма преуменьшений (треугольник CFG) тогда окажутся взаимно скомпенсированными. Легко видеть, что показанный наклон линии AB, типичный для ренессансного варианта перспективы, сохраняет ее свойство — преувеличивать масштаб переднего и преуменьшать масштаб дальнего плана. К сказанному следует добавить, что численная величина ошибок $M^0_{ср}$ не может теперь просто считываться с оси ординат $M^0_{ср}$, поскольку с изменением масштабного коэффициента m изменяются и численные значения ошибок, как это следует из первой формулы (6.27); формула (6.42) учитывает это обстоятельство.

Переход от интервала ($\bar{L} = 0$, $\bar{L} \to \infty$) к конечному интервалу ($\bar{L}_A$, $\bar{L}_B$) связан не только с изменением средней ошибки в точке $M^0_{ср}$. Аналогичные изменения будут претерпевать и ее составляющие γ_1, γ_2 и γ_3, которые теперь следует вычислять по второй формуле (6.25) для новых значений коэффициента m. Очевидно, что новое значение γ'_i будет связано с определенным для бесконечного интервала значением γ_i простым соотношением

$$\gamma'_i = m' (\gamma_i + 1)/m - 1. \tag{6.43}$$

При анализе свойств изображения переход от переменной η', определенной соотношением (6.28), т. е. на основании масштабного коэффициента для бесконечного интервала m, к новой переменной η'', основанной на m', обычно необязателен. В тех случаях, когда это представляется полезным, такой переход можно произвести, используя соотношение (6.28):

$$\eta'' = m' \left\{ \frac{1}{2} [f_H(\bar{L}_A) - f_H(\bar{L}_B)] - f_H(\bar{L}) \right\}. \tag{6.44}$$

При этом переходе середине интервала EF (см. рис. 6.9) будет соответствовать $\eta'' = 0$ и, следовательно, отрицательным значениям абсциссы η'' будет, условно, говоря, соответствовать нижняя половина изображения поверхности земли (пола и т. п.), а положительным значениям η''— верхняя.

Следует отметить, что художники практически никогда не пишут все могущее быть изображенным пространство от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$. Это связано главным образом с тем, что при малых значениях $\bar{L}$ все варианты системы перспективы характеризуются очень большими искажениями при передаче естественного зрительного восприятия. Приведенное соображение подтверждается максимальными ошибками на левых концах диаграмм, показанных на рис. 6.3—6.5. Если ошибки по какой-либо составляющей на левых концах графиков и малы (например, ошибка $M^0_{ср}$ для вариантов [I; 0,5] и [II; 0,5] на рис. 6.3), то это означает лишь то, что другие составляющие велики (например, составляющие P^0 и T^0 на том же рисунке). Поэтому художники предпочитают просто не изображать самые близкие области пространства, прилегающие к картинной плоскости. По мере того как изображенная у нижнего обреза картины область картинного пространства удаляется от художника, уменьшаются все ошибки изображения.

В заключение следует отметить еще одно немаловажное обстоятельство. При вычислении ошибки $M^0_{\text{ср}}$ и других ошибок всегда предполагалось, что изображению подлежат объемные тела, для которых передача протяженности во всех трех основных направлениях одинаково важна (одинаково важно изображение всех трех ребер куба, пересекающихся в одной точке). Между тем могут представиться случаи, когда это не так. Пусть, например, изображается плоский пейзаж, не содержащий никаких вертикалей (высоких зданий, близких деревьев и т. п.). Тогда правильная передача вертикального ребра куба несущественна. В этом случае разумно исключить из рассмотрения параметр изображения $\bar{\alpha}_2$, связанный с a_2 (6.5), т. е. с изображением вертикального ребра куба b. Тогда вместо трех независимых параметров, определяемых формулами (6.26), останутся лишь два:

$$\bar{\alpha}_{\text{ср}} = (\bar{\alpha}_1 + \bar{\alpha}_3)/2; \qquad \bar{\alpha}_8 = \bar{\alpha}_3/\bar{\alpha}_1 \tag{6.45}$$

и соответственно лишь две ошибки изображения. По аналогии с формулами (6.27) можно написать

$$M^0_{\text{ср}} = m\bar{\alpha}_{\text{ср}} - 1; \qquad T^0 = \bar{\alpha}_8 - 1. \tag{6.46}$$

Если вернуться к рассматривавшимся вариантам системы перспективы, то легко обнаружить, что ошибки ренессансного варианта не претерпят никаких изменений. Однако легко убедиться, что теперь существует и безошибочный вариант. Им является вариант [I; 0]. Действительно, для него, как это видно из рис. 6.4, всюду $T^0 = 0$. Что касается ошибки $M^0_{\text{ср}}$, то о ней не следует судить по графику, приведенному на рис. 6.4, поскольку он построен с учетом параметра $\bar{\alpha}_2$. Новое значение $M^0_{\text{ср}}$ можно получить обратившись к исходным соотношениям, определяющим $\bar{\alpha}_1$ и $\bar{\alpha}_3$. Вариант [I; 0] характеризуется равенствами $f_S(\bar{L}) = F_2(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L}) = F_3(\bar{L})$, что следует из формулы (4.22) и из второй формулы (4.17) для $k = 0$. Но тогда соотношения (6.13) дадут $\bar{\alpha}_1 \equiv 1$ и $\bar{\alpha}_3 \equiv 1$. Первая формула (6.45) даст в этом случае $\bar{\alpha}_{\text{ср}} \equiv 1$, и независимо от рассматриваемого интервала соотношение (6.21) определит $\tilde{\alpha} = 1$ и соответственно формула (6.23) даст $m = 1$. Тогда первое соотношение (6.27) позволит утверждать, что для всех точек (для любых $\bar{L}$) ошибка $M^0_{\text{ср}} = 0$.

Таким образом, в варианте [I; 0], если он не связан с изображением вертикалей, полностью определяющие его качество ошибки $M^0_{\text{ср}}$ и T^0 равны нулю для всех точек картины. Приведенный пример, казалось бы, противоречит полученному выше выводу о принципиальной невозможности безошибочного изображения на плоскости картины зрительного восприятия человека. Однако противоречие это лишь кажущееся. Во всех тех случаях, когда говорилось о принципиальной невозможности безошибочного изображения, имелось в виду изображение пространства, здесь же рассматривался пример, где изображению подлежало не трехмерное пространство, а двумерная плоскость. Как показывает приведенный пример, безошибочное изображение горизонтальной плоскости вполне возможно (для плоскости, параллельной картинной плоскости, это просто очевидно).

С несколько иной позиции этот вопрос уже обсуждался в конце предыдущего параграфа.

§ 7. Признаки глубины и иллюзия пространственности в картине

Выше, когда говорилось о роли признаков глубины при зрительном восприятии пространства, было подчеркнуто их определяющее значение в образовании трехмерного (пространственного) зрительного образа исходя из двумерности сетчаточного образа. Совокупность различных признаков глубины инициировала подсознательные процессы в системе зрительного восприятия, которые и приводили в итоге к образованию правильных пространственных представлений.

Представим себе картину, на которой по возможности точно воспроизведены признаки глубины. Не будут ли они тоже приводить к эффективной подсознательной работе системы зрительного восприятия человека, не вызовут ли они «обманов зрения», в результате которых человек окажется не в состоянии отличать реальное пространство от изображения этого пространства на картине? Тогда это была бы геометрически «идеальная» картина. Опыт изобразительного искусства дает отрицательный ответ на так прямолинейно поставленный вопрос, но отрицание возможности существования подсознательных эффектов обсуждаемого типа было бы тоже ошибкой. Рассмотрим поэтому возникшую проблему более подробно.

Первый вопрос, который здесь возникает,— это вопрос о возможности воспроизведения признаков глубины на картине. Легко понять, что их изображение возможно лишь частично. Совершенно очевидно, что бинокулярные признаки глубины изобразить невозможно. Диспаратность требует, чтобы сетчаточные образы, возникшие в левом и правом глазах, отличались друг от друга вполне определенным образом, а конвергенция вообще неизобразима. Точно так же нельзя передать с помощью картины такой монокулярный признак глубины, как двигательный параллакс, поскольку он требует, чтобы при движении головой изменялся бы характер взаимных перекрытий предметов, воспроизведенных на картине.

Важно отметить, что эти три признака глубины существенны при созерцании только близких объектов. Что касается удаленных областей пространства, то важные для них монокулярные признаки глубины — перекрытие, уменьшение предметов по мере их удаления от зрителя, явление воздушной перспективы, приближение изображений предметов к линии горизонта по мере их удаления от зрителя и закономерности образования теней у больших предметов — вполне воспроизводимы на картине.

Хотя перечисленные монокулярные признаки глубины и изобразимы, достижение полной иллюзии пространственности недостижимо даже при изображении одних только удаленных областей пространства и даже если одновременно художник добился того, что сетчаточный образ, возникающий от монокулярного созерцания передаваемого на картине пространства, и сетчаточный образ от монокулярного созерцания картины полностью совпадают (как уже говорилось, этого можно достичь применяя систему ренессансной перспективы). Дело в том, что картины всегда созерцаются с близких расстояний, при которых основной вклад в формирование ощущения пространственности дают перечисленные выше и не могущие быть изображенными признаки глубины: диспаратность, конвергенция, двигательный параллакс. Поэтому к каким бы ухищрениям ни прибегал бы

художник, эти три признака глубины, которые независимо от желания смотрящего дадут ему информацию о находящемся перед ним предмете, будут буквально «кричать» о том, что перед смотрящим находится плоскость картины, а вовсе не глубокое пространство.

О том же будет говорить и знание (человек знает, что перед ним картина, а не пространство), и фактура поверхности картины, и ряд других аналогичных обстоятельств.

Зрительное восприятие человека будет в этих условиях «стоять» перед трудной задачей, поскольку в его подсознание будут поступать противоречащие друг другу сигналы. Изображенные на картине монокулярные признаки глубины будут свидетельствовать о том, что перед ним глубокое пространство, в то время как бинокулярные признаки глубины, двигательный параллакс, фактура поверхности картины и т. п. будут, как уже говорилось, свидетельствовать, что перед смотрящим находится близко расположенная плоскость. В результате если созерцание картины и вызовет у смотрящего на нее некоторую иллюзию пространственности, то эта иллюзия будет существенно ослабленной, далеко не адекватной той, которая возникает при созерцании реального пространства.

Проведенное здесь краткое рассмотрение показывает, что создание геометрически «идеальной» картины на пути точного следования сетчаточному образу с последующим полным преобразованием его механизмами константности, инициирующими подсознательную деятельность системы зрительного восприятия человека, невозможно. В этом кроется принципиальная слабость любой системы перспективы.

Выше уже было показано, что получение геометрически «идеального» изображения на пути точного следования геометрии зрительного восприятия тоже невозможно в связи с неизбежными при этом нарушениями условий коммутативности и горизонта. Следовательно, создание геометрически «идеальной» картины вообще невозможно.

Хотя иллюзия пространственности, вызванная изображением соответствующих признаков глубины на картине, будет ослаблена сравнительно с ощущением пространственности, связанным с созерцанием реального пространства, эту иллюзию следует в практической работе художника учитывать.

Если исключить из дальнейшего рассмотрения такие специфические художественные методы передачи пространственности, как используемые в диорамах и театральных декорациях, а ограничиться только картинами, то возможная целесообразность учета эффектов, связанных с преобразующей деятельностью системы зрительного восприятия при созерцании картин, становится ясной из приводившегося в первой части книги примера с восприятием изображения протяженного параллелепипеда (см. илл. 52).

Сделаем естественное предположение, что изображенные на картине признаки глубины вызывают такие же процессы преобразования сетчаточного образа (возникшего от созерцания картины), что и признаки глубины, действующие при созерцании объективного пространства. Правда, поскольку далеко не все признаки глубины изобразимы, эффективность этих преобразований будет сильно ослабленной. Не задаваясь пока задачей численной оценки рассматриваемых эффектов, представим их в виде ана-

литических закономерностей, аналогичных использовавшимся в § 4. Введем координаты ξ, η, χ, λ, аналогичные применявшимся ранее координатам x, y, h, l. В этих новых координатах будем описывать видимые размеры элементов картины, которые возникают при ее восприятии. Соответствующими координатами в картинной плоскости будут x, y, h, l. Введя функции преобразования φ_S, φ_H, φ_L, действующие при восприятии картины, по аналогии с формулами (4.10)—(4.12) напишем

$$\xi = x\varphi_S(\bar{L}); \quad \chi = h\varphi_H(\bar{L}); \; \lambda = l\varphi_L(\bar{L}). \tag{7.1}$$

Прежде всего следует пояснить зависимость φ_S, φ_H и φ_L от $\bar{L}$ — относительного расстояния до рассматриваемой точки в объективном пространстве. Конечно, при созерцании картины удаленность будет даваться изображением отрезков, передающих l, поэтому введенные функции должны были бы зависеть от l. Однако l связано с $\bar{L}$ взаимно однозначной зависимостью [см. формулу (4.11)]

$$l = Hf_L(\bar{L}), \tag{7.2}$$

и это позволяет перейти в выражениях (7.1) от аргумента l к аргументу $\bar{L}$.

Если теперь написать значения x, h, l по формулам (4.10)—(4.12), то получим следующие зависимости:

$$\xi = Sf_S(\bar{L})\,\varphi_S(\bar{L}); \quad \chi = Hf_H(\bar{L})\,\varphi_H(L); \quad \lambda = Hf_H(\bar{L})\,\varphi_L(\bar{L}). \tag{7.3}$$

Обозначая произведение функций (индексы опускаем) $f(\bar{L})$ и $\varphi(\bar{L})$ через $\psi(\bar{L})$, получаем систему выражений, совпадающую с точностью до обозначений с выражениями § 4.

Таким образом, учет преобразующей деятельности мозга при зрительном восприятии картины не дает, казалось бы, ничего нового. Вся развитая выше теоретическая концепция сохраняет свое значение, только вместо функций $f(\bar{L})$ следует писать $\psi(\bar{L})$. Функция $\psi(\bar{L})$ учитывает двукратное преобразование сетчаточного образа: первое — при созерцании объективного пространства (с учетом необходимости введения неизбежных искажений), а второе — при созерцании картины. В основном это утверждение справедливо, однако оно нуждается в некоторых уточнениях.

Прежде всего следует уточнить характер функций

$$\psi(\bar{L}) = f(\bar{L})\,\varphi(\bar{L}). \tag{7.4}$$

Первый сомножитель зависит от выбранного типа перспективы, и связанные с этим выбором вопросы подробно обсуждались выше. Второй сомножитель имеет, казалось бы, более простую структуру, так как связан с преобразованием двумерной области (плоскости картины) в трехмерную (пространство зрительного восприятия), а поэтому не должен испытывать ограничений типа условия коммутативности, которое возникло в силу того, что две пространственные координаты сводились к одной и той же координате на плоскости картины (и H и L изображались как y). Здесь возникают, однако, свои специфические трудности.

В обыденной жизни совокупность всех признаков глубины дает настолько правильное представление об удаленности созерцаемого объек-

ла L, что ошибки поведения, связанные с неправильной оценкой величины L, практически полностью исключены [3].

Поэтому функции $f(\bar{L})$ проявляют свое действие четко и однозначно. Функции $\varphi(\bar{L})$ фактически зависят не от L, а от изображения глубины на плоскости картины l, которая связана с L выражением (7.2). Таким образом, зависимость φ от L самым существенным образом связана с тем, насколько четко человек воспринимает величину l, глядя на картину. Возникающие у зрителя трудности связаны с тем, что по оси y откладывается не только l, но и h. Поэтому влияние функции $\varphi(\bar{L})$ будет тем сильнее, чем четче выявляется изменение именно l. Такое четкое изменение l можно непосредственно видеть на картинах, передающих протяженные (в глубину) здания, перспективы улиц и тому подобные изображения. Этим можно воспользоваться для постановки опытов по определению функций φ (см. Приложение 1).

Если коротко охарактеризовать основные свойства функций φ, то их можно свести к двум: по мере увеличения l функции $\varphi \geqslant 1$ монотонно возрастают, стремясь к некоторому верхнему пределу. В этом смысле они повторяют свойства функции $F_1(\bar{L})$, которая характеризует естественное зрительное восприятие объективного пространства. Вторым свойством функции φ является величина упомянутого верхнего предела. Эксперименты показывают, что это предельное значение функции равно 1,2—1,3. Если учесть, что предельное значение функции $F_1(\bar{L}) = 3{,}0—5{,}0$, то становится ясным, что учет влияния процессов, охватываемых функциями φ, дает в среднем лишь 7% эффектов, связанных с изменением видимых линейных размеров при зрительном восприятии, т. е. может считаться почти пренебрежимо малым. Следовательно, функции $\psi(\bar{L})$ (7.4) почти не отличаются от функций $f(\bar{L})$. Это означает, что эффектами, связанными с преобразованием сетчаточного образа, возникшего от созерцания картины, механизмом константности величины, нередко можно пренебрегать.

Если эти эффекты все же желательно учесть, то этого можно достичь следующим образом. Пусть некоторый линейный отрезок, например параллельный оси S, должен быть передан так, чтобы он воспринимался естественной величины. Тогда, очевидно, должно выполняться равенство

$$\psi_S(\bar{L}) = F_2(\bar{L})$$

или с учетом соотношения (7.4)

$$f_S^*(\bar{L}) = F_2(\bar{L})/\varphi_S(\bar{L}). \tag{7.5}$$

Последнее равенство говорит о том, что условие неискаженной передачи естественного зрительного восприятия уточнено: вместо функции $F_2(\bar{L})$ теперь следует пользоваться функцией $f_S^*(\bar{L})$, т. е. несколько «ослабленной» функцией, определяемой зависимостью (7.5). Сказанное полностью

[3] Такие ошибки, ведущие к серьезным ошибкам поведения, наблюдались лишь в условиях, к которым человек не приспособился в процессе эволюции. Например, известны грубые ошибки летчиков в оценке высоты полета при посадке гидросамолета на идеально спокойную гладь воды.

относится и к $f_H(\bar{L})$. Что касается равенства (3.3), то вместо

$$F_3(\bar{L}) = \int_0^{\bar{L}} [F_1'(\bar{L})/(1+\bar{L})^2]\, d\bar{L}$$

следует использовать функцию

$$f_L^*(\bar{L}) = \int_0^{\bar{L}} \frac{F_1(\bar{L})}{\varphi_S(\bar{L})(1+\bar{L})^2}\, d\bar{L}. \quad (7.6)$$

Более подробное рассмотрение функции (7.6) опускается. Достаточно указать, что она является «ослабленной» по сравнению с функцией $F_3(\bar{L})$, поскольку стоящая в знаменателе выражения (7.6) величина $\varphi_S(\bar{L}) \geqslant 1$.

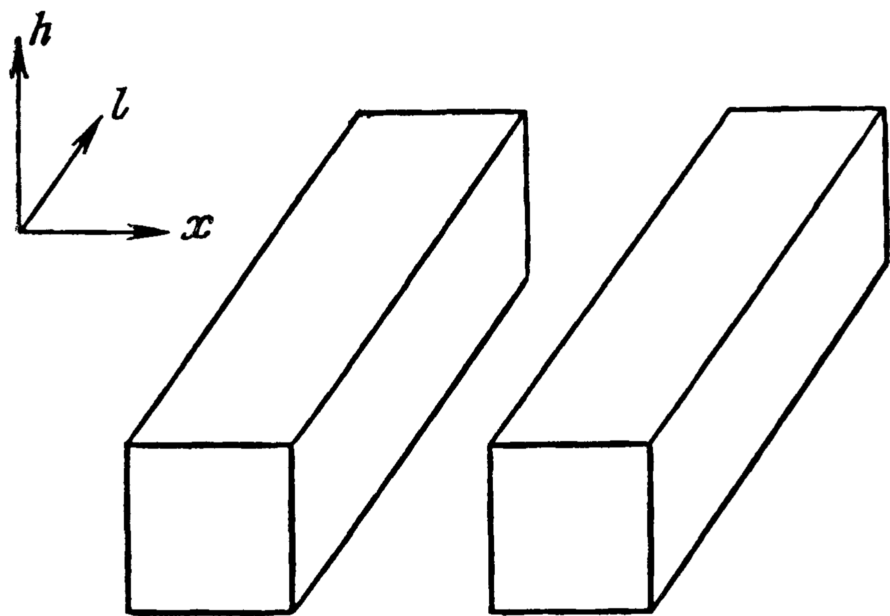


РИС. 7.1

Следовательно, желая получить неискаженную передачу естественного зрительного восприятия некоторой линейной величины с учетом возникающих при созерцании картины зрительных эффектов, следует изображать не видимую величину некоторого отрезка, а несколько уменьшенную, следуя соотношению (7.5).

Чтобы проиллюстрировать эти общие рассуждения, обратимся к илл. 52, при обсуждении которой было показано, что если дать аксонометрическое изображение протяженного параллелепипеда, то он будет восприниматься в легкой обратной перспективе. Как известно, аксонометрическое изображение соответствует естественному зрительному восприятию близких областей пространства, целиком лежащих в области полной константности (это будет строго доказано в § 8), поэтому аксонометрическое изображение есть точная передача зрительного восприятия для описанных условий. Но вследствие того что в ракурсном аксонометрическом изображении координата l воспринимается особенно четко, механизм константности величины, описываемый функциями φ, отличен от единицы, и это приводит к тому, что зрительное восприятие параллельной перспективы оказывается соответствующим слабой обратной перспективе.

Чтобы такой протяженный параллелепипед воспринимался имеющим параллельные ребра, его следует изобразить слегка сужающимся в глубину, т. е. в слабой прямой перспективе. Это проиллюстрировано на рис. 7.1, где приведены два протяженных параллелепипеда, из которых левый дан в точной аксонометрии (однако кажется, что он изображен в слабой обратной перспективе), а правый передан в слабой прямой перспективе (кажется же, что он изображен в аксонометрии). Этот пример показывает, что в некоторых случаях учет двукратного преобразования сетчаточного образа (и связанный с этим переход от функций f к функциям ψ) имеет смысл.

Конечно, такие эффекты становятся заметными при изображении объектов, которые по каким-либо причинам так изменяют свою конфигурацию в результате возникновения упомянутых слабых деформаций, что смотря-

щему это бросается в глаза. Человек хорошо отличает параллельность от непараллельности, и поэтому в примерах, приведенных на рис. 7.1, изменение видимого угла между ребрами параллелепипедов на малую величину (не более 2—3°) четко воспринимается системой зрительного восприятия человека. В то же время описанный эффект при созерцании некоторого другого изображения, у которого угол между изображениями определяющих ребер равен, например, 35°, а в результате действия аналогичных деформаций этот угол будет восприниматься равным 37—38°, зрителем просто замечен не будет. Следовательно, существенность или несущественность обсуждаемого эффекта кроме всего прочего зависит и от того, какой конкретный объект воспроизводится на картине.

Подводя итог, можно утверждать, что в смысле геометрических свойств системы перспективы учет двукратной преобразующей деятельности мозга дает лишь относительно слабые эффекты. Формально они могут быть учтены заранее путем использования вместо функций f других, которые были выше обозначены через φ, при этом весь развитый аналитический аппарат и все основные выводы сохраняют силу. Это позволяет не уделять обсуждаемому вопросу много внимания. К тому же описанные эффекты обычно носят локальный характер и зависят от того, насколько наглядным сделал художник изображение удаленности l. Эффективное изображение удаленности, как правило, связано с воспроизведением на картине отдельных протяженных предметов, поэтому и учет всех обсуждавшихся выше зрительных деформаций фактически как бы «привязан» к отдельным деталям изображения, а не ко всей картине в целом. Следовательно, и учет этих особенностей восприятия картины практически целесообразнее производить локально, внося нужные коррективы в изображение отдельного предмета или его части.

Совершенно иной характер, охватывающий картину в целом, носит эффект, ведущий к возникновению чувства глубины изображенного пространства. Он, как уже говорилось, связан с воспроизведением признаков глубины и в силу обсуждавшихся выше причин не может достигать той же интенсивности, что и при созерцании объективного пространства.

По-видимому, чувство глубины, которым характеризуется естественное зрительное восприятие объективного пространства, непосредственно связано с процессом преобразования сетчаточного образа в перцептивное пространство. Интенсивность этого процесса мы и воспринимаем как чувство глубины. Но тогда геометрия изображения сама по себе (в том числе и применение того или иного варианта системы перспективы) особой роли в возникновении чувства глубины не играет. Об этом свидетельствует, например, прекрасная передача иллюзии пространственности в средневековой китайской пейзажной живописи, не знавшей ренессансной системы перспективы. Для возбуждения этого чувства необходимо наиболее полное изображение признаков глубины. В этом смысле система ренессансной перспективы имеет безусловное преимущество, поскольку, строго соответствуя сетчаточному образу, она по возможности точно передает воспроизводимые признаки глубины. Связанные с этим обстоятельством вопросы были подробно обсуждены в главе 6 и поэтому здесь они могут быть опущены.

В основе трудностей с получением пространственных иллюзий лежит

то обстоятельство, что изменение высоты предмета и его смещение в глубь картинного пространства неотличимы — оба изображаются на картинной плоскости одинаково: смещением по вертикали. Если бы каждому из трех основных направлений S, L, H в объективном пространстве соответствовали три разных направления x, l, h на картинной плоскости (т. е. координаты l и h не откладывались бы по общему направлению y), то многие проблемы (конечно, не все) удалось бы смягчить, в частности это упростило бы передачу пространственности близких областей картинного пространства.

Казалось бы, возможность использования при изображении пространства трех основных направлений противоречит двумерности картинной плоскости, однако это сомнение справедливо лишь частично. До сих пор для передачи бокового смещения изображаемой точки использовалась ось x картинной плоскости, для изображения смещения по вертикали — ось y, а для изображения перемещения в глубь картинного пространства — тоже ось y. Это делало последние два смещения неотличимыми. Если теперь условиться использовать для изображения перемещения в глубь картинного пространства прямую, идущую через начало координат картинной плоскости и наклоненную к оси x под углом, отличным от 90°, то при изображении смещения вглубь будет изменяться не только координата y, но и x. В этом случае перемещения точки по трем основным направлениям будут легко отличимыми. При движении вдоль оси S картинного пространства будет изменяться только координата x картинной плоскости, при движении вдоль H изменяться будет только координата y, а при движении вдоль L изменение будут претерпевать x и y одновременно.

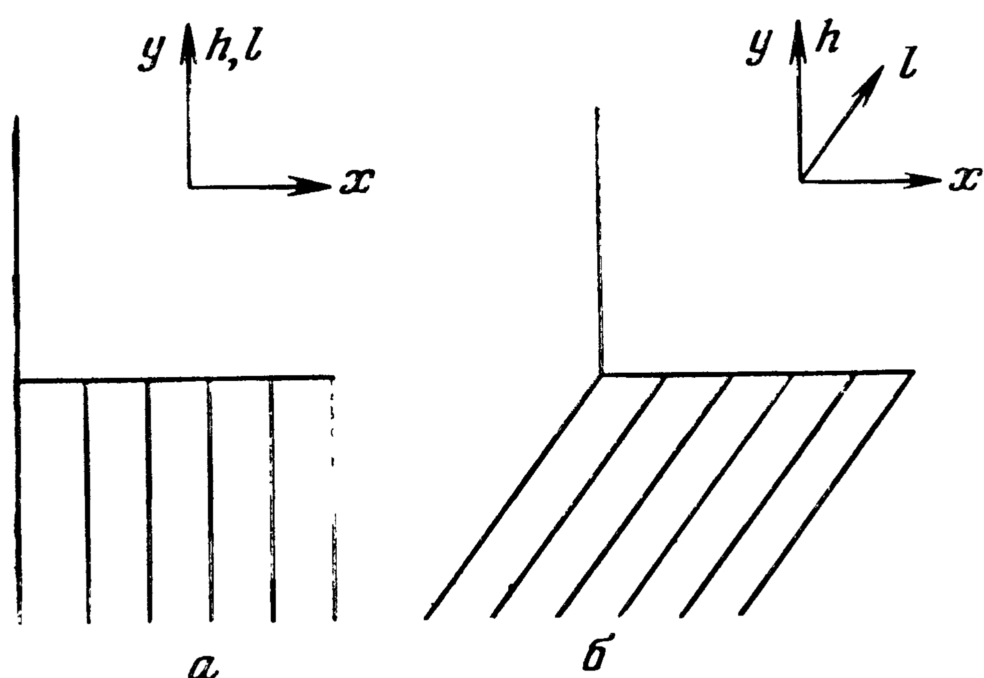


РИС. 7.2

Для иллюстрации возможностей, которые предоставляет такой подход, обратимся к рис. 7.2, где дана схема изображения левого угла комнаты, пол которой устлан досками. При этом будем предполагать, что передаваемый участок пола целиком лежит в области полной константности. На рисунке показаны два обсуждавшихся выше способа изображения, причем для наглядности приведено и соответствующее расположение используемых осей основных направлений. Сделанное выше предположение о полной константности было введено для того, чтобы обострить проблему, чтобы столкнуться с теми же трудностями, которые выявились в связи с изображением нижнего ряда плит на илл. 57. Если обсуждать приведенные схемы только с позиции создания нужных пространственных иллюзий, то можно заметить следующее.

Схема *а* построена точно так же, как и правое изображение на илл. 57, точнее, как нижний ряд плит на этом рисунке. В силу полной константности видимая ширина досок не уменьшается с увеличением расстояния от смотрящего, и это передано на схеме *а*. «Бессознательные умозаключе-

ния» системы зрительного восприятия человека приводят к тому, что пол на схеме *а* воспринимается скорее как продолжение вертикальной стены, а не как горизонтальное образование. Налицо существенное нарушение требуемой пространственной иллюзии.

Схема *б* дает другой вариант изображения пола. В силу полной константности и здесь доски пола не изменяют своей ширины в связи с изменением расстояния до соответствующего участка пола, однако требуемая пространственная иллюзия достигнута — пол в отличие от стен виден горизонтальным. Это произошло потому, что выделение в изображении направления l как самостоятельного, отличного от h, облегчило системе зрительного восприятия осуществление правильных «бессознательных умозаключений»; теперь их можно свести к следующему условному рассуждению. Поскольку у сетчаточного образа рассматриваемой совокупности досок ширина их верхних (на схеме) частей не меньше, чем внизу, то приближение верхних частей досок к линии горизонта, казалось бы, свидетельствует о том, что они расположены вертикально, однако этому противоречит направление боковых сторон досок: будь они вертикальны, эти направления были бы параллельны оси y.

Легко видеть, что последняя часть проведенного условного рассуждения неприменима к изображению, показанному на схеме *а*, и поэтому на ней пол и представляется вертикальным образованием.

Приведенный пример убеждает в том, что отсутствие такого важного признака глубины, как уменьшение, по мере удаления размеров изображаемых объектов может быть скомпенсировано подчеркнутым выделением некоторого направления на картинной плоскости, отличного от вертикали или горизонтали, которое передает удаленность l.

Такой метод не лишен, конечно, существенных недостатков. В частности, этим способом можно передавать только образования, видимые в ракурсе, с одной стороны. В рассмотренном примере невозможно передать какой-либо предмет, видимый слева. Преимуществом такой передачи пространственности является возможность следования геометрии зрительного восприятия близких областей пространства (изображение досок сохраняет постоянную ширину) и одновременно получения иллюзии пространственности. Вероятно, это является одной из причин массового использования схемы *б* в античном и средневековом искусстве.

Раздел третий
ЛОКАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВЫ

§ 8. Аксонометрия

Наряду с задачей изображения картинного пространства в художественной практике нередко возникает задача изображения объема, формы отдельного предмета. Такое изображение можно получить действуя по тем же правилам, по которым передается все пространство. Однако нередко удобнее вводить для этой цели свою, местную систему перспективы. Такой локальный подход может оказаться не только более удобным, но в некоторых случаях даже неизбежным способом изображения. Конечно, подобная локальная система перспективы должна быть получена на основе найденных выше общих закономерностей передачи зрительного восприятия на картине. Кроме того, почти очевидно, что эта локальная система может оказаться неспособной передать большие области пространства на картинной плоскости.

Чтобы эти общие рассуждения сделать более наглядными, рассмотрим сначала задачу изображения близких предметов.

Проблема изображения очень близких областей пространства возникает в изобразительном искусстве достаточно часто. Здесь можно напомнить такие жанры, как портрет, натюрморт, а обращаясь к истории искусства,— античное искусство, иконопись и т. д.

Изображая очень близкие и неглубокие области пространства, художник нередко сталкивается со специфической трудностью — в область четкого зрения попадает только ограниченный участок пространства. Желая передать происходящее в более широкой области пространства, художник вынужден многократно изменить направление своего взора. При этом он может изображать по классическим правилам перспективы (одна точка зрения, один главный луч зрения и т. п.) каждый отдельный предмет или персонаж, но не в состоянии соблюдать правило, по которому у всех этих предметов и персонажей точка зрения и главный луч зрения совпадают. Таким образ ом, в теории перспективы возникает проблема изображения отдельных предметов, а не всего картинного пространства. Объединение таких отдельных предметов и персонажей в нечто целое вполне возможно, однако нужные для этого средства лежат обычно за пределами теории перспективы. Кроме того, понимание проблемы изображения отдельных предметов важно в истории искусства при изучении тех периодов, когда художник передавал некоторую сцену, рисуя все предметы и персонажи по памяти, без соблюдения единства главного луча и точки зрения.

Рассмотрим задачу изображения *близкого* предмета, целиком укладывающегося в угол четкого зрения. Зрительное восприятие в этой области будем считать обладающим полной константностью (для очень близких областей пространства это практически всегда верно). Тогда функцию $F_1(\bar{L})$, определяющую действие механизма константности величины, можно записать по формуле (2.7). Как уже говорилось, это выражение справедливо лишь при достаточно малых удалениях $\bar{L}$

$$F_1(\bar{L}) = 1 + \bar{L}. \tag{8.1}$$

Основываясь на этой записи, найдем выражения для $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ [см. формулы (2.11) и (2.13)]:

$$F_2(\bar{L}) = 1, \qquad (8.2)$$

$$F_3(\bar{L}) = \ln(1 + \bar{L}). \qquad (8.3)$$

Если ограничиться в последнем выражении линейным приближением, то можно написать

$$F_3(\bar{L}) = \bar{L}. \qquad (8.4)$$

Поскольку здесь идет речь об изображении отдельного небольшого предмета, поступим следующим образом: предположим, что подлежащий изображению предмет расположен в малой окрестности точки (S_B, L_B, H_B) картинного пространства B, и запишем уравнения избранной системы перспективы в линейном приближении.

Введем обозначения

$$S = S_B + \Delta S, \; L = L_B + \Delta L, \quad H = H_B + \Delta H. \qquad (8.5)$$

Теперь в качестве нового начала координат взята точка (S_B, L_B, H_B), а величины ΔS, ΔL, ΔH являются новыми координатами точек картинного пространства, взятыми относительно точки (S_B, L_B, H_B). Если сделать предположение о малости ΔS, ΔL, ΔH и записать уравнения (4.10)—(4.12) в линейном приближении, то вместо них получим

$$\begin{aligned} \Delta x &= f_S(\bar{L}_B)\,\Delta S, \\ \Delta l &= (H_B/L_0)\, f'_L(\bar{L}_B)\,\Delta L + f_L(\bar{L}_B)\,\Delta H, \\ \Delta h &= f_H(\bar{L}_B)\,\Delta H. \end{aligned} \qquad (8.6)$$

В этой записи Δx, Δl и Δh означают соответствующие ΔS, ΔL, и ΔH смещения изображаемой точки на картинной плоскости от точки (x_B, y_B), являющейся изображением точки (S_B, L_B, H_B). Координаты x_B, y_B точки на картинной плоскости определяются формулами (4.24) или (4.25). Правда, фактическое нахождение численных значений координат x_B, y_B часто необязательно. Ведь точка B является началом новой системы координат, введенной для изображения отдельного предмета. Если ничего другого изображать не надо, то положение точки B на картине является произвольным.

Выберем теперь оставшиеся до сих пор неопределенными функции $f_S(\bar{L})$, $f_H(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$ в соответствии с равенствами (6.8). С учетом (8.2) и (8.4) для $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$, справедливых для малой окрестности $\bar{L} = 0$, можем записать

$$\Delta x = \Delta S, \; \Delta l = (H_B/L_0)\,\Delta L, \; \Delta h = \Delta H. \qquad (8.7)$$

В этой записи положение произвольной точки (S_B, L_B, H_B) картинного пространства уточнено: теперь она лежит в картинной плоскости, т. е. ее координаты равны S_B, 0, H_B. Иными словами, уравнения (8.7) дают возможность строить только изображения небольших предметов, лежащих вблизи картинной плоскости.

Система уравнений (8.7) замечательна в том отношении, что она базируется на функциях (6.8), неискаженно передающих естественное зритель-

ное восприятие. Но в § 3 было показано, что использование соотношений (6.8) приводит к нарушению условия коммутативности. Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее.

Условие коммутативности (3.9) оказалось невыполнимым при изображении произвольной точки картинного пространства. Изучая этот вопрос для малой окрестности точки (S_B, 0, H_B), удобнее воспользоваться исходной записью условия коммутативности, из которой и была получена формула (3.9),— соотношением (3.6), которое теперь приобретет форму

$$\Delta y = \Delta h_1 - \Delta l_1 = -\Delta l_2 + \Delta h_2. \tag{8.8}$$

Смысл этой записи очевиден: необходимо получить одинаковое изменение абсциссы Δy, двигаясь в картинном пространстве по пути «1» (сначала по вертикали, а потом по горизонтали) или по пути «2» (сначала по горизонтали, а потом по вертикали). Важно отметить, что эти мысленные движения не должны выходить из малой окрестности точки (x_B, y_B).

Если обратиться к формулам (8.7), то сразу видно, что Δh не зависит от ΔL, а Δl — от малых смещений по высоте относительно H_B (т. е. от ΔH). Но тогда $\Delta h_1 = \Delta h_2$ и $\Delta l_1 = \Delta l_2$ и, следовательно, условие коммутативности (8.8) выполняется.

Полученный вывод имеет принципиальное значение. Он говорит о том, что небольшие предметы, находящиеся на малом расстоянии от картинной плоскости (и художника), могут быть переданы неискаженно, в соответствии с естественным зрительным восприятием. Такая передача исключена для всего пространства, но оказалась возможной при изображении близких и небольших предметов. Если вспомнить, что в § 7 была показана возможность неискаженной передачи дальних планов, то теперь это положение можно уточнить и расширить: *неискаженная передача естественного зрительного восприятия возможна при передаче дальних планов и изображении отдельных предметов близкого переднего плана.* Неискаженная передача близких предметов оказалась возможной потому, что в этом локальном варианте перспективы связь между функциями $F_1(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$, описываемая соотношением (2.13), оказалась заменена приближенной, определяемой формулами (8.1) и (8.4) [а не формулами (8.1) и (8.3) как следовало бы].

В § 4 говорилось о том, что наряду с условием коммутативности не менее важное значение имеет и условие горизонта. Это условие, как видно из формулы (4.9), налагает на поведение функций, положенных в основу системы перспективы, определенные условия, связывающие их значения при $\bar{L} = 0$ и $\bar{L} \to \infty$ (в отличие от условия коммутативности, которое связывает значения этих функций в точках $\bar{L} = 0$ и $\bar{L} = \bar{L}_1$, где $\bar{L}_1$ может принимать и сколь угодно малые значения). Но поскольку здесь рассматривается задача изображения малой и близкой области картинного пространства, не связанная с изображением всего пространства (до горизонта), то соблюдение условия горизонта необязательно. Оно просто несущественно при изображении отдельного небольшого предмета, созерцаемого с близкого расстояния. Математически это означает, что после линеаризации функций $F_1(\bar{L})$, $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ в точке $\bar{L} = 0$ нельзя требовать, чтобы эти линейные соотношения вели себя в области $\bar{L} \to \infty$ так же, как нелинеаризованные исходные функции.

Таким образом, и здесь система перспективы содержит неизбежные искажения, но теперь они смещены в область горизонта, однако эта область не изображается, и поэтому ошибки проявиться не могут. Условие горизонта по-прежнему остается столь же важным, как и условие коммутативности, и оно должно выполняться по отношению к нелинеаризованным функциям, положенным в основу перспективной системы, но может не приниматься во внимание в локальном варианте этой системы.

Кроме того, полезно учитывать некоторые дополнительные обстоятельства. В тех случаях, когда $H_B = 0$, формулы (8.6) и (8.7) дают $\Delta l = 0$, т. е. изображение протяженности, направленной вглубь, исчезает. Хотя такое построение и безошибочно, пользоваться им нежелательно, поскольку оно дает художественно невыразительные изображения. Следовательно, рассматриваемую локальную систему перспективы разумно применять лишь к объектам, находящимся на достаточном расстоянии от плоскости горизонта (т. е. видимым достаточно круто либо сверху, либо снизу).

Таким образом, совокупность равенств (8.7) дает законченную и внутренне не противоречивую систему локальной перспективы, правда ограниченную двумя условиями: она пригодна для изображения близкого предмета не слишком больших размеров, кроме того, этот предмет должен быть достаточно сильно удален от плоскости горизонта.

Рассмотрим некоторые свойства этой системы локальной перспективы. Пусть в картинном пространстве в области, где применение изучаемой системы допустимо, дана прямая, описываемая уравнениями:

$$\frac{\Delta S - \Delta S_1}{\alpha_1} = \frac{\Delta L - \Delta L_1}{\beta_1} = \frac{\Delta H - \Delta H_1}{\gamma_1}. \qquad (8.9)$$

Очевидно, что эта прямая проходит через некоторую точку (ΔS_1, ΔL_1, ΔH_1), а ее направление в пространстве характеризуется коэффициентами направления α_1, β_1, γ_1. Найдем уравнение, описывающее изображение этой прямой на картинной плоскости. Из системы уравнений (8.9), которую можно записать в виде

$$\frac{\Delta S - \Delta S_1}{\alpha_1} = \frac{\Delta H - \Delta H_1}{\gamma_1}, \qquad \frac{\Delta S - \Delta S_1}{\alpha_1} = \frac{\Delta L - \Delta L_1}{\beta_1},$$

выразим ΔH и ΔL через ΔS и, воспользовавшись равенствами (8.7), перейдем к переменным h, l и x:

$$\begin{aligned} \Delta h &= \Delta h_1 + (\gamma_1/\alpha_1)(\Delta x - \Delta x_1), \\ \Delta l &= \Delta l_1 + (\beta_1/\alpha_1)(H_B/L_0)(\Delta x - \Delta x_1). \end{aligned} \qquad (8.10)$$

Если исходить из формул (3.4), (4.10) — (4.12), то

$$\Delta y = \Delta h - \Delta l, \qquad (8.11)$$

где Δy — ордината рассматриваемой точки картинной плоскости, отсчитанная от нового начала координат — точки (x_B, y_B), соответствующей точке (S_B, 0; H_B) картинного пространства. Тогда

$$\Delta y = A + B\Delta x, \qquad (8.12)$$

где A и B — постоянные.

Уравнение (8.12) является уравнением прямой. Следовательно, произвольный отрезок прямой, находящийся в рассматриваемой окрестности точки (S_B, 0, H_B), изображается на картинной плоскости тоже прямолинейным отрезком.

Другим свойством изучаемой системы перспективы является сохранение свойства параллельности. Пусть наряду с прямой (8.9) в рассматриваемой области картинного пространства расположена прямая, параллельная первой и проходящая через точку (ΔS_2, ΔL_2, ΔH_2). Ее уравнение запишем в следующей форме:

$$\frac{\Delta S - \Delta S_2}{\alpha_2} = \frac{\Delta L - \Delta L_2}{\beta_2} = \frac{\Delta H - \Delta H_2}{\gamma_2}. \quad (8.13)$$

В силу параллельности прямых (8.13) и (8.9) коэффициенты направления связаны соотношениями

$$\alpha_1/\alpha_2 = \beta_1/\beta_2 = \gamma_1/\gamma_2. \quad (8.14)$$

Новая прямая будет по изложенным выше причинам изображаться на картинной плоскости тоже прямой. Если написать уравнение этой прямой, то оно будет совершенно аналогично уравнению (8.12), причем ее угловой коэффициент (коэффициент при Δx) в силу равенств (8.14) будет численно совпадать с соответствующим коэффициентом уравнения (8.12). Отсюда следует, что лежащие в рассматриваемой области картинного пространства *произвольные отрезки параллельных прямых изображаются на картинной плоскости параллельными между собой отрезками прямых.*

Систему перспективы, передающую параллельные прямые картинного пространства параллельными же прямыми на картинной плоскости, будем называть *аксонометрией* или *параллельной перспективой.* Может быть, нелишне заметить, что термин «аксонометрия» используется здесь в более широком смысле, чем в черчении, т. е. так, как это принято в математике.

Поскольку система аксонометрии была получена из уравнений, описывающих неискаженную передачу естественного зрительного восприятия, то теперь можно утверждать, что человек видит расположенные неподалеку от него предметы аксонометрически. В этом причина массового появления аксонометрических изображений отдельных предметов в древнем и средневековом искусстве.

Аксонометрия является, как следует из сказанного выше, локальной системой перспективы, по ее правилам можно передать форму отдельного не слишком большого предмета. Проведенное выше рассмотрение фактически касалось лишь области пространства, лежащей в малой окрестности оси L, иными словами, лежащей в пределах зрительного конуса, имеющего осью симметрии главный луч зрения и малый угол при вершине. Это следует из того, что для очень близких предметов область, охватываемая полем четкого зрения, чрезвычайно мала, а использованные при анализе формулы справедливы только в системе координат, связанной с главным лучом зрения. Если перед художником стоит задача изображения по правилам аксонометрии предмета, расположенного на периферии поля зрения на достаточно большом удалении от главного луча зрения, то полу-

ченные выше соотношения могут потребовать некоторого уточнения, поскольку удаления от оси L станут «большими».

На рис. 8.1 показана горизонтальная плоскость, в малой окрестности которой лежит изображаемый предмет. Проекция главного луча зрения на эту плоскость показана прямой A_1L_1 (здесь и ниже для изображения проекций будет использоваться индекс 1), которая пересекает картинную плоскость в точке O_1, причем малая окрестность, для которой справедливо линейное приближение (т. е. аксонометрическое изображение), показана штриховыми линиями, осью симметрии которых является прямая A_1L_1. Пусть теперь требуется изобразить предмет, находящийся в окрестности точки B, лежащей на оси A_1L_1', где A_1 — проекция точки зрения на горизонтальную плоскость. Пусть угол α между прямыми A_1L_1 и A_1L_1' будет достаточно велик. Что касается самого предмета, то его размеры предполагаются достаточно малыми, чтобы при его изображении можно было ограничиться линейным приближением.

Рис. 8.1

Введем вспомогательную (местную) систему координат S', L', H', связанную с точкой B, лежащей в картинной плоскости OSH, причем проекцию оси S' выберем нормальной к лучу A_1L_1', обозначив ее BS_1', а ось H' — параллельной оси H (на рисунке не показаны). Совершенно очевидно, что все сказанное выше о построении аксонометрического изображения предмета справедливо и для окрестности точки B, если пользоваться вспомогательной системой координат S', L', H'. Следовательно, предмет в окрестности точки B будет изображаться в новых координатах тоже по правилам аксонометрии в соответствии с формулами (8.7) с той лишь разницей, что вместо координат x, y теперь будут фигурировать координаты x', y', связанные со вспомогательной картинной плоскостью $S'H'$.

Рассмотрим вопрос о переносе изображения со вспомагательной картинной плоскости $S'H'$ на основную SH. Поскольку при получении вспомогательного аксонометрического изображения свойства зрительного восприятия уже были учтены, здесь достаточно воспользоваться обычными законами центрального проектирования из точки A_1.

Линейность задачи требует, чтобы изображаемая окрестность точки B была достаточно мала. На рис. 8.1 это показано двумя штриховыми линиями — образующими соответствующего зрительного конуса, имеющего осью симметрии прямую A_1L_1' и характеризуемого малым углом при вершине A_1. Малость угла при вершине позволяет сделать естественное для линейной задачи допущение о том, что все лучи зрения, лежащие внутри этого конуса, приблизительно параллельны.

Пусть во вспомогательной картинной плоскости $S'H'$ дана точка с координатами $\Delta x'$, $\Delta y'$ (начало этой системы лежит в точке B). Введем локальную систему координат, связанную с основной картинной плоскостью и имеющую начало тоже в точке B. Соответствующие координаты естественно обозначить ΔS, ΔL, ΔH и Δx, Δy соответственно. Найдем связь между координатами $\Delta x'$, $\Delta y'$ и Δx, Δy.

На рис. 8.2,*а* показана горизонтальная плоскость, проходящая через точку B, оси S_1 и S_1' являются проекциями осей основной и вспомогательной систем координат на эту плоскость. Точка C является проекцией рассматриваемой точки с координатами $\Delta x'$, $\Delta y'$ на прямую S_1' и, следовательно, $BC = \Delta x'$ (напомним, что оси S_1' и x', а также оси S_1 и x совпадают). Прямая A_2C, параллельная прямой A_1B, дает проекцию луча зрения, идущего из точки зрения A в точку C. Строго говоря, прямые A_1B и A_2C наклонены друг к другу под малым углом, поскольку они пересекаются в точке A_1 (см. рис. 8.1), здесь этот угол между ними в силу малости положен равным нулю. Рисунок делает очевидной связь между отрезками BC

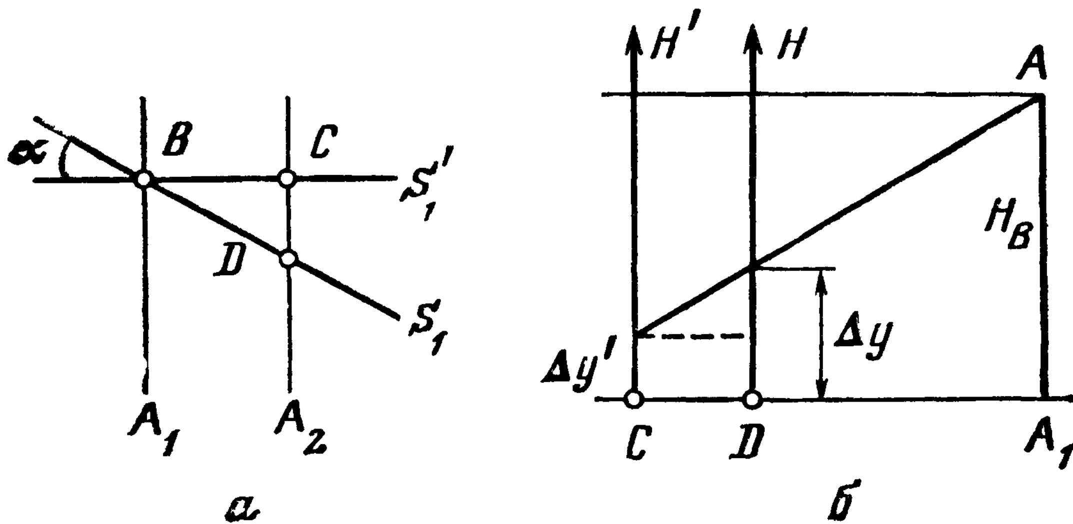


рис. 8.2

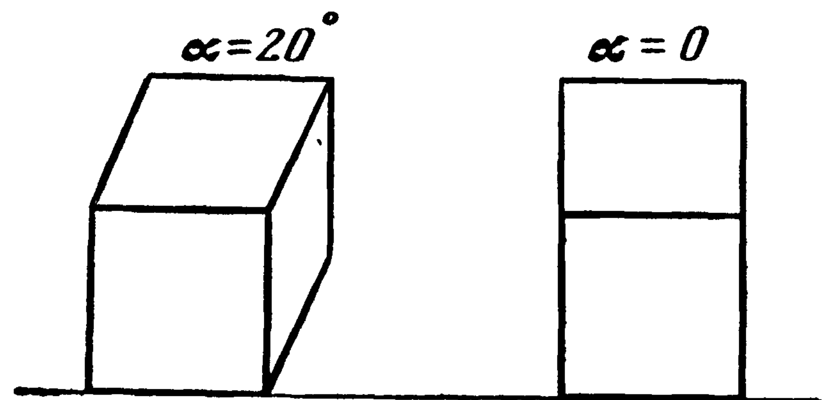


рис. 8.3

и BD, дающими абсциссы изображаемой точки, отсчитанные по осям S_1' и S_1:

$$\Delta x = \Delta x'/\cos\alpha. \tag{8.15}$$

Рассмотрим теперь вертикальную плоскость, проходящую через A_2C (рис. 8.2,*б*), при этом будем помнить, что прямая A_2C фактически проходит через точку A_1. Из рис. 8.2,*а* следует, что

$$CD = BC \operatorname{tg}\alpha = \Delta x' \operatorname{tg}\alpha, \tag{8.16}$$

а из рис. 8.1 имеем

$$A_1B = L_0/\cos\alpha. \tag{8.17}$$

Вернемся к рис. 8.2,*б*. С учетом неравенства $|\Delta y'| \ll |H_B|$, из него следует, что

$$\Delta y = \Delta y' + (H_B/A_1C)\, CD$$

или с учетом равенств (8.16), (8.17) и приближенного равенства $A_1B \approx \approx A_1C$ (следствие все той же малости угла зрительного конуса при наблюдении малой окрестности точки B)

$$\Delta y = \Delta y' + (H_B/L_0)\sin\alpha\cdot\Delta x'. \tag{8.18}$$

Соотношения (8.15) и (8.18) дают решение искомой задачи — определение координат изображаемой точки в локальной системе координат, имеющей начало в точке B и связанной с основной картинной плоскостью.

На рис. 8.3 дан пример изображения стандартно расположенного куба (с гранями, параллельными плоскости координатной системы) для $\alpha = 20°$ и $\alpha = 0$. Здесь важно отметить, что эти два изображения куба нельзя рассматривать как принадлежащие некоторой единой системе перспективы. Они принадлежат двум разным локальным системам перспективы, так как изображение пространства между ними не может быть показано верно. Действительно, механизм константности величины «расширяет» предметы с увеличением глубины L как для $\alpha = 0$, так и для $\alpha = 20°$. Но тогда изображение пространства между кубами будет «сужаться», что противоречит механизму константности величины. В этом причина невозможности такого объединения ряда локально-правильных изображений предметов, которое дало бы единое пространство, полученное перспективными методами. Кроме того, изображения куба для $\alpha = 0$ крайне невыразительны.

Несколько отвлекаясь от проблемы изображения очень близких предметов, рассмотрим аналогичный вопрос применительно к изображению очень далеких объектов. Тогда точка картинного пространства B с координатами S_B, L_B и H_B, в окрестности которой расположен этот предмет, будет характеризоваться значением $\bar{L}_B \gg 1$. Взяв, как и ранее, $f_S(\bar{L})$, $f_H(\bar{L})$ и $f_L(\bar{L})$ соответствующими неискаженной передаче естественного зрительного восприятия (6.8), учтя, что для больших значений $\bar{L}$ функция $F_1(\bar{L})$ близка к своему верхнему пределу, т. е. может считаться постоянной $[F_1(\bar{L}) = C]$, и воспользовавшись выражениями (2.11) для $F_2(\bar{L})$ и (2.13) $F_3(\bar{L})$, найдем

$$f_S(\bar{L}) = \frac{C}{1+\bar{L}}, \qquad f_H(\bar{L}) = \frac{C}{1+\bar{L}}, \qquad f_L(\bar{L}) = \frac{C}{(1+\bar{L})^2}. \tag{8.19}$$

Рассмотрим, как и ранее, задачу изображения прямой (8.9) на картинной плоскости (теперь эта прямая проходит в малой окрестности новой точки B). Несложные преобразования приводят к выражениям, аналогичным формулам (8.10):

$$\Delta h = \Delta h_1 + (\gamma/\alpha_1)(\Delta x - \Delta x_1),$$
$$\Delta l = \Delta l_1 + (\beta_1/\alpha_1)(H_B/L_0)[1/(1 + L_B)](\Delta x - \Delta x_1). \tag{8.20}$$

Повторяя приведенные выше выкладки, получим следующий результат: *расположенные на далеких расстояниях относительно небольшие предметы можно изображать аксонометрически, следуя закономерностям естественного зрительного восприятия.*

Это правило хорошо известно пользующимся системой ренессансной перспективы (хотя, как было показано в § 6, такое изображение может при этом оказаться переданным в ошибочном масштабе). Если следовать закономерностям неискаженной передачи естественного зрительного восприятия, то область локальной применимости аксонометрии при изображении отдельных предметов расширяется — теперь это справедливо не только для очень далеких, но и для очень близких пространств. Нелишне, быть может, заметить, что в теории ренессансной перспективы аксонометричность возникает при удалении центра проектирования в бесконечность. Это породило представления, по которым такое изображение близкого

предмета соответствует мысленному удалению художника на бесконечное расстояние от него. Как видно из приведенных выкладок, таких предположений делать не надо, аксонометрия — естественное видение близких предметов.

Заканчивая рассмотрение проблемы аксонометрии, полезно привести пример сравнительной численной оценки степени аксонометричности изображений, получаемых в системе ренессансной перспективы, с неискаженной передачей естественного зрительного восприятия. Рассмотрим направленную вдоль оси L горизонтальную полосу с параллельными краями (как бы идущую от художника дорожку на земной поверхности) и оценим степень непараллельности изображения ее боковых сторон. Отрезок этой дорожки, по которому будем судить о степени аксонометричности, примем постоянным и равным Δ. Это можно представить себе как изображение одинаковых плит, которыми устлана дорожка, помещенных на разных расстояниях от художника. Введем число A, дающее численную оценку степени аксонометричности:

$$A = (x' - x'')/x'. \tag{8.21}$$

Здесь x' — ширина изображения дорожки на расстоянии L от художника, а x'' — аналогичная величина для расстояния $L + \Delta$. Иными словами, первое число дает ширину изображения ближней стороны плиты, а второе — дальней. Если изображение аксонометрично, то $x' = x''$ и, следовательно, $A = 0$, если нет, то число A указывает, на сколько передний край плиты больше дальнего. Естественно, что эта разность должна измеряться в относительных величинах. Здесь она отнесена к размеру изображения ближней стороны плиты.

Воспользовавшись формулами (3.1) и (3.3), найдем значение A^*, соответствующее неискаженной передаче естественного зрительного восприятия, а воспользовавшись формулами (4.6),— аналогичную величину для системы ренессансной перспективы, которую обозначим через A_1:

$$A_1 = (x_1' - x_1'')/x_1' = \bar{\Delta}/(1 + \bar{L} + \bar{\Delta}), \tag{8.22}$$

где $\bar{\Delta} = \Delta/L_0$. Величину A^* определим с точностью до линейного приближения функции $F_1(\bar{L})$, т. е. сделаем естественное допущение о малости величины Δ. Выразим входящие в формулы (3.1) и (3.3) функции $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ через функцию $F_1(\bar{L})$ [см. формулы (2.11) и (2.13)]:

$$A^* = \frac{x_1' F_1(\bar{L}) - x_1'' [F_1(\bar{L}) + F_1'(\bar{L})\,\Delta]}{x_1' F_1(\bar{L})}.$$

После несложных преобразований получим

$$A^* = A_1 - \frac{\bar{\Delta}(1 + \bar{L}) F_1'(\bar{L})}{(1 + \bar{L} + \bar{\Delta}) F_1(\bar{L})}. \tag{8.23}$$

Сопоставляя выражения для A^* и A_1, с учетом того обстоятельства, что функция $F_1(\bar{L})$ является монотонно возрастающей $[F_1'(L) > 0]$, сразу получаем неравенство

$$A^* < A_1, \tag{8.24}$$

говорящее о том, что естественное зрительное восприятие неглубокого предмета является более аксонометрическим, чем его ренессансная перспектива. Иными словами, ренессансная перспектива передает на картине предметы так, что нарушается подобие изображений с образами, возникающими в процессе зрительного восприятия этих предметов.

Найдем области картинного пространства, которые будут характеризоваться идеальной аксонометричностью в ренессансной системе перспективы. Будем рассматривать изображение плиты, мысленно перемещая ее от $\bar{L} = 0$ до $\bar{L} \to \infty$. Как следует из формулы (8.22), аксометричность возникает лишь при $\bar{L} \to \infty$ (только в этом случае будет $A_1 \to 0$). Это соответствует уже обсуждавшемуся свойству системы ренессансной перспективы, для которой сильно удаленные и неглубокие предметы аксонометричны.

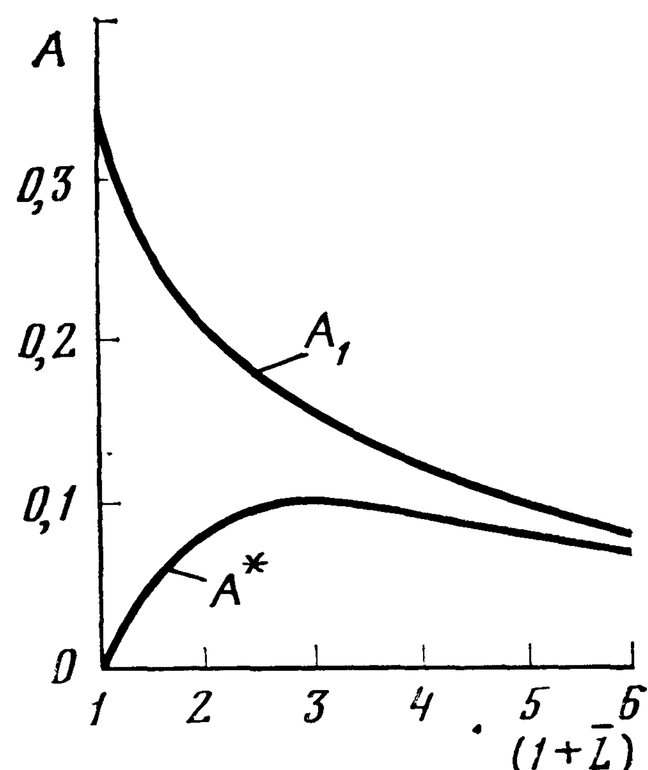


РИС. 8.4

Сказанное справедливо и для естественного зрительного восприятия. Действительно, при $L \to \infty$ второе слагаемое выражения (8.23) тоже будет стремиться к нулю, поскольку, как уже многократно указывалось, при $\bar{L} \to \infty$ имеет место $F_1'(\bar{L}) \to 0$, а следовательно, и $A^* \to 0$.

Равенство $A^* = 0$ может характеризовать и область пространства, непосредственно прилегающего к картинной плоскости. Если предположить, что изображается очень близкий предмет, который в силу этого находится в области полной константности, то при $\bar{L} = 0$ не только $F_1(0) = 1$, но и $F_1'(0) = 1$. Тогда отношение $F_1'(\bar{L})/F_1(\bar{L}) = 1$, и при $\bar{L} = 0$ находим, что $A^* = 0$.

Сказанное, по сути, лишь иллюстрирует уже полученные результаты. Однако вычисление величин A_1 и A^* для всех $\bar{L}$ может дать представление о степени отклонения от аксонометричности естественного зрительного восприятия и системы ренессансной перспективы для различных планов. На рис. 8.4 приведены соответствующие кривые. Эти кривые построены не в зависимости от $\bar{L}$, а в зависимости от $1 + \bar{L}$, чтобы представить критерий A в функции безразмерного расстояния от художника, а не от картинной плоскости. Приведенные графики говорят о резком расхождении геометрии естественного восприятия и геометрии ренессансной перспективы для близких областей пространства [для $(1 + \bar{L}) < 3F$]. Это свидетельствует о том, что близкие области пространства, переданные по правилам линейной перспективы, будут выглядеть крайне неестественно. Подобный вопрос уже обсуждался в § 6.

Если вместо системы ренессансной перспективы взять систему перспективы, обозначавшуюся выше [I; 0], то, поскольку в ней координаты x и l передаются неискаженно, величина A_2, характеризующая эту систему и вычисленная по формуле (8.21), будет $A_2 = A^*$, что говорит о принципиальной возможности такого изображения рассматриваемой плиты, которое будет правильным для любого $\bar{L}$. Следует лишь добавить, что величина A, являясь отношением некоторых характерных размеров изображения, позволяет судить только о сохранении или нарушении подобия изображе-

ния естественному зрительному восприятию. Вопросы правильности передачи масштабов изображения этим критерием не охватываются.

В заключение полезно подчеркнуть *метричность* аксонометрии, т. е. возможность восстановления по рисунку истинных размеров изображенного предмета. До настоящего времени считалось, что это невозможно, поскольку до сих пор аксонометрическое изображение строилось условно, а не по точным зависимостям, свойственным зрительному восприятию. Метричность аксонометрии следует из формул (8.6) и (8.7), которые допускают нахождение ΔS, ΔL, ΔH по изображенным на рисунке Δx, Δl, Δh.

Таким образом, аксонометрия — вполне строгий способ изображения, ничем не уступающий любому другому варианту научной системы перспективы. Математически обоснованная область ее применения — изображение формы, объема близких и небольших предметов, а также изображение сильно удаленных предметов, имеющих малый угловой размер («взгляд из бесконечности»). Замечательным свойством аксонометрии является ее крайняя простота, сочетающаяся с неискаженной передачей естественного зрительного восприятия. Главный ее недостаток — неспособность передавать большие области пространства.

Локальный характер аксонометрии ограничивает область ее использования, но там, где ее применение законно, она оказывается чрезвычайно полезной.

§ 9. Нулевые линии и обратная перспектива

Рассмотренная в предыдущем параграфе аксонометрия была получена из общих уравнений перспективы как ее линейное приближение. При этом оказалось возможным использовать закономерности естественного зрительного восприятия, ограничив удаления от картинной плоскости областью полной константности. Предположим теперь, что размеры изображаемого пространственного объекта достаточно велики, поэтому линейное приближение не может быть допущено. С другой стороны, будем считать, что эти размеры и удаления не настолько велики, чтобы выйти за пределы области полной константности. Иными словами, рассмотрим нелинейные эффекты, возникающие при созерцании и изображении протяженных объектов, целиком располагающихся в области пространства, характеризуемой полной константностью восприятия.

Чтобы сохранить возможность использования закономерностей естественного зрительного восприятия (не нарушая условия коммутативности), ограничимся теперь рассмотрением плоских объектов, лежащих в некоторой горизонтальной плоскости (например, поставим задачу изображения горизонтальной поверхности земли, устланной квадратными плитами). В этом случае ордината y на картинной плоскости будет изменяться только в связи с изменением удаленности L, и поэтому проблема коммутативности, связанная с тем, что в общем случае изменение y связано с изменением L и H, даже не возникает.

Пусть для определенности изображаемая горизонтальная поверхность лежит ниже плоскости горизонта. Этот случай выбран потому, что он более интересен — изображения земли или пола встречаются чаще, чем изо-

бражение потолка. Обозначим положение изображаемой плоскости по высоте через H_B, причем в силу сделанного выбора $H_B < 0$.

Задачей последующего анализа является изучение одного специфического нелинейного эффекта, приводящего в конце концов к обратной перспективе. Чтобы сделать решающий шаг в этом направлении, рассмотрим некоторые особенности процесса зрительного восприятия, связанные с образованием нулевых линий.

Когда художник смотрит на подлежащее изображению картинное пространство, то, поскольку область четкого видения человека сравнительно мала, он переносит свой взор то в одну, то в другую часть изображаемого пространства. Эти уточняющие переносы направления взора совершенно естественны, но не следует забывать, что при таких переносах каждый раз изменяется и подсознательная «обработка» зрительной информации системой зрительного восприятия человека. В результате при каждом повороте головы изменяется и геометрия ви́дения человека. Как известно, эту обработку зрительной информации удобно представлять себе как растяжения в разных направлениях некоторой исходной геометрической картины, непосредственно связанной с сетчаточным образом. Рассмотрим этот процесс более подробно.

Прежде всего следует обратить внимание на известную неравноценность «растяжений» сетчаточного образа в направлениях x и y. Та область, на которую в данное мгновение смотрит человек, является для него некоторой исходной, а все остальные области пространства он оценивает по отношению к ней — они могут лежать ближе, дальше, левее, правее. При этом если понятия «ближе» и «дальше» в известной мере абсолютны, то понятия «левее» и «правее» относительны, ведь первые не зависят от поворотов головы, в то время как вторые могут при таких поворотах изменяться. Механизм константности величины будет вследствие сказанного выше всегда «растягивать» сетчаточный образ в направлении оси y одинаковым образом, куда бы ни смотрел человек (ведь эта ось передает движение в направлении «близко — далеко»), причем эти «растяжения» будут описываться соотношением (3.3), которое является функцией только расстояния $\bar{L}$, поскольку по принятому условию $H = H_B = \text{const}$. Что касается «растяжений» по оси x, то здесь будет действовать формула (3.1), связывающая x не только с $\bar{L}$, но и с S — расстоянием рассматриваемой точки от некоторой оси, условно принятой за начальную. Движения, параллельные оси x, представляют собой перемещения в направлении «влево — вправо».

До сих пор почти всюду принималось, что человек смотрит прямо перед собой в направлении, перпендикулярном к картинной плоскости, при этом ось L (ее изображением является ось y), проходящая через главную точку картины, была той линией, относительно которой определялась боковая координата S изображаемой точки. В соответствии с двухступенчатостью процесса зрительного восприятия (сначала образуется сетчаточный образ, а путем его преобразования механизмами константности — видимый образ) нахождение абсциссы x можно представить в виде схемы $S \to x_1 \to x$, где x_1 дает промежуточное значение искомой абсциссы, соответствующее сетчаточному образу. Как уже говорилось в § 2, это промежуточное значение координат, отвечающих сетчаточному образу, следует

получить руководствуясь системой перспективы, учитывающей только оптико-геометрическую сторону зрительного восприятия, т. е. системой ренессансной перспективы. Следовательно, абсцисса x_1 будет определяться первым равенством (4.6)

$$x_1 = S/(1 + \bar{L}). \qquad (9.1)$$

Преобразование сетчаточного образа механизмом константности величины описывается равенством (2.5), т. е. в нашем случае

$$x = F_1(\bar{L})\, x_1. \qquad (9.2)$$

Из последней формулы видно, что переход от x_1 к x сводится к смещению изображаемой точки в боковом направлении (растяжению изображения), причем точное направление этого смещения (влево или вправо) зависит от знака x_1, поскольку функция $F_1(\bar{L}) \geqslant 1$. Смещение будет отсутствовать для точек $x_1 = 0$, ибо в этом случае $x = x_1 = 0$ (точки, соответствующие $F_1(\bar{L}) = 1$, которые тоже дадут $x = x_1$, здесь не рассматриваются как не представляющие в дальнейшем интереса. Им соответствует $L = 0$, т. е. они лежат в картинной плоскости, а не в картинном пространстве).

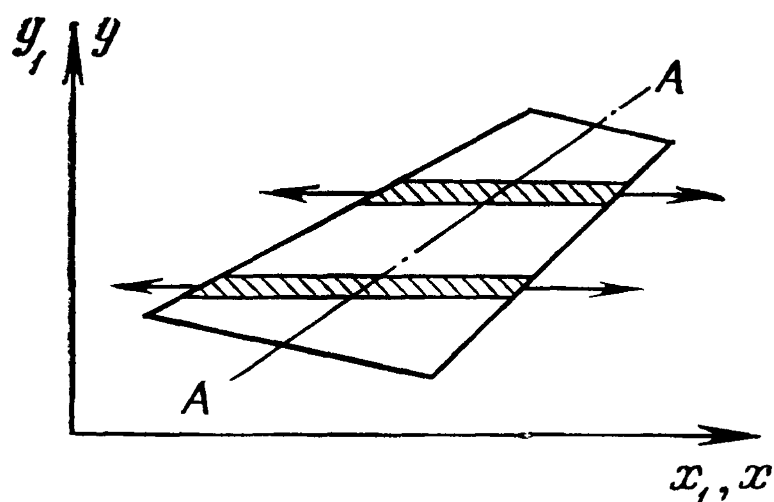


Рис. 9.1

Геометрическое место точек, являющихся изображением точек картинного пространства и не испытывающих в результате подсознательной деятельности мозга при зрительном восприятии боковых смещений, условимся называть *нулевой линией*. В рассматриваемом случае для нее, по определению, справедливо равенство $x = x_1$. Условимся называть нулевой линией не только линию, расположенную в картинной плоскости, но и ту линию картинного пространства, изображением которой она является.

Во всех рассматривавшихся до сих пор случаях роль нулевой линии играла ось y (соответственно ось L). Однако такой выбор нулевой линии носит в известной мере формальный характер. Зрительное восприятие человека связано с предметами, а не с формально вводимыми осями. Поясним сказанное простым примером. Пусть в картинном пространстве в стороне от оси L расположен плоский прямоугольный предмет, причем его плоскость горизонтальна. Допустим, что это единственный предмет, находящийся в картинном пространстве и поэтому привлекающий внимание смотрящего. Естественно, что смотрящий направит свой взор на него, а не на ось L или ось y, являющуюся ее изображением. Возникший сетчаточный образ будет «растягиваться» механизмом константности величины. Рассмотрим более подробно характер этих «растяжений» в боковых направлениях.

На рис. 9.1 в координатах x_1, y_1 дано изображение этого прямоугольника в системе ренессансной перспективы, т. е. в системе, передающей свойства сетчаточного образа. «Растяжение» этого промежуточного изображения в боковых направлениях показано для двух его элементов (заштрихованных на рисунке), причем длиной стрелок отмечена интенсивность «растяжений». Естественно, что более удаленный элемент «растягивается»

сильнее близкого. Как видно из приведенной схемы, здесь сделано предположение, что элемент промежуточного изображения «растягивается» в *обе стороны* совершенно независимо от того, где расположена ось y_1. Такое предположение безусловно разумно, ведь левая и правая стороны созерцаемого прямоугольника абсолютно равноценны, у системы зрительного восприятия нет никаких причин предпочесть одну сторону другой. В результате «растяжений» (перехода от сетчаточного образа к видимому образу) координаты точек заштрихованных элементов изменятся. Если говорить только о «растяжениях» в боковых направлениях, то координаты точек, равные x_1, приобретут новые значения, равные x. Единственным исключением из этого будут точки, лежащие в серединах выделенных элементов, которые при «растяжениях» элементов в обе стороны не смещаются (линия AA). Для этой линии будет справедливо равенство $x = x_1$ т. е. она будет нулевой линией. Следовательно, нулевые линии могут быть связаны с созерцаемыми предметами.

Если в картинном пространстве расположено несколько предметов, для созерцания которых надо переносить линию взора, то вполне возможно возникновение нескольких нулевых линий. Конечно, в каждое данное мгновение существует лишь одна нулевая линия: та, на которую направлен взор смотрящего. Другие потенциальные нулевые линии в это мгновение не существуют, их точки испытывают в это время боковые смещения, согласуясь с положением той из нулевых линий, которая из потенциальной стала реальной. Но достаточно перенести смотрящему свой взор, как реализуется уже другая нулевая линия. Такая «подвижность» видимой картины безусловно затрудняет работу художника, однако связанные с этим трудности и методы их преодоления не относятся к курсу перспективы.

Если «растяжения» в направлении оси x имеют несколько неопределенный характер, связанный с направлением уточняющего взора художника, то, как уже говорилось, «растяжения» в направлении оси y носят в известной мере абсолютный характер, поскольку понятия «ближе — дальше» («ниже — выше» на картинной плоскости) не зависят от направления взора. Воспользовавшись этим, рассмотрим вопрос о форме нулевой линии в зрительном восприятии человека.

Пусть в картинном пространстве некоторая горизонтально расположенная нулевая линия будет прямой, описываемой уравнением

$$L = A + BS. \qquad (9.3)$$

Тогда ее изображением в системе ренессансной перспективы будет тоже прямая. Если записать эту прямую в параметрической форме, взяв за параметр величину $\bar{L}$, то, основываясь на формулах (9.1) и (9.3), получим

$$x_1 = (L - A)/B\,(1 + \bar{L}). \qquad (9.4)$$

Параметрическое выражение для y_1 как не представляющее интереса записывать не станем. В силу того что рассматриваемая прямая является нулевой линией, т. е.

$$x_1 = x, \qquad (9.5)$$

выражение (9.4) является не только одним из уравнений параметрической записи нулевой линии в координатах x_1, y_1, но остается справедливым и в

координатах x, y, передающих закономерности изображения, связанного с естественным зрительным восприятием. Связанная с естественным зрительным восприятием координата y определяется формулами (3.7), (8.2) и (8.3):

$$y = H_B [1 - \ln (1 + \bar{L})]. \qquad (9.6)$$

Совокупность равенств (9.4) — (9.6) дает уравнение нулевой линии в координатах x, y в параметрической форме. Рассмотрим некоторые свойства изображения нулевой линии в координатах x, y. Найдем с этой целью производную dy/dx. Несложные выкладки дают

$$\frac{dy}{dx} = -H_B B \frac{1 + \bar{L}}{L_0 + A}. \qquad (9.7)$$

Если учесть, что по условию, оговоренному в начале параграфа, $H_B < 0$, и принять, что для определенности рассматриваемый отрезок нулевой линии лежит в первой четверти предметной плоскости, т. е. характеризующие положение нулевой линии в картинном пространстве величины $A \geqslant 0$ и $B \geqslant 0$, то наклон касательной к нулевой линии в координатах x, y будет положительным или равным нулю. Этот наклон будет тем круче, чем больше $\bar{L}$, поскольку производная dy/dx пропорциональна величине $1 + \bar{L}$. Увеличению удаленности соответствует увеличение $\bar{L}$ и увеличение y, следовательно, нулевая линия будет направлена выпуклостью вниз. Эта линия будет вырождаться в прямую в двух случаях: при $B = 0$ и $B \to \infty$, так как в этих случаях $dy/dx = \text{const}$. Таким образом, если нулевые линии в предметном пространстве перпендикулярны к картинной плоскости ($B \to \infty$) или параллельны ей ($B = 0$), то изображением нулевой линии в координатах x, y будут отрезки прямых. Итак, кривизна изображений нулевых линий возникает только в том случае, если их наблюдают в ракурсе.

Здесь нелишне еще раз напомнить, что полученная кривизна связана с нелинейным характером уравнений (9.4) и (9.6). Если заменить их линейными приближениями, то получим

$dy/dx = \text{const}$, т. е. прямую.

Пусть теперь в картинном пространстве дана пара параллельных отрезков прямых, например боковые стороны прямоугольника, о котором шла речь в начале настоящего параграфа. Осевая линия этого прямоугольника будет, как уже говорилось, нулевой линией. Найдем конфигурацию, которую получат в картинной плоскости xy его боковые стороны. В рассматриваемом случае удобно ввести вспомогательную косоугольную систему координат $\xi\eta$ (рис. 9.2). Как видно из рис. 9.2, ось ξ взята параллельной оси S, а ось η направлена по осевой линии прямоугольника и составляет угол β с осью L. Уравнения боковых сторон прямоугольника будут, очевидно, иметь вид: $\xi = a$ и $\xi = -a$. При переходе к изображению этого прямоугольника на картинной плоскости в координатах x, y, отвечающих в рассматриваемой задаче естественному зрительному восприятию, можно воспользоваться тем, что конфигурация осевой линии прямоугольника уже известна: она дается формулами (9.4)—(9.6), поскольку осевая линия совпадает в данном случае с нулевой. Что касается конфигурации изобра-

жения боковых сторон прямоугольника, то здесь можно воспользоваться тем, что смещение точек, лежащих на боковых сторонах прямоугольника, будет происходить от нулевой линии, т. е. подчиняться формуле, аналогичной (3.1):

$$\Delta x = \xi F_2(\bar{L}), \qquad (9.8)$$

где Δx — смещение изображаемой точки относительно изображения нулевой линии в направлении, параллельном оси x. Поскольку здесь рассматривается область полной константности, то функцию $F_2(\bar{L})$ следует брать

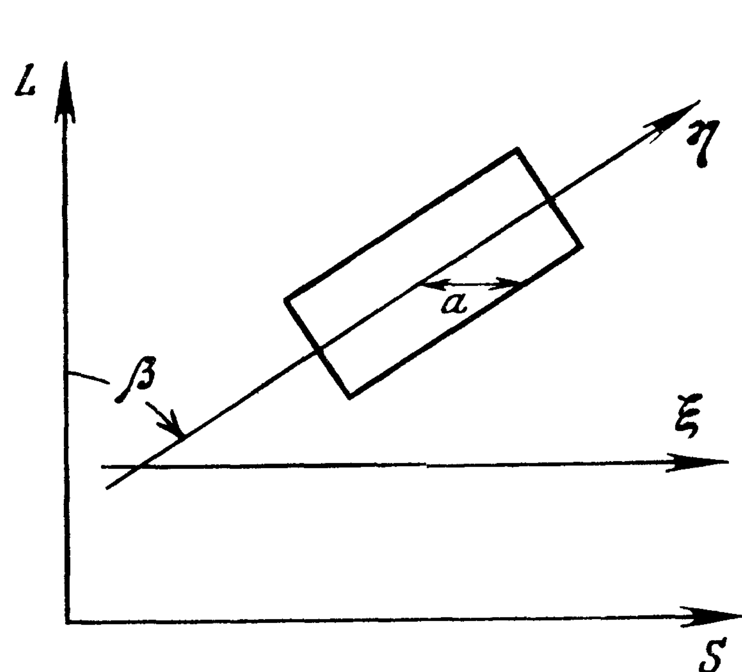


РИС. 9.2

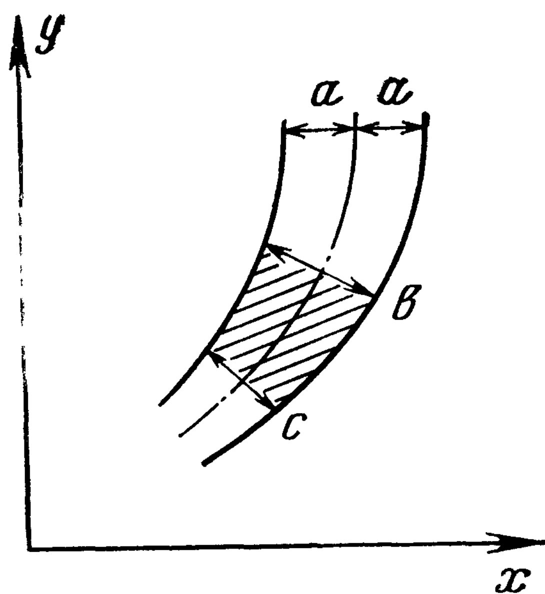


РИС. 9.3

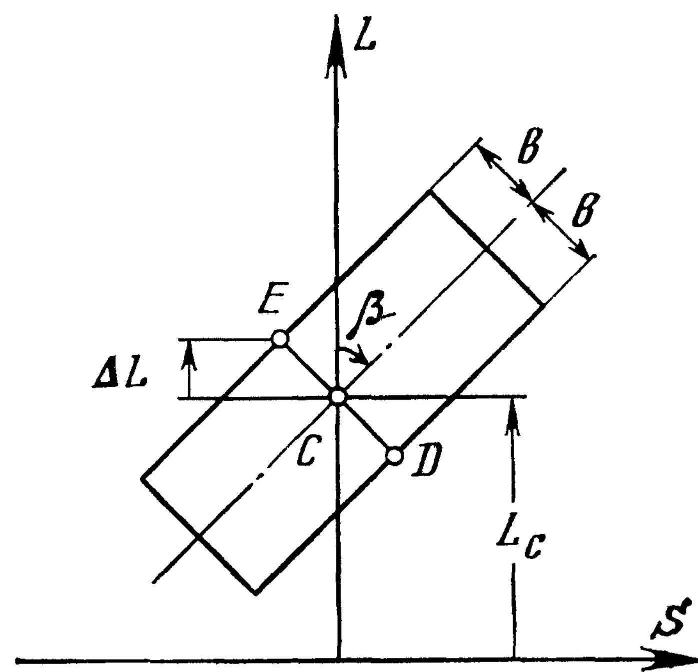


РИС. 9.4

по формуле (8.2), и это сразу дает $\Delta x = \xi$ или для боковых сторон прямоугольника

$$\Delta x = \pm a. \qquad (9.9)$$

Приведенные выражения для Δx, определяющие положение изображений боковых сторон прямоугольника относительно изображения нулевой линии, говорят о том, что эти изображения боковых сторон можно получить простым сдвигом изображения нулевой линии в направлении оси x на величины a и $-a$. Рассмотрим, к каким зрительным эффектам приведет такое смещение.

Как уже говорилось, при созерцании прямоугольника в ракурсе нулевая линия изображается кривой, выпуклость которой направлена книзу. Чтобы проиллюстрировать качественную сторону подлежащих изучению зрительных эффектов, рассмотрим для примера три дуги окружности, центры которых лежат на одной горизонтальной прямой и расстояния между которыми равны a. При этом выберем те участки дуг окружности, у которых выпуклость направлена книзу (рис. 9.3). Средняя из трех дуг дана штрихпунктирной линией — она представляет собой нулевую (осевую) линию, а две другие, отстоящие от нее на расстояния a по горизонтали, представляют собой изображения боковых сторон некоторого прямоугольника, находящегося в картинном пространстве. Хотя все точки дуг смещены на одинаковые расстояния в направлении оси x, полученная конфигурация воспринимается как расширяющаяся кверху (заштрихованная область на рисунке). Это связано с тем, что человек воспринимает ширину (расстояние между кривыми) по кратчайшему расстоянию между ними

(линии b и c), а не по величине сдвига вдоль оси x. Из рисунка видно, что $b > c$. Но линия b расположена выше линии c (соответствует большим величинам y), т. е. в картинном пространстве соответствующая ей линия расположена дальше той, которая соответствует линии c. Следовательно, далекое показано большим, чем близкое. Это и есть обратная перспектива.

Здесь надо напомнить, что в силу принятых в начале настоящего параграфа допущений изображение в координатах x, y согласуется с неискаженной передачей естественного зрительного восприятия. Следовательно, человек (в описанных условиях) будет видеть прямоугольник в обратной перспективе. Конечно, этот вывод не изменился бы, если вместо окружностей были бы взяты другие кривые, направленные выпуклостью вниз. Таким образом, появление обратной перспективы в искусстве имеет совершенно естественное происхождение.

Пусть в картинном пространстве расположен прямоугольник, ось которого наклонена под углом β к оси L, а ширина равна $2b$ (рис. 9.4). Оценим угол между боковыми сторонами прямоугольника в зрительном восприятии по разности углов наклона изображений середин боковых сторон (в точке E и D). Эта разность возникнет в силу того, что точки E и D удалены от картинной плоскости на разные расстояния; как видно из формулы (9.7), это даст разные значения тангенсов углов наклона dy/dx рассматриваемых участков изображений боковых сторон к оси x. Поскольку абсциссы S в выражении (9.7) не фигурируют, то для простоты аналитических выкладок прямоугольник расположен так, что его середина лежит на оси L. Обозначим искомую разность углов через α, тогда

$$\alpha = \operatorname{arctg}\,(dy/dx)\,|_E - \operatorname{arctg}\,(dy/dx)\,|_D. \tag{9.10}$$

В связи с тем что здесь ставится лишь задача оценки, то вполне допустимо использовать линейное приближение, которое дает

$$\alpha = 2\frac{d}{dL}\operatorname{arctg}\,(dy/dx)\,|_C\,\Delta L. \tag{9.11}$$

Воспользовавшись выражением (9.7) и учтя, что, согласно рис. 9.4, $L_C = A$, после несложных преобразований получим

$$\alpha = 2\frac{-\overline{H}_B B}{(L_0 + L_C)(1 + \overline{H}_B^2 B^2)}\,\Delta L. \tag{9.12}$$

Величина ΔL может быть записана очевидным образом:

$$\Delta L = b\sin\beta, \tag{9.13}$$

причем $B = \operatorname{ctg}\beta$ и $\sin\beta$ связаны известным тригонометрическим равенством

$$\sin\beta = 1/\sqrt{1 + B^2}. \tag{9.14}$$

Тогда окончательное выражение для угла α будет иметь следующий вид:

$$\alpha = 2\frac{-\overline{H}_B B b}{(L_0 + L_C)(1 + \overline{H}_B^2 B^2)\sqrt{1 + B^2}}. \tag{9.15}$$

Как следует из выражения (9.15), угол α обращается в нуль (т. е. изображения боковых сторон прямоугольника приобретают свойство параллельности) при $B = 0$ и $B \to \infty$ в тех случаях, когда осевая линия прямоугольника, показанная на рис. 9.4 штрихпунктирной линией, становится параллельной либо оси S, либо оси L. Этот результат почти очевиден — выше уже говорилось, что при $B = 0$ и $B \to \infty$ кривизна нулевых линий исчезает. Поскольку, как показало качественное рассмотрение вопроса, возникновение зрительного эффекта обратной перспективы существенным образом связано с кривизной нулевой линии, постольку вырождение ее в отрезок прямой приводит к исчезновению обратной перспективы, которая переходит в аксонометрию. Из этого следует, что один и тот же прямоугольный предмет можно видеть то в параллельной, то в обратной перспективе в зависимости от ракурса (величины B).

Обращение угла α в нуль при $B = 0$ и $B \to \infty$ дает основания утверждать, что при $0 < B < \infty$ угол α будет достигать максимального значения. Найдем этот максимум. Взяв производную $d\alpha/dB$ и приравняв ее нулю, получим уравнение

$$(1 + B^2)(1 - \overline{H}_B^2 B^2) - B^2(1 + \overline{H}_B^2 B^2) = 0,$$

откуда

$$B^2 = \sqrt{0{,}0625 + 1/2\overline{H}_B^2} - 0{,}25. \quad (9.16)$$

Для оценки величины B, которая соответствует максимуму значения угла α, следует задать величину $\overline{H}_B = H_B/L_0$. Если положить расстояние до картинной плоскости $L_0 = 2$ м, а высоту точки зрения над предметной плоскостью положить равной 1,6 м, то будем иметь $B = 0{,}82$, что соответствует углу $\beta = 50°$. Для вычисления угла α, определяющего степень отклонения зрительного восприятия от аксонометрии, воспользуемся формулой (9.15) и учтем, что $H_B < 0$. Тогда для рассматриваемого численного примера

$$\alpha = 0{,}709b/(L_0 + L_C). \quad (9.17)$$

Выражение (9.17) говорит о вполне естественном увеличении α вместе с увеличением ширины созерцаемого прямоугольника. Не следует, правда, забывать, что здесь рассматривается область, характеризуемая полной константностью восприятия, которая соответствует узкому полю зрения. Поэтому для расстояний 3—5 м от смотрящего эта ширина не может заметно превосходить 1 м. Примем в силу сказанного $b = 0{,}5$ м. Тогда для удалений от картинной плоскости $L_C = 1 \div 3$ м (что соответствует удалению от смотрящего на 3—5 м) величина угла α будет равна 4—7°. Учитывая известную неопределенность использованных в расчете численных данных, можно утверждать, что степень выраженности обратной перспективы (измеряемой углом α) при естественном зрительном восприятии может достигать 10°. Следовательно, обратная перспектива естественного происхождения всегда будет слабой обратной перспективой. Приведенная оценка позволяет отличать случаи, когда художник, обращаясь к обратной перспективе, передавал свое зрительное восприятие, от случаев, когда он действовал из иных художественно оправданных побуждений.

Ограниченность угла расхождения изображений объективно параллельных сторон вполне объяснима. Ведь в первом (линейном) приближе-

нии объективно параллельные отрезки прямых изображаются параллельными же отрезками прямых (в аксонометрии), и лишь учет нелинейных эффектов приводит к обратной перспективе. Но для объектов малой протяженности (а область полной константности невелика) учет нелинейности не может дать сильных эффектов. Сравнительно слабо выраженная искривленность нулевой линии, а следовательно, и линий, полученных в результате ее смещения, позволяет художнику, как уже говорилось, заменять при изображении малопротяженных объектов криволинейные обводы изображений этих объектов отрезками прямых. Так, пытаясь передать неискаженным свое естественное зрительное восприятие, художник бывает вынужден обращаться к тому способу перспективного изображения, который сегодня широко известен как обратная перспектива.

В свое время вывод о том, что всякий человек видит при определенных условиях предметы в легкой обратной перспективе, был настолько неожиданным, что нуждался в дополнительном обосновании. Для этой цели оказалось возможным привлечь геометрию Лобачевского. Исследования, проведенные Лунебургом и рядом других ученых, позволили заключить, что близкие области пространства человек воспринимает как подчиняющиеся закономерностям геометрии Лобачевского [1]. Если исходить из этого экспериментально подтвержденного представления, то можно поставить и решить следующую задачу. Пусть в объективном пространстве на предметной плоскости изображен прямоугольник. Какова будет зрительно воспринимаемая форма этого прямоугольника? Поставив в соответствие предметную плоскость и некоторую плоскость Лобачевского, возникшую как образ предметной плоскости в восприятии человека, можно показать, что прямоугольник будет восприниматься как так называемый четырехугольник Ламберта. Из всех свойств этого четырехугольника здесь важно лишь одно — удаленная его сторона больше близкой, т. е. прямоугольник будет виден в обратной перспективе [2]. В настоящей книге этот подход к проблеме развиваться не будет. Он скорее относится к психологии зрительного восприятия, чем к теории перспективы, но интересен как подтверждение правильности сделанных в настоящем параграфе выводов о естественности восприятия предметов в обратной перспективе.

Возможность ви́дения в обратной перспективе была выше обусловлена существованием нулевых линий, созерцаемых в ракурсе. Такие нулевые линии будут всегда связаны с предметами, вызывающими по тем или иным причинам повышенное внимание художника. В тех случаях, когда такого предмета в поле зрения нет (например, пишется луг, равномерно покрытый цветами), в качестве нулевой линии будет выступать линия, связанная не с внешними предметами, а с полем четкого зрения. Скорее всего, в качестве такой линии, от которой будут происходить растяжения влево и вправо, станет вертикаль, идущая через центр поля зрения. Это утверждение обосновано тем, что если в поле зрения нет предметов, привлекающих особое

[1] Сводку современных представлений по этой проблеме см. в ст.: *Kienle G.* Experiments concerning the non-euclidian structure of the visual space.— In: Bioastronautics. N. Y.; L., 1964, p. 386—400.

[2] Более подробное изложение вопроса и математические выкладки см. в книге: *Раушенбах Б. В.* Пространственные построения в живописи. М., 1980, с. 271—274. См. также Приложение III.

внимание смотрящего, то точки изображаемого пространства, лежащие слева и справа от центра поля зрения, окажутся совершенно равноправными, поэтому растяжения от этого центра будут наиболее естественными. В силу сказанного во всех параграфах книги, кроме предыдущего и настоящего, всегда принималось, что горизонтальные растяжения происходят влево и вправо от оси y. Поскольку появление обратной перспективы оказалось связанным с изображением отдельных предметов, а не всего пространства, ее следует считать одной из локальных систем перспективы.

Как следует из содержания двух последних параграфов, общая теория перспективы содержит в качестве частных случаев и параллельную перспективу и обратную перспективу. Правда, эти частные случаи носят второстепенный характер, что следует из их локальности — они способны передать объем, форму сравнительно небольшого предмета, находящегося вблизи созерцающего, но не геометрию всего пространства. Их сильной стороной является зато способность передавать (при оговоренных выше условиях) неискаженной геометрию естественного зрительного восприятия.

§ 10. Деформация пространства зрительного восприятия механизмом константности формы

Все, что говорилось выше, основывалось на свойстве процесса зрительного восприятия, которое носит название механизма константности величины. Этот механизм, как уже неоднократно указывалось, «растягивает» изображение, соответствующее сетчаточному образу, в зависимости от расстояния между созерцаемым объектом и глазом смотрящего. То обстоятельство, что единственной величиной, от которой зависит эффективность «растяжения», является расстояние от смотрящего, позволило создать математическую систему перспективы, в которой каждая точка картинного пространства имеет в качестве своего изображения единственную точку на картинной плоскости. Здесь важно особо подчеркнуть, что положение изображения таких точек на картинной плоскости совершенно не зависит от того, какой предмет или его часть расположены в соответствующей точке картинного пространства. В этом смысле новая система перспективы не отличается от обычной ренессансной.

Учет механизма константности формы в заметной степени изменяет это положение. Как известно, механизм константности формы уточняет видимую форму предмета (тоже путем должных «растяжений» изображения, соответствующего сетчаточному образу) не в зависимости от расстояния до него, а в зависимости от его истинной формы (если она хорошо известна смотрящему из его жизненного опыта). Под действием механизма константности формы зрительно воспринимаемый образ приближается к истинной (объективной) форме созерцаемого предмета; так, наблюдаемый в ракурсе круглый стол виден менее овальным (приближенным к окружности), чем он получился бы на фотографии, видимые углы параллелепипедов оказываются ближе к их истинному значению (прямому углу), чем на фотографии, и т. д. Этот механизм как бы дополняет действие механизма константности величины, он, как уже говорилось, уточняет видимую форму предмета, в то время как последний в основном определяет его видимую величину. Строгое соответствие точек картинной плоскости точкам картинного

пространства, о котором была речь, может нарушаться под действием механизма константности формы. Рассматриваемое уточнение изображения формы предмета связано с изменением того изображения, которое было получено по правилам перспективы, учитывающей действие лишь механизма константности величины. Этот эффект можно трактовать как деформацию пространства зрительного восприятия механизмом констатности формы.

Для иллюстрации приведенных здесь общих рассуждений рассмотрим простой пример. Пусть в картинном пространстве в горизонтальной плоскости, в вершинах мысленного квадрата с относительно короткими сторонами, будут расположены четыре шарика. Если смотрящему на эти шарики их фактическое взаимное расположение неизвестно, тогда в пространстве зрительного восприятия их взаимное расположение будет обусловлено сетчаточным образом, преобразованным под действием одного лишь механизма константности величины. Пусть расстояние до шариков мало, тогда они будут восприниматься как находящиеся в вершинах мысленного параллелограмма $ABCD$, определенного аксонометрическими законами зрительного восприятия близких объектов (рис. 10.1). Если теперь, не сдвигая шариков, «подвести» под них квадратную плоскость обычной табуретки, причем с самого начала расположить шарики так, чтобы они точно совпали с вершинами квадрата, образованного плоскостью табурета, то конфигурация, определяющая расположение шариков в зрительном восприятии, изменится. Поскольку плоскость табурета хорошо известна смотрящему из его жизненного опыта, то он увидит ее не в форме параллелограмма $ABCD$, а под действием механизма константности формы более приближенной к квадрату, например в форме параллелограмма $A_1B_1C_1D_1$, у которого углы при основании ближе к прямым, а длины боковых сторон почти уравнены с длиной основания AB.

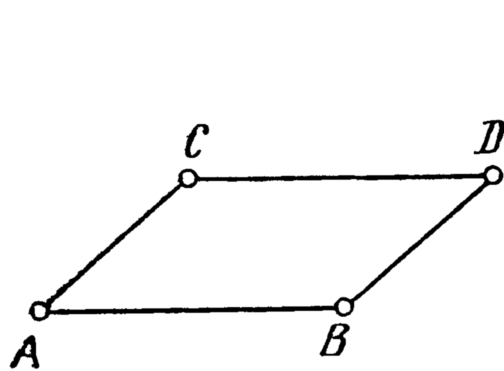
Если для простоты рассуждений положить, что основания обоих параллелограммов совпадают (т. е. совпадают точки A и A_1, B и B_1), то можно говорить о том, что под действием механизма константности формы точки C и D сместились в новое положение C_1 и D_1. Такое смещение эквивалентно деформации пространства зрительного восприятия.

Изучив характер подобных деформаций, можно утверждать, что они охватывают весьма ограниченную область пространства зрительного восприятия, лишь ту, с которой связан предмет хорошо известной смотрящему геометрической формы. Следовательно, рассматриваемые деформации носят локальный характер и их уместно обсуждать вместе с локальными системами перспективы. Эти деформации, как и локальные системы перспективы, имеют отношение только к изображению отдельных предметов, но не к целостной передаче видимого пространства. К тому же эти деформации относятся лишь к части пространства зрительного восприятия. Эксперименты, в которых изучалась эффективность механизма константности формы, показали, что он действует только по отношению к близким предметам и поэтому способен деформировать только ту часть пространства зрительного восприятия, которая соответствует близким участкам картинного пространства (конечно, при условии, что на этом участке картинного пространства расположены хорошо известные смотрящему предметы). Следовательно, во многих случаях, когда близкие предметы не изображаются (например, в пейзажной живописи), деформации, связан-

ные с механизмом константности формы, могут вообще не проявиться.

Из сказанного становится ясным, что изображение, опирающееся на законы зрительного восприятия, в котором должно быть учтено как действие механизма константности величины, так и механизма константности формы, должно быть получено в два этапа. Сначала следует построить изображение, опирающееся на механизм константности величины. Способы получения таких изображений описаны в предыдущих параграфах. После этого необходимые уточнения можно внести в изображения отдельных близких предметов, согласуясь со зрительными эффектами, связанными с действием механизма константности формы.

Создание строгой теории геометрических построений на картинной плоскости, связанных с учетом действия механизма константности формы,



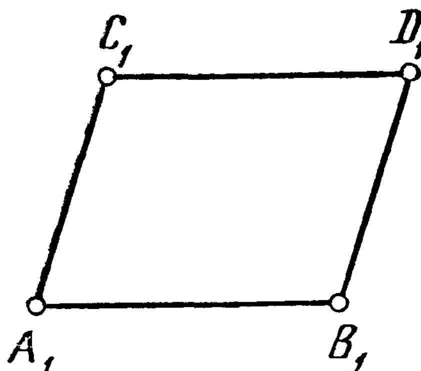


РИС. 10.1

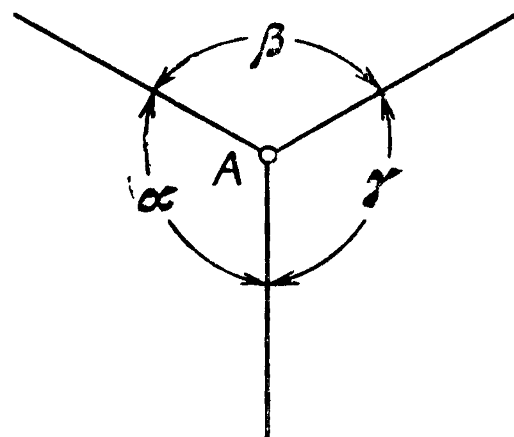


РИС. 10.2

подобно тому, как это было сделано в предыдущих параграфах по отношению к механизму константности величины, оказывается практически невыполнимой задачей. Прежде всего здесь сказывается большое разнообразие форм предметов, каждой из которых соответствуют свои закономерности трансформации зрительного образа. К тому же трансформации зависят не только от формы предмета, но и от ракурса и расстояния до предмета, т. е. видимая форма предмета оказывается функцией многих переменных (а не одной — расстояния L, как это было выше). Кроме того, эксперименты, поставленные психологами, всегда осуществлялись с использованием простейших геометрических форм: квадрата, круга, эллипса и т. п., в то время как механизм константности формы действует и на изображения объектов сложной формы, например человеческого лица. Экспериментальные данные для объектов такого рода отсутствуют. Все сказанное делает создание простой и легко обозримой количественной теории учета обсуждаемых зрительных эффектов практически невозможной.

Если даже предположить, что для какого-то частного случая имеются все необходимые данные, то целесообразность соответствующего уточнения изображения вовсе не является очевидной. Выше, при рассмотрении общей теории перспективы, многократно подчеркивалось, что безупречная передача естественного зрительного восприятия, вообще говоря, невозможна. Всякое достаточно полное изображение картинного пространства будет всегда содержать ошибки, и проблема оптимального выбора этих неизбежных ошибок, такого, чтобы в картине в целом их величина была бы возможно меньшей, являлась сложной задачей, не имеющей единого для всех случаев решения. При уточнении изображения с целью учета действия механизма константности формы упомянутая здесь проблема ошибок по-

лучает дополнительную остроту. Ведь изменение очертаний некоторого элемента изображения связано с изменением очертаний соседних элементов, при этом их изображение, как правило, не улучшается, а ухудшается. Поэтому в каждом таком случае возникает сомнение: оправданно ли вводимое улучшение очертаний одного элемента, если оно связано с ухудшением очертаний соседних элементов? Совершенно естественно, что ответ на подобный вопрос можно дать только сообразуясь с решаемой художественной задачей. В некоторых случаях оптимальным может стать отказ от учета зрительных эффектов, связанных с действием механизма константности формы.

Приведенные здесь общие рассуждения проиллюстрированы в главе 5. Из приведенных там примеров виден как характер уточнений, которые необходимо вводить в изображение типичных предметов, так и последствия, к которым это приводит.

В заключение полезно обратить внимание на одну важную особенность механизма константности формы. В отличие от рассматривавшегося ранее механизма константности величины, который изменял видимые величины длин (расстояние до предмета, его размеры и т. п.), механизм константности формы изменяет и величины углов.

Это совершенно естественно, так как форма, например, четырехугольника определяется не только длинами его сторон, но и углами между ними. Пример, в котором говорилось о трансформации величин углов, связанной с действием рассматриваемого механизма, приводился несколько выше. Точно так же как зрительное восприятие координат некоторой точки, опирающееся на механизм константности величины, невозможно передать на картине без ошибок, зрительное восприятие углов, например многогранников, тоже не может быть передано безошибочно. Чтобы пояснить это, рассмотрим задачу изображения вершины параллелепипеда.

На рис. 10.2 показана вершина A некоторого параллелепипеда. В силу известных свойств параллелепипеда $\alpha = \beta = \gamma = 90°$, из чего следует, что $\alpha + \beta + \gamma = 270°$. Изображение этих же трех углов на плоскости совершенно независимо от выбранной системы перспективы всегда даст $\alpha + \beta + \gamma = 360°$, поскольку на плоскости картины изображение этих трех углов заполнит все окружение точки A. Это относится, конечно, и к сетчаточному образу. Механизм константности формы будет стремиться приблизить видимую величину каждого из трех углов к его истинной величине, однако он не в состоянии осуществить столь глубокое преобразование, чтобы углы стали видны прямыми. Эксперименты показали, что человек видит эти углы увеличенными по сравнению с прямыми. Если взять сумму видимых размеров трех углов (из упоминавшихся опытов), то она оказывается равной 300—320°. Следовательно, видимая сумма углов $\alpha + \beta + \gamma < 360°$, что невозможно изобразить на плоскости без разрыва изображения, а это конечно, недопустимо. Сумма углов при вершине $\alpha + \beta + \gamma < 360°$ бывает лишь у пространственных объектов, причем именно это неравенство создает у человека ощущение пространственности и фатальным образом именно это нельзя изобразить.

Таким образом, сделанный в § 3 вывод о принципиальной невозможности безошибочного (относительно естественного зрительного восприятия) изображения положения некоторой точки картинного пространства

на картинной плоскости распространяется и на изображение углов. Оказалось, что далеко не всякая конфигурация, содержащая углы, может быть передана на картинной плоскости так, чтобы не ввести неизбежной ошибки в изображение углов. Свобода художника будет заключаться и здесь лишь в том, что он сможет решить, как распределить эту неизбежную ошибку между элементами изображения,— устранить ее он не в состоянии.

Приложение I

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ $F_1(\bar{L})$

Психологии зрительного восприятия известно много методов сравнения видимого размера некоторого объекта с размером, следующим сетчаточному образу. Практически все такие методы сводятся к тем или иным экспериментам, поставленным в лабораторных условиях. Это накладывает на подобные опыты известные ограничения, связанные со спецификой лабораторного эксперимента, в частности с невозможностью получать опытные данные для больших дистанций (порядка десятков и сотен метров). Для рассматриваемых в настоящей книге проблем желательно было получение экспериментальных данных в естественных условиях — в поле, закрытом помещении, а не в лаборатории. Методика измерения эффективности действия механизма константности величины, которая излагается ниже, свободна от недостатков такого рода.

На горизонтальной дороге, одна из боковых сторон которой имеет строго прямолинейную и четко видимую границу A_1A_2 (в рассматриваемом примере левую), на расстоянии L_0 от наблюдателя делается по перпендикуляру к A_1A_2 разметка некоторой полосы шириной B, прилегающей к A_1A_2 (рис. I.1). Разметка производится в относительных величинах — единицах B, на рисунке это представлено отрезком DD. Правая сторона этой мысленной полосы никак не обозначается. На постоянном расстоянии от A_1A_2, равном B, на различных расстояниях L от DD устанавливается переносный четко видимый «точечный» знак C. Наблюдатель, стоящий на полосе B, визирует при помощи линейки точку C, стремясь к тому, чтобы след обреза линейки на земле CC' казался параллельным A_1A_2, и производит соответствующий отсчет по шкале DD. При этом положение линейки в руке экспериментатора может быть произвольным (вертикальным, наклонным), поскольку наблюдается не линейка, а ее проекция на земной поверхности. Производимый отсчет позволяет измерять относительную величину видимой ширины в зависимости от расстояния. Если бы зрительное восприятие строго следовало за сетчаточным образом, то относительное уменьшение ширины B, считая ее равной единице для расстояния L_0 от наблюдателя, выражалось бы равенством

$$\bar{x}_1 = 1/(1 + \bar{L}), \qquad (I.1)$$

причем безразмерная координата

$$\bar{x} = x/B. \tag{I.2}$$

Следовательно, если отсчет по шкале DD обозначить через $\bar{x}_2$, то функция $F_1(\bar{L})$ может быть представлена следующим образом:

$$F_1(\bar{L}) = \bar{x}_2/\bar{x}_1 = \bar{x}_2/(1 + \bar{L}). \tag{I.3}$$

Полученную таким образом зависимость удобнее представлять не в функции $\bar{L}$, а в функции $z = \bar{L}/(1 + \bar{L})$, поскольку величина z стремится к единице, когда $\bar{L} \to \infty$, а вместо функции $F_1(\bar{L})$ наносить значения $\bar{x}_2 = (1 + \bar{L})\, F_1(\bar{L})$, допускающие непосредственное сравнение с опытом.

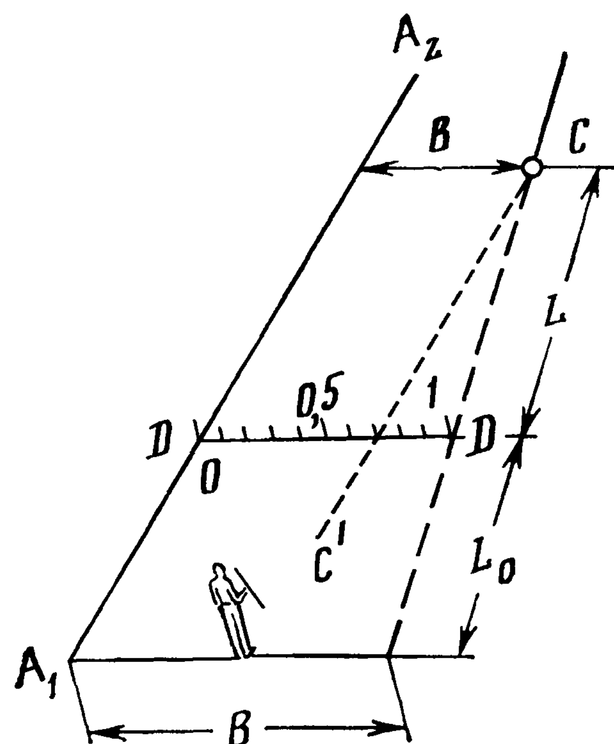


рис. I.1

На рис. I.2 дана такая зависимость для трех серий экспериментов, поставленных в открытом пространстве: 1) $L_0 = 1$ м, $B = 1$ м; 2) $L_0 = 2$ м, $B = 2$ м; 3) $L_0 = 5$ м, $B = 5$. Как видно из приведенных пар значений L_0 и B, эксперимент ставился так, чтобы характерные угловые размеры наблюдаемых объектов имели во всех трех сериях одинаковые величины. В первой серии наибольшее наблюдавшееся расстояние L было 15 м, во второй — 24, а в третьей — 180 м.

Выше под величиной L_0 понималось расстояние наиболее естественного видения, в то время как в экспериментах оно стало расстоянием от наблюдателя до шкалы DD, которое просто назначается экспериментатором. И тем не менее эти расстояния имеют в некотором смысле одинаковую природу. Дело в том, что субъективное расстояние наиболее естественного видения L_0 является как бы масштабом, к которому человек подсознательно относит все другие расстояния. Что касается объективного, назначенного экспериментатором расстояния L_0, то оно тоже является расстоянием, к которому относятся все остальные, но уже в силу принятой методики эксперимента. Другие эксперименты, которые здесь не описываются, свидетельствуют о том, что расстояние L_0 естественного видения обычно имеет указанный порядок. Это позволяет использовать полученные данные для целей, поставленных в настоящей книге.

На рис. I.2, помимо экспериментальных точек, приведена кривая, в среднем удовлетворительно совпадающая с экспериментом. Эта кривая описывается уравнением

$$\bar{x}_2 = (1 + \bar{L})\, F_1(\bar{L}), \tag{I.4}$$

где значение функции $F_1(\bar{L})$ взято по формуле (2.14), в которой был осуществлен нужный подбор значений a, b, n (кривая соответствует значениям $a = 0{,}25$; $b = 0{,}75$; $n = 5$).

Показанные на рис. I.2 экспериментальные зависимости соответствуют трем различным значениям L_0, что и обусловливает известный выброс экспериментальных точек. Если пересчитать все экспериментальные точки

к одному значению L_0, то это уменьшит наблюдаемый разброс. Такой пересчет производится элементарно.

Зная экспериментальные значения z и L_0, определяем $L_0 + L = L_0/(1 - z)$, а затем новые значения L' и z' по заданному L_0': $L' = (L_0 + L) - L_0'$ и $z' = L'/(L_0' + L')$. Новое значение $\bar{x}_2$ получается из исходного путем приведения его к новому значению L_0': $\bar{x}_2' = \bar{x}_2 k$, где k — постоянный для данного исходного L_0 множитель, численно равный $\bar{x}_2$ для линии L_0 в системе L_0', если $L_0 > L_0'$, или величине $1/\bar{x}_2$, где $\bar{x}_2$ берется для линии L_0' в системе L_0, если $L_0' > L_0$.

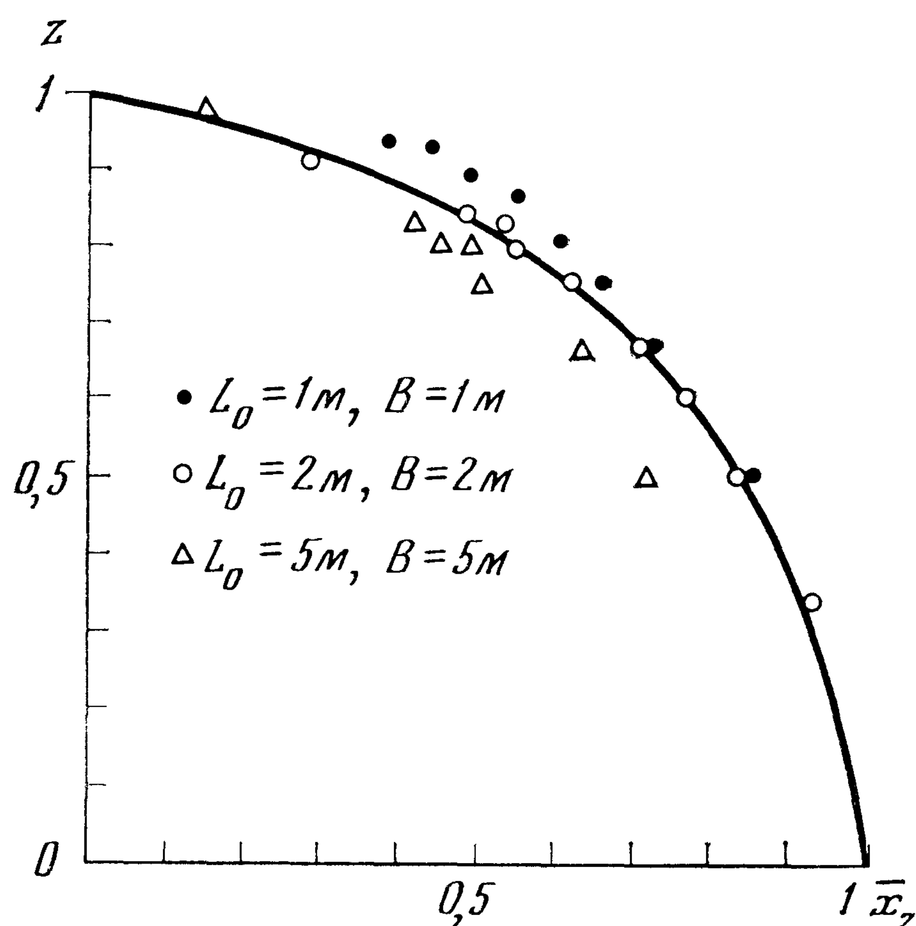


РИС. I.2

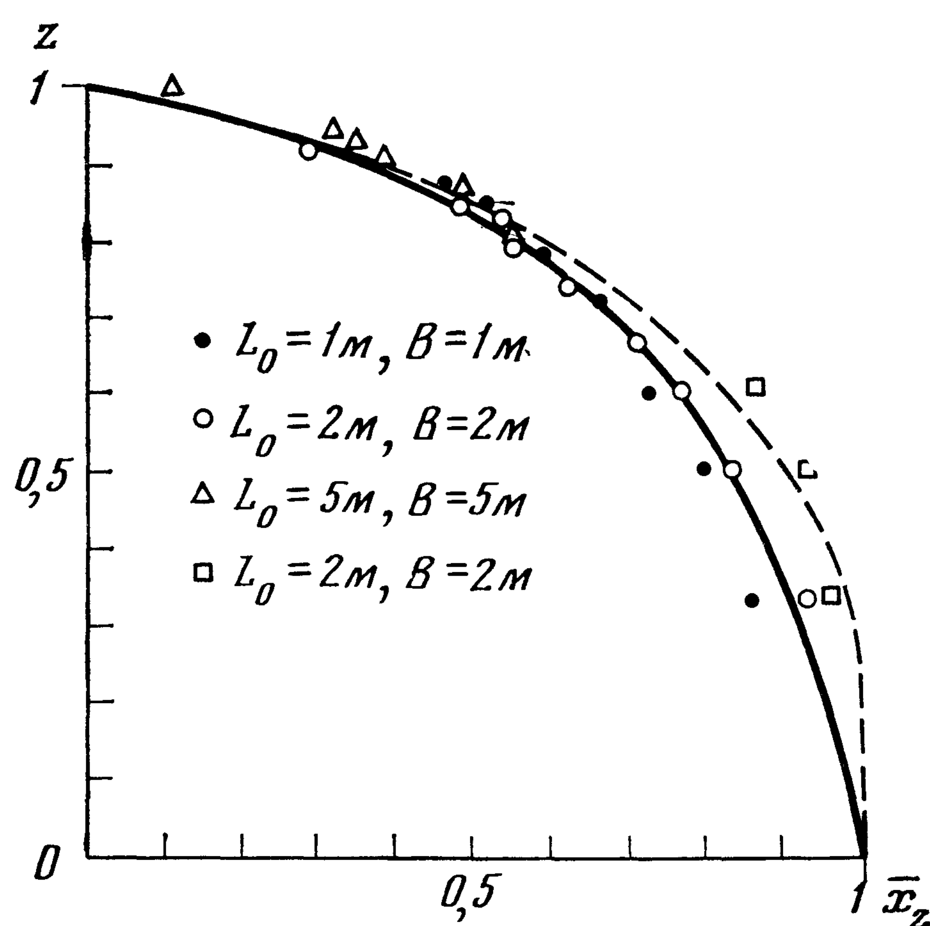


РИС. I.3

На рис. I.3 показаны те же экспериментальные точки, что и на рис. I.2, но после приведения указанным образом опытных точек, полученных при $L_0 = 1$ м и $L_0 = 5$ м, к значению $L_0 = 2$ м. Сплошной линией дана та же аналитическая зависимость, что и на рис. I.2. Сопоставление графиков говорит о большой эффективности такого рода приведений.

Описанный метод перехода к новому значению L_0 важен не только для приведения опытных данных к одному значению L_0. Вероятно, не менее существенно и то, что этот метод дает возможность переходить от L_0, принятого в эксперименте, к L_0, соответствующему расстоянию наиболее естественного ви́дения, если это почему-либо известно.

Разброс экспериментальных точек на рис. I.3 показывает, что кривая, определяемая формулой (2.14) и значениями констант для открытого пространства (2.16), хорошо согласуется с экспериментом. Точность ее определения приблизительно 5%. Несколько бо́льшие ошибки для малых значений z особой роли не играют, так как художник крайне редко передает картинное пространство, непосредственно прилегающее к основанию картины. Как правило, используемые в живописи значения z превышают величину 0,5.

Помимо уже рассмотренных экспериментальных точек, на рис. I.3 даны и точки, полученные по описанной методике в небольших закрытых

помещениях. Опыты велись для $L_0 = 2$ м, поэтому нанесение экспериментальных точек на рис. I.3 вполне уместно (они обозначены квадратными знаками). Как показывает положение этих точек, механизм константности величины действует в закрытых помещениях более эффективно, чем в открытом пространстве. На этом рисунке штриховой линией проведена кривая, определенная по формуле (2.14), но для констант (2.16), взятых для неглубоких закрытых помещений. Как следует из сопоставления кривой с опытными точками для закрытого помещения, согласие здесь вполне удовлетворительное, особенно для малых значений переменной z, которые могут быть реализованы при изображении отдельных предметов, наблюдаемых с очень близких расстояний. Практически вертикальное направление правой части штриховой кривой при малых значениях z говорит о полной константности в этой области пространства. Если перейти от безразмерной переменной z к размерным расстояниям, то для $L_0 = 2$ м (условие эксперимента) предметы, расположенные на расстоянии от двух до трех метров от смотрящего (от $z = 0$ до $z = 0{,}3$), находятся в зоне, характеризуемой полной константностью. Следовательно, в этой зоне предметы обстановки будут видны аксонометрически (см. § 8) или в легкой обратной перспективе (см. § 9). Конечно, приведенный расчет имеет целью не точное определение расстояний, а лишь оценку их порядка.

Подбор констант (2.16) для закрытых помещений был произведен так, чтобы при $L \to \infty$ кривая $\bar{x}_2 = \bar{x}_2(z)$ совпала бы с кривой для открытого пространства. Это было сделано для общности рассуждений — ведь в небольших закрытых помещениях эксперимент, требующий больших удалений L, поставить принципиально невозможно. Такая условность представляется, однако, малосущественной, поскольку спецификой изображений в закрытых помещениях являются малые удаления L, для которых функция, определяемая соотношениями (2.14) и (2.16), дает хорошее совпадение с экспериментом.

Использование для численного анализа различных вариантов системы перспективы полученных здесь зависимостей $F_1(\bar{L})$ является, конечно, условным. Сравнение диаграмм на рис. I.2 и I.3 показывает, однако, что переход от $L_0 = 2$ м к другим величинам L_0, хотя и изменяет численные значения функции $F_1(\bar{L})$, все же не способен повлиять на главное — ее характер. Поэтому переход к другому L_0 и даже к другой аналитической записи зависимости $F_1(\bar{L})$ способен несколько изменить численные результаты, приведенные в § 5 и 6, но не способен поколебать основные выводы, полученные там.

Как говорилось выше (см. § 7), механизм константности величины действует не только при созерцании объективного пространства, но и при созерцании картины, если на ней хорошо переданы признаки глубины. Чтобы дать оценку этому эффекту, был поставлен следующий эксперимент. На бумаге были изображены параллелепипеды с одинаковым квадратным сечением наподобие показанных на рис. 7.1. Они изображались (каждый на отдельном листе) в аксонометрии с одинаковыми размерами ребер a (рис. I.4), но с переменным размером c. Наименьшее значение c равнялось $a/2$, наибольшее — $10a$. Параллелепипеды воспринимались с расширяющимися по мере увеличения глубины ребрами. Этот эффект уже был описан при обсуждении рис. 7.1. Ребра a^* (см. рис. I.4) казались шире ребер a,

Наблюдатель должен был оценить степень уширения удаленного ребра a^* относительно ближнего ребра a. Усредненные результаты многократных определений отношения a^*/a в функции удлинения параллелепипеда c/a приведены на рис. I.4. Как следует из полученной функциональной зависимости, отношение a^*/a растет с увеличением c/a и сравнительно быстро (при $c/a > 2$) приближается к верхнему пределу, которым, судя по эксперименту, обладает функция a^*/a. Это дает основание утверждать, что при изображении достаточно протяженных (в глубину) объектов художник должен считаться с тем, что удаленные их части могут подсознательно восприниматься несколько преувеличенных размеров, причем степень этого преувеличения будет равна 1,2—1,3.

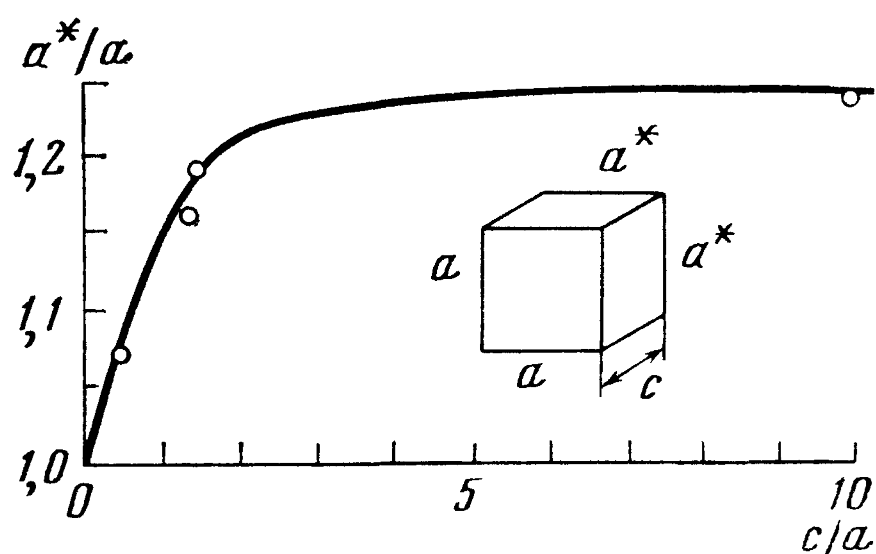


РИС. I.4

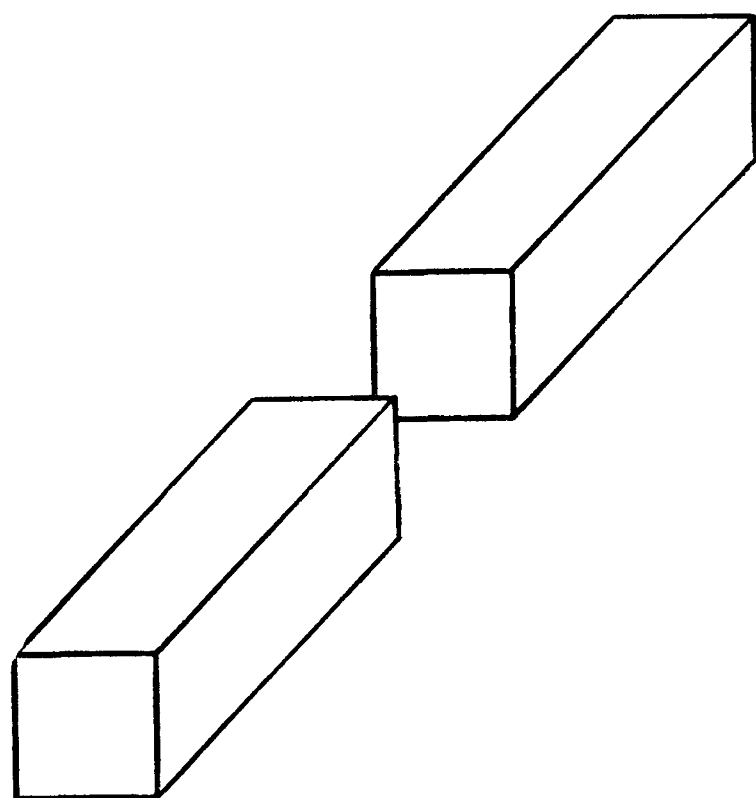


РИС. I.5

Конечно, полученные величины не могут претендовать на универсальность, поскольку они определены из единичного эксперимента. Однако анализ художественных произведений показывает, что они дают правильный порядок величин.

Интересно отметить одно обстоятельство. В экспериментах наряду с удлиненным параллелепипедом наблюдалась и расположенная в одном направлении пара параллелепипедов — как бы один сильно удлиненный параллелепипед с «разрывом» по середине. «Разрыв» имел минимально возможную величину, однако достаточную, чтобы близкая фронтальная грань удаленного параллелепипеда была почти полностью видна. Эта пара не сливалась в восприятии, соответствующие фронтальным граням ребра представлялись разной величины. В переднем параллелепипеде ребро a^* казалось больше a, а у удаленного переднее ребро a снова «скачком» возвращалось к исходной величине, чтобы по мере увеличения удаленности вновь получить кажущийся увеличенный размер a^*. Это видно из рис. I.5.

Приложение II

ПРАКТИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

Настоящее Приложение не предполагает знакомства со второй частью книги, оно должно быть доступно и тем читателям, которые ограничились лишь первой ее частью. Поэтому здесь неизбежны некоторые повторения ряда положений математического содержания книги и предельная простота изложения.

Прежде всего следует напомнить, что картинная плоскость предполагается расположенной на расстоянии естественного видения L_0 от художника. Поэтому предмет, находящийся в картинной плоскости, виден в своей истинной величине. Величина L_0 зависит от того, что изображается. Так, для небольшого интерьера она принималась равной 2 м, для открытого пространства — до 20 м. Обычно ее можно оценить как то расстояние, с которого основные изображаемые предметы видны в своем истинном размере. Величина $L_0 = 2$ м для небольших интерьеров была получена как расстояние, с которого предметы обстановки (например, стулья) видны в своем истинном размере.

Введенную таким образом картинную плоскость не следует путать с плоскостью картины или рисунка. Действительно, при изображении на картинной плоскости интерьера высота показанного в нем стула, расположенного в этой картинной плоскости, будет иметь величину около 0,8 м, в то время как на рисунке она может быть показана равной 4 см. Как видно из этого примера, при переходе от картинной плоскости к плоскости рисунка используется нужный масштаб, в данном случае он был таким: 1 м в картинной плоскости соответствует 5 см на рисунке. Приведение изображения, полученного на картинной плоскости, к нужному масштабу является операцией чрезвычайно простой, но почти всегда необходимой.

Определим, как обычно, главную точку картины O как точку пересечения луча зрения, перпендикулярного к картинной плоскости K, с этой плоскостью. Горизонтальная прямая, идущая через эту точку, будет линией горизонта, а вертикальная — главной осью картины. Направим по ним оси x и y соответственно (рис. II.1). Положение любой точки картинного пространства определяется тремя координатами: смещением L по горизонтали, перпендикулярной к картинной плоскости и идущей через O (оно дает удаление от последней), затем смещением S по горизонтали, параллельной картинной плоскости (оно дает смещение в боковом направлении), а затем смещением H_B по вертикали (оно дает положение точки B относительно плоскости горизонта).

Чтобы найти положение изображения B' точки B на картинной плоскости K, следует вычислить координаты x_B и y_B. Это можно сделать по простым формулам:

$$x_B = S f_S(\bar{L}),$$
$$y_B = H_B f_H(\bar{L}), \qquad (II.1)$$

где величина $\bar{L}$ дает удаление в единицах L_0:

$$\bar{L} = L/L_0. \qquad \text{(II.2)}$$

Эта величина всегда положительная. Другое дело S и H_B и соответственно x_B и y_B. Точки, лежащие выше плоскости горизонта, характеризуются положительными значениями H_B и y_B, а точки, лежащие ниже плокости горизонта, отрицательными. Иными словами, построение здесь ведется от плоскости горизонта, принимаемой за основу. В этом состоит одно из отличий от обычной системы перспективы, в которой построение нередко ведется от предметной плоскости (плоскости земли, пола и т. п.). Что касается боковых смещений, то точки, лежащие справа, будут иметь положительные значения S и x_B, а лежащие слева — отрицательные.

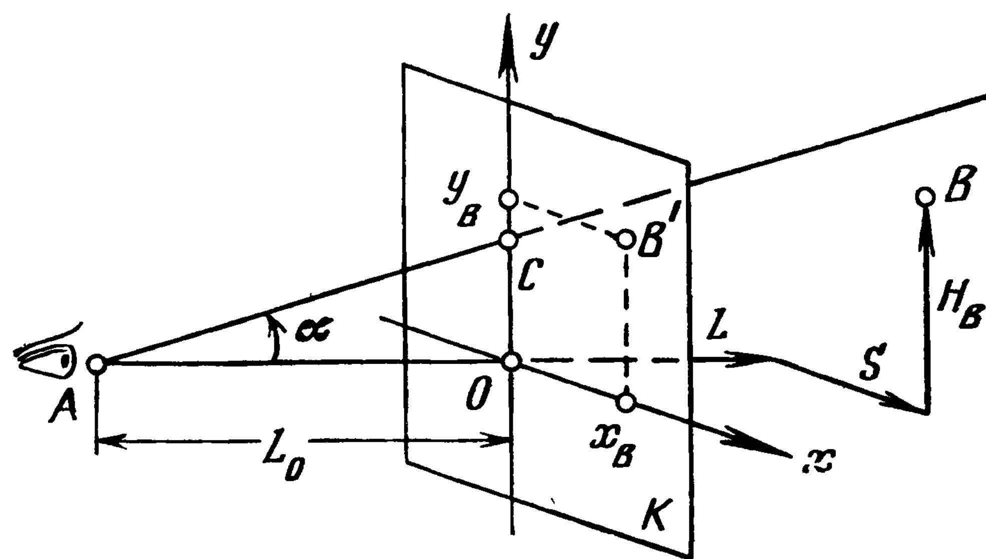


РИС. II.1

Функции f_S и f_H, входящие в формулы (II.1), имеют разные значения для разных вариантов системы перспективы (они будут приведены ниже).

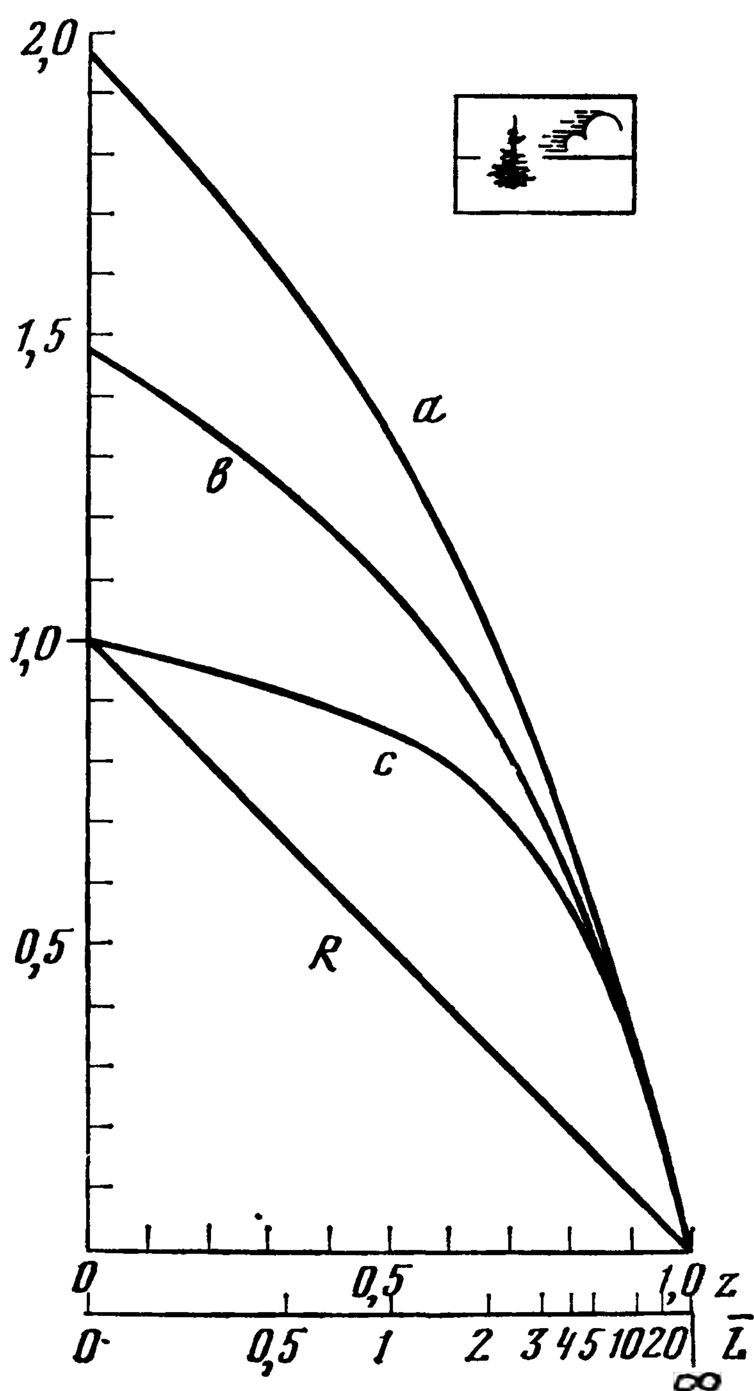


РИС. II.2

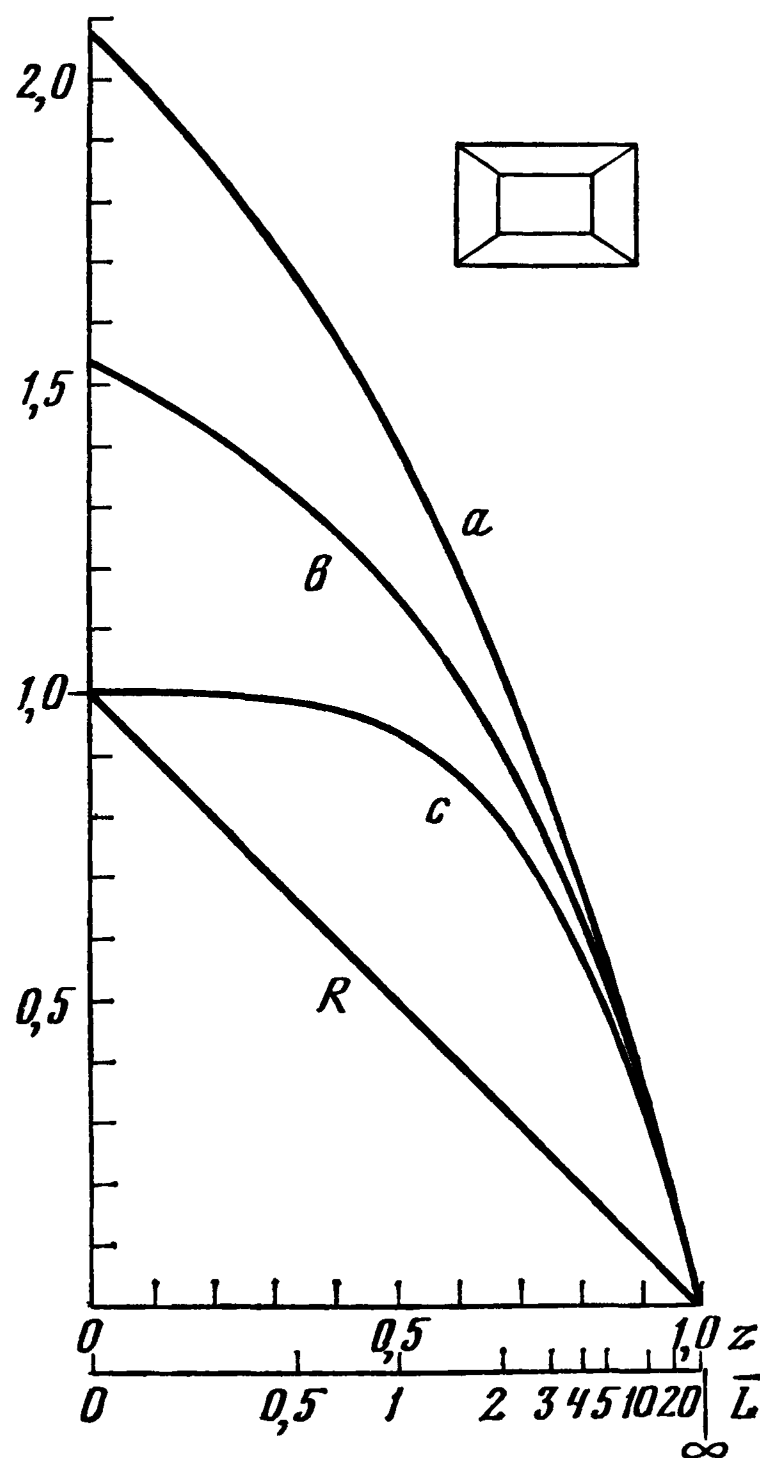


РИС. II.3

Для удобства пользования в качестве аргумента будем брать не $\bar{L}$, а величину

$$z = \bar{L}/(1 + \bar{L}). \qquad (II.3)$$

Особенно удобно это при графическом изображении функций, поскольку величина $\bar{L}$ может расти до бесконечности (при приближении к области горизонта), а величина z всегда меньше единицы и лишь для горизонта $z = 1$. Зная z, всегда можно найти $\bar{L}$:

$$\bar{L} = z/(1 - z). \qquad (II.4)$$

На рис. II.2 показаны графики четырех функций, обозначенных a, b, c и R. Они приведены в зависимости от z (там же нанесена и шкала $\bar{L}$). С помощью этих функций можно найти f_S и f_H основных вариантов системы перспективы (для открытого пространства). Для интерьеров аналогичные функции можно найти на рис. II.3. Чтобы облегчить различение графиков, на них приведены условные символы пространства и интерьера.

В табл. 6 показано, как с помощью функций a, b, c, R получаются функции f_S и f_H, необходимые для осуществления построений по формулам (II.1).

На рис. II.4 для удобства расчетов приведены те же четыре функции для больших значений $\bar{L}$ в увеличенном масштабе для открытого пространства и интерьеров. Их можно отличить по показанным символам.

Полученные по формулам (II.1) некоторые изображения будут разных масштабов для разных вариантов системы перспективы. Но это не должно смущать, так как получаемые данные все равно надо приводить к масштабу, принятому в картине или рисунке, как об этом уже говорилось выше.

Проиллюстрируем получение некоторого условного изображения (могущего служить основой для любого изображения) на численном примере. Пусть избранный вариант системы перспективы будет вариантом [I; 0,5] (он правильно передает ширину, что же касается глубины и высоты, то в них в равной мере учитываются требования передачи естественного видения и требования отсутствия разрывов и наложений). Пусть изображается сравнительно неглубокое открытое пространство (например, поляна, окруженная лесом). Высоту точки зрения примем равной —1,7 м (знак минус говорит о том, что изображаемая поверхность земли лежит ниже плоскости горизонта), а величину естественного удаления, а следовательно, расстояния до картинной плоскости $L_0 = 4$ м (это соответствует изображению предметов более крупных, чем предметы домашней обстановки, но не слишком больших). Самый передний план (прилежащий к основанию картины) исключим из передачи и примем, что нижний обрез картины соответствует $\bar{L} = 1$ (т. е. расположен на 4 м вглубь от картинной плоскости или на 8 м от художника). Глубину подлежащего изображению пространства определим равной 20 м (или $\bar{L} = 5$), которую разделим на четыре равных полосы с границами: $\bar{L} = 1, 2, 3, 4, 5$.

Для избранного варианта системы перспективы $f_S = c$, $f_H = b$, причем функции b и c берутся с рис. II.2 (открытое пространство). Значениям $\bar{L} = 1, 2, 3, 4, 5$ соответствуют значения $z = 0{,}5$; $0{,}67$; $0{,}75$; $0{,}80$; $0{,}83$. По графикам на рис. II.2 находим для них значения f_S и f_H и по формулам (II.1) — соответствующие значения x и y. Следует лишь назначить величину единичного бокового смещения S — ее возьмем равной 0,5 м.

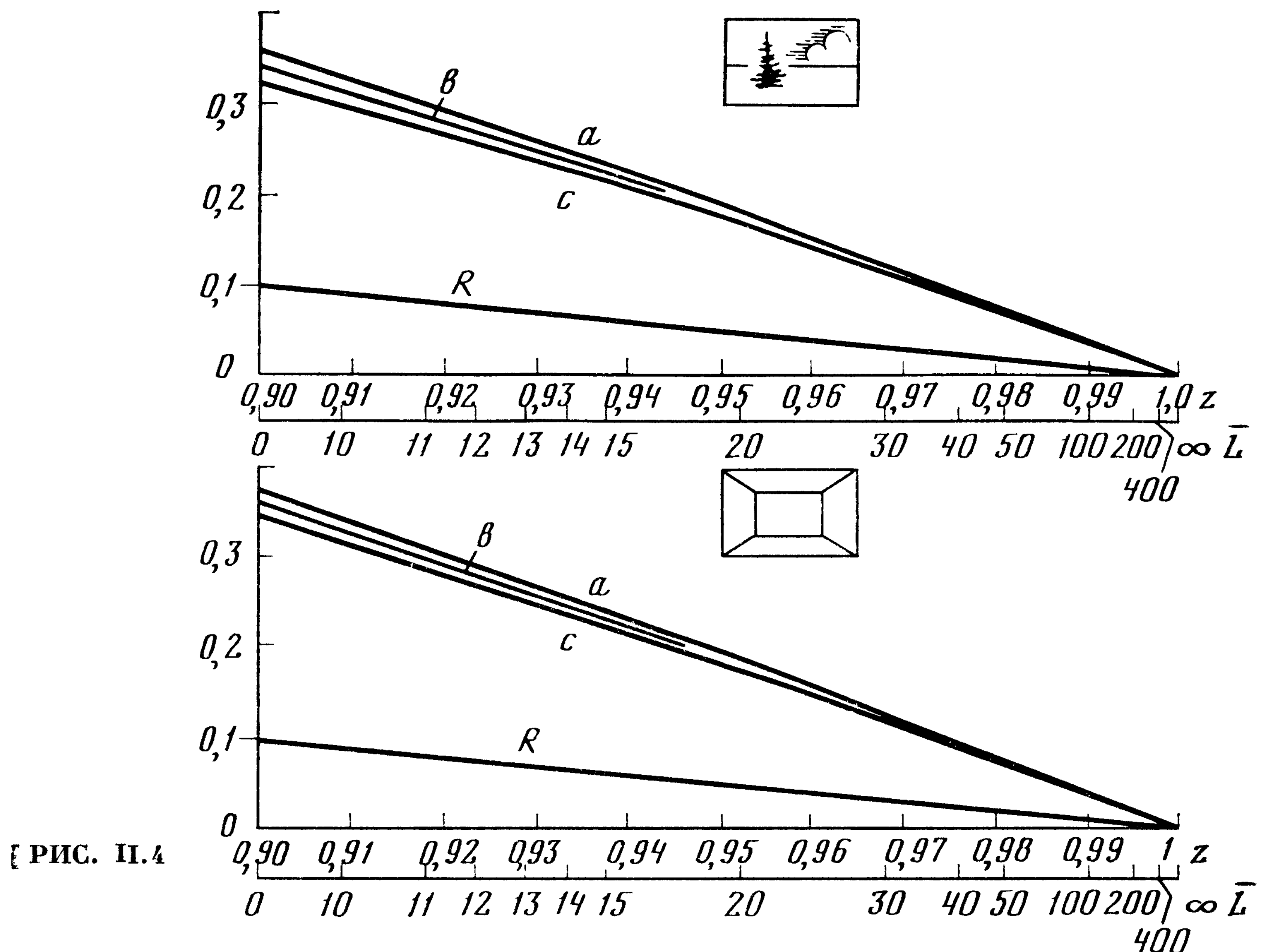


РИС. II.4

Так, например, для $\bar{L} = 3$ ($z = 0{,}75$) имеем $f_S = 0{,}63$ и $f_H = 0{,}715$, что дает значения $x = 0{,}31$ м и $y = -1{,}21$ м (это координаты точки на картинной плоскости). Всего надо будет найти пять пар координат точек. После этого дальнейшее построение, по сути, может вестись чисто геометрически. Таким образом, объем вычислений, которые могут потребоваться, весьма мал.

Обратимся к рис. II.5. Выберем точку O (главную точку картины) и проведем через нее горизонтальную прямую (линию горизонта) и вертикаль OA (главную ось картины). Нанесем на плоскость рисунка найденные пять точек в нужном масштабе, уменьшенном относительно картинной плоскости (он показан в верхней части рисунка). Только что найденная точка с координатами $x = 0{,}31$ м и $y = -1{,}21$ м отмечена буквой

Таблица 6. Таблица функций f_S и f_H

Вариант системы перспективы	f_S	f_H
[I, 0]	*c*	*a*
[I; 0,5]	*c*	*b*
[I; 1]	*c*	*c*
[II; 0]	*a*	*a*
[II; 0,5]	*b*	*b*
[II; 1]	*c*	*c*
[*R*]	*R*	*R*

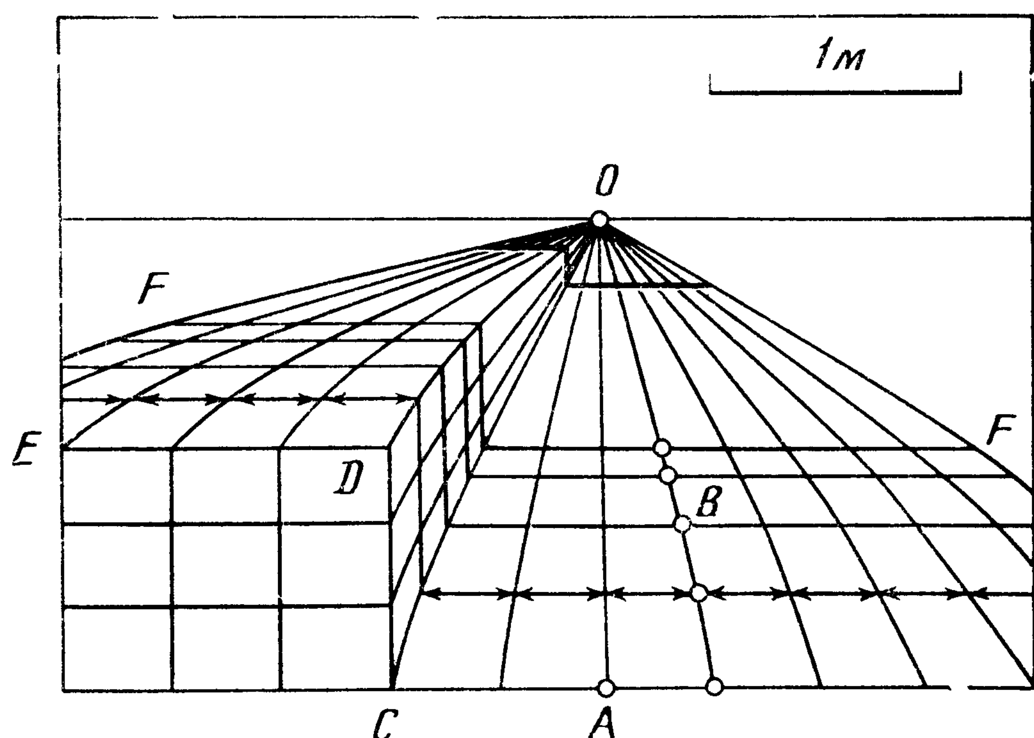


РИС. II.5

B, остальные четыре точки, определенные расчетом,—только кружками. Здесь следует сказать, что координаты x отсчитываются от оси OA, а y — от линии горизонта.

Воспользовавшись найденными точками, построим своего рода координатную сетку на изображении поверхности земли (правая часть рисунка). С этой целью проведем через найденные точки горизонтальные прямые. Они дадут отстоящие друг от друга планы (в натуре расстояния между ними 4 м). На каждой горизонтальной прямой отложим найденное для нее изображение величины x (соответствующей 0,5 м в натуре) столько раз, сколько это необходимо (построение можно вести в обе стороны от OA). На второй (снизу) горизонтальной прямой условными стрелками показаны эти равные друг другу отрезки. Соединив полученные точки плавными кривыми, получим изображение условной координатной сетки.

Если оказывается нужным смещение по вертикали, то можно поступить следующим образом. Пусть, например, надо показать вертикальный уступ высотой 0,9 м. Зная расстояния отмеченных кружками точек от линии горизонта и что каждая из них передает удаление (в натуре) от плоскости горизонта, равное 1,7 м, построим для них соответствующие вертикальные отрезки, пропорциональные отношению 0,9 : 1,7. На рис. II.5 это показано только для самого переднего плана: отношение длин отрезков $CD : OA = 0{,}9 : 1{,}7$. В результате полного построения получается кривая OD, передающая правое ребро уступа. Через найденные точки, соответствующие введенным планам, проведем горизонтальные прямые, на которых вновь отложим те же отрезки, что и на горизонталях справа. В результате получим продолжение начатой координатной сетки на верхней площадке уступа. Вертикальные грани можно тоже разбить на несколько уровней. На рисунке показаны три одинаковых «слоя», из которых сложен уступ. Получение соответствующих линий очевидно.

Показанное на рис. II.5 построение свидетельствует о том, что получить геометрическую основу для любого рисунка не представляет особых трудностей. Для полноты построение проведено до горизонта, хотя по принятому условию достаточно было бы ограничиться ближайшими четырьмя полосами. Из рисунка видно, что в области горизонта кривизна линий координатной сетки становится исчезающе малой.

Если оказывается необходимым сравнить два изображения, построенные по разным вариантам системы перспективы, то их целесообразно привести к одному масштабу. Пусть, например, надо передать рис. II.5 в ренессансной системе перспективы тоже. Это можно сделать по формулам (II.1), воспользовавшись зависимостью R на рис. II.2. Чтобы сделать сравнение двух изображений более наглядным, необходимо согласовать их масштабы. Для этого надо уравнять изображения для некоторого плана. Обычно уравнивается ширина для среднего плана. На рис. II.5 за средний план можно принять план, обозначенный буквами FF (здесь уже предполагается, что изображению подлежит все пространство до горизонта). Этот план соответствует $\bar{L} = 5$ ($z = 0{,}83$), и горизонтальный отрезок, лежащий в плоскости FF, если его длина равна 1 м, будет [по формуле (II.1)] изображаться на картинной плоскости отрезком, равным 0,49 м (кривая c на рис. II.2). Если бы изобразить такой же отрезок в ренессансном варианте системы перспективы, то он был бы равен 0,17 м

(кривая R на рис. II.2). Чтобы уравнять оба изображения, надо весь рисунок, показанный по ренессансному способу, увеличить в $0{,}49/0{,}17 = 2{,}88$ раза. Тогда ширина плана FF оказалась бы у обоих изображений одинаковой, а все другие отличия приобрели бы полную наглядность. По аналогичному способу можно, конечно, уравнивать и другие планы. На илл. 9 таким планом был выбран передний план.

Рассмотрим особенности изображения очень далеких и очень больших объектов (горы на горизонте). В силу их большой удаленности они видны под некоторым постоянным углом независимо от перемещений художника (конечно, предполагаются перемещения на единицы или десятки метров), в то время как обычные объекты изображения, находящиеся на переднем и среднем планах, сильно меняют при таких перемещениях свои видимые размеры. Поэтому удобно говорить о том, что, например, далекие горы имеют постоянный угловой размер. На рис. II.1 показано, где легло бы изображение вершины горы, видимой под углом α к плоскости горизонта, если бы ее передавать в ренессансном варианте системы перспективы (точка C). Во всех других вариантах перцептивной системы перспективы эта точка не может быть получена таким простым проекционным способом, а ее положение должно быть вычислено. Большим удобством является то, что все эти другие варианты системы перспективы (кроме ренессансного) дают на линии горизонта одинаковые изображения (до их приведения к какому-либо масштабу, как об этом говорилось выше), и это видно из того, что при $z = 1$ кривые a, b и c сливаются (см. рис. II.2—II.4).

По принятым в настоящей книге численным характеристикам законов зрительного восприятия видимый размер горы будет в четыре раза превосходить тот, который просто соответствует сетчаточному образу. Следует помнить, что во всех вариантах системы перспективы, кроме ренессансного, изображение в области горизонта следует естественному видению. Поэтому во всех рассматриваемых вариантах гору следует изображать в четыре раза больших размеров, чем в ренессансном варианте (это видно, в частности, и из того, что ординаты прямой R и сливающихся кривых a, b, c в малой окрестности точки $z = 1$ отличаются в четыре раза).

Однако после приведения масштабов изображения к одному, как об этом говорилось выше, картина станет иной. Продолжая обсуждавшийся пример (см. рис. II.5), вспомним, что уравнивание масштабов средних планов потребовало увеличения размеров изображения, в котором использовался ренессансный вариант системы перспективы, в 2,88 раза. Но тогда в 2,88 раза увеличится и изображение горы, и по отношению к нему гора на рисунке, выполненном по законам варианта системы перспективы [I; 0,5], будет увеличена уже не в четыре раза, а в $4/2{,}88 \approx 1{,}4$ раза. Таким образом, при сравнении рисунка с фотографией мотива после уравнивания масштабов средних планов следует ожидать, что на рисунке гора будет преувеличена (против фотографии) на 40%.

До сих пор рассматривалась задача построения некоторого изображения в заданном варианте системы перспективы. Однако существует и обратная задача: располагая изображением, определить, к какому варианту системы перспективы рисунок или картина тяготеет, а уже потом найти и допущенные художником отклонения от этого варианта. И то и другое

может оказаться полезным при эстетическом анализе художественного произведения.

Начинать подобный анализ удобно с построения формальных точек схода (прямыми линиями) тех отрезков прямых, которые в натуре перпендикулярны к плоскости картины. Если окажется, что существует одна-единственная точка схода, определяющая главную точку картины, то это будет говорить о том, что художник использовал в своей работе один из вариантов системы перспективы, отнесенных к классу II (сохраняющих подобие), причем вовсе не обязательно ренессансный.

Если формальные точки схода, условно говоря, стен, пола и потолка окажутся в разных местах, причем лягут некоторым регулярным образом (как показано на илл. 10), то это свидетельствует о принадлежности изображения к перспективному классу I. Более того, по положению формальных точек схода друг относительно друга и относительно истинной главной точки картины можно судить о том, вертикальные или горизонтальные поверхности привлекали особое внимание художника (это подробно описано при обсуждении илл. 10). Нахождение истинной главной точки картины сильно облегчается предварительным построением истинного горизонта. Он находится как горизонтальная прямая, идущая через формальные точки схода вертикальных поверхностей. О принадлежности изображения к классу I свидетельствует и передача объективно прямых линий кривыми линиями на рисунке.

После определения класса, к которому принадлежит рисунок или картина, необходимо выявить вариант системы перспективы, к которому тяготеет произведение. Надо понимать, что художники интуитивно строили изображение, следуя естественному зрительному восприятию, и поэтому их построения не отличаются математической точностью. Все же иногда (примеры тому приведены в первой части книги) они поразительно точно согласуются с теоретическими схемами.

При поисках варианта системы перспективы, которому интуитивно следовал художник, большую помощь могут оказать схемы типа приведенных на илл. 9, 28—31. Если необходимо, аналогичные схемы могут быть построены по методике, изложенной в начале настоящего Приложения. Большую помощь в анализе могут оказать фотографии мотива (особенно для пейзажной живописи), но и без них плодотворный анализ нередко возможен. Пусть интерьер изображен, следуя вариантам класса II, и анализ картины убеждает в том, что он показан с неестественно большого расстояния, если его трактовать как изображенный по правилам ренессансного варианта (через «стеклянную стену»). Это убедительно свидетельствует об использовании художником другого, не ренессансного варианта изображения, чаще всего варианта [II; 0], сохраняющего передачу подобия и глубины. Примеры анализа изображений приведены в главах 3 и 4.

Следует еще раз подчеркнуть, что художник вовсе не обязан следовать тем или иным теоретическим схемам, поэтому отклонения от них вполне естественны. Часто именно такие отклонения могут многое сказать искусствоведу.

При изучении натюрмортов и портретной живописи надо всегда помнить, что появление здесь аксонометрии или слабой обратной перспективы совершенно естественно. Скорее следование ренессансным прави-

лам должно вызывать протест и недоумение.

Искусствоведческий анализ может потребовать иногда решения вопроса о соответствии некоторого изображения естественному зрительному восприятию. Пусть, например, на рисунке интерьера показан некий объект, имеющий в натуре известную исследователю форму, например: ширину $A = 1{,}5$ м, высоту $B = 2$, глубину $C = 0{,}7$ м. Пусть далее известны, например, расстояние до него $L = 5$ м, естественная удаленность $L_0 = 2$ м и истинная высота точек зрения $H = 1{,}6$ м. На рисунке он имеет размеры: ширину 2 см, высоту 3, глубину 0,15 см.

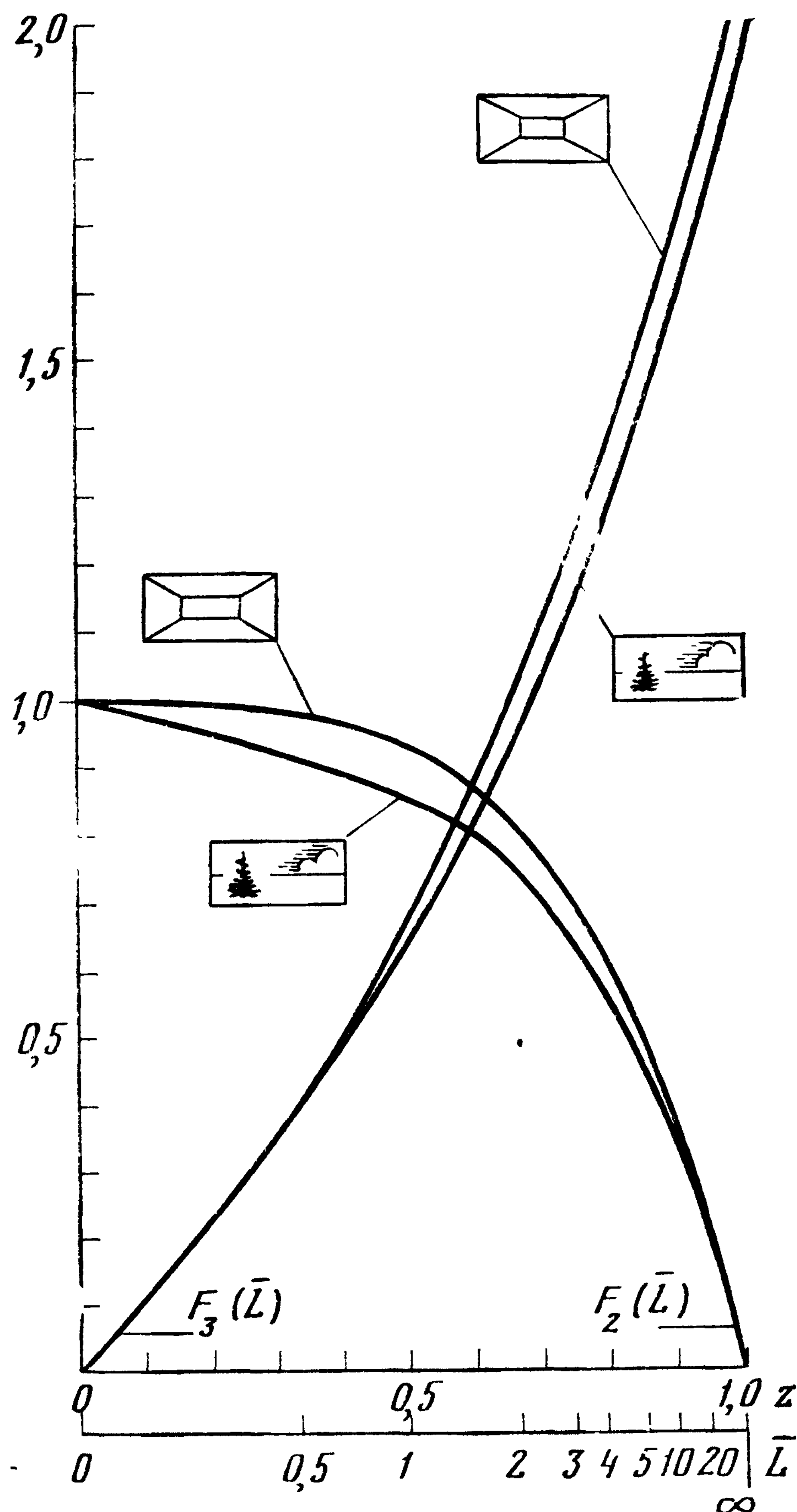


РИС. II.6

Естественное зрительное восприятие описывается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} &\text{ширина} = AF_2(\bar{L}), \\ &\text{высота} = BF_2(\bar{L}), \qquad\qquad (\text{II}.5) \\ &\text{глубина} = H\,[F_3(\bar{L} + \bar{C}) - F_3(\bar{L})], \end{aligned}$$

где функции $F_2(\bar{L})$ и $F_3(\bar{L})$ приведены на рис. II.6 для открытого пространства и интерьера (они помечены соответствующими символами). Несложные вычисления дают: удаление $\bar{L} = L/L_0 = 5/2 = 2{,}5$, $z = 2{,}5/3{,}5 \approx 0{,}71$ [по формуле (II.3)]. Для интерьера видимая ширина (т. е. ширина, которая должна была бы быть на картинной плоскости) будет $1{,}5 \cdot 0{,}74 \approx 1{,}11$ м, а видимая высота $2 \cdot 0{,}74 = 1{,}48$ м (вторые сомножители взяты с графика на рис. II.6).

Видимая глубина вычисляется несколько сложнее. Необходимо найти два значения функции F_3, отвечающие близкой и удаленной границам изображаемого объекта. Для близкой границы находим F_3 по уже известному значению z и получаем $F_3(\bar{L}) \approx 1{,}14$, а для дальней необходимо сначала определить соответствующее значение аргумента z. Новое удаление будет $5 + 0{,}7 = 5{,}7$ м, тогда $\bar{L} = 5{,}7/2 = 2{,}85$ и $z = 2{,}85/3{,}85 \approx 0{,}74$; для этого значения z имеем $F_3(\bar{L}) = 1{,}2$. Видимая глубина вычисляется просто: воспользовавшись последним равенством (II.5), получаем $1{,}6\,(1{,}20 - 1{,}11) \approx 0{,}14$. Теперь произведем сопоставление видимых размеров с изображенными:

	Изображение	Видимый размер (размер на картинной плоскости)
ширина	2 см	1,11 м
высота	3 см	1,48 м
глубина	0,25 см	0,14 м

Уравняем масштабы изображений ширины. Для этого все видимые размеры надо умножить на $2/111 \approx 0{,}018$ (здесь написано не 1,11, а 111, чтобы выразить все величины в сантиметрах). После такого уравнивания видимые размеры (сопоставленные с размером изображения, т. е. такие, какими их следовало бы показать на рисунке) будут:

ширина $0{,}018 \cdot 111 \approx 2$ см,
высота $0{,}018 \cdot 148 = 2{,}66$ см,
глубина $0{,}018 \cdot 14 \approx 0{,}25$ см.

Таким образом, если условно считать, что на рисунке ширина объекта передана правильно, то оказывается, что высота его преувеличена, а глубина передана верно (вместо 2,66 см изображено 3 см, а глубина 0,25 см и показана 0,25 см). Эти разницы можно выразить и в процентах: ошибка изображения высоты $(3-2{,}66) \cdot 100/2{,}66 \approx 12\%$, а ошибка изображения глубины $(0{,}25-0{,}25) \cdot 100/0{,}25 = 0$.

В тех случаях, когда необходимо провести сравнение для предметов разных планов, то следует помнить, что уравнивание масштабов осуществляется для какого-либо одного плана (обычно среднего). Но тогда «уравнивающий множитель» (в нашем примере 0,018) будет одним для всего рисунка, и если для основного плана ошибка может проявиться лишь в передаче высоты и глубины (наш пример), то на других планах вполне вероятно появление ошибок и ширины.

Анализ особенностей перспективного построения может выявить, что художник одновременно пользовался двумя разными вариантами системы научной перспективы, изображая часть пространства, опираясь на один вариант, а часть — на другой.

Например, при изображении интерьеров, особенно начиная с конца XIX в., сам интерьер нередко передается в достаточно сильно выраженной прямой перспективе (ренессансной или иной), в то время как доски пола, четко показанные лишь в некоторых местах,— параллельными линиями.

Сказанное свидетельствует о том, что наряду с основным вариантом системы перспективы художник воспользовался существованием локальных вариантов, справедливых для небольших участков пространства. Это не эклектика, а научно-обоснованное изображение.

Иногда, передавая все пространство в некотором разумном варианте системы перспективы, отдельный предмет художник передает в подчеркнуто сильном, неестественном сужении, чтобы вызвать зрительные иллюзии, подчеркивающие глубину изображенного пространства. Этот разумный прием обсуждался в первой части книги в связи с картиной А. П. Рябушкина «Ожидают выхода царя».

В заключение приведем таблицу значений функций, использованных в настоящем Приложении. Они, естественно, более точны, чем приведенные графики.

По ним следует построить нужные зависимости в удобном для пользования масштабе на миллиметровке.

Таблица значений функций

		Открытое пространство					Интерьер					
$\bar{L}$	z	a	b	c	F_2	F_3	a	b	c	F_2	F_3	R
0,0000	0,0000	1,9625	1,4812	1,0000	1,0000	0,0000	2,0833	1,5417	1,0000	1,0000	0,0000	1,0000
0,0526	0,0500	1,9115	1,4495	0,9875	0,9875	0,0510	2,0320	1,5160	1,0000	1,0000	0,0513	0,9500
0,1111	0,1000	1,8585	1,4167	0,9750	0,9750	0,1040	1,9780	1,4889	0,9999	0,9999	0,1054	0,9000
0,1765	0,1500	1,8031	1,3828	0,9624	0,9624	0,1594	1,9208	1,4602	0,9995	0,9995	0,1625	0,8500
0,2500	0,2000	1,7452	1,3475	0,9498	0,9498	0,2173	1,8603	1,4293	0,9984	0,9984	0,2231	0,8000
0,3333	0,2500	1,6843	1,3105	0,9368	0,9368	0,2782	1,7959	1,3960	0,9961	0,9961	0,2874	0,7500
0,4286	0,3000	1,6201	1,2716	0,9232	0,9232	0,3424	1,7273	1,3596	0,9919	0,9919	0,3560	0,7000
0,5385	0,3500	1,5522	1,2304	0,9086	0,9086	0,4103	1,6540	1,3195	0,9850	0,9850	0,4293	0,6500
0,6667	0,4000	1,4802	1,1862	0,8923	0,8923	0,4823	1,5756	1,2750	0,9744	0,9744	0,5077	0,6000
0,8182	0,4500	1,4033	1,1385	0,8737	0,8737	0,5592	1,4915	1,2252	0,9590	0,9590	0,5919	0,5500
1,0000	0,5000	1,3211	1,0863	0,8516	0,8516	0,6414	1,4010	1,1693	0,9375	0,9375	0,6823	0,5000
1,2222	0,5500	1,2328	1,0288	0,8248	0,8248	0,7297	1,3037	1,1061	0,9085	0,9085	0,7796	0,4500
1,5000	0,6000	1,1375	0,9646	0,7917	0,7917	0,8250	1,1989	1,0347	0,8704	0,8704	0,8844	0,4000
1,8571	0,6500	1,0345	0,8925	0,7505	0,7505	0,9280	1,0859	0,9537	0,8215	0,8215	0,9974	0,3500
2,3333	0,7000	0,9228	0,8109	0,6989	0,6989	1,0397	0,9640	0,8619	0,7599	0,7599	1,1194	0,3000
3,0000	0,7500	0,8012	0,7178	0,6345	0,6345	1,1613	0,8324	0,7580	0,6836	0,6836	1,2510	0,2500
4,0000	0,8000	0,6685	0,6114	0,5542	0,5542	1,2940	0,6903	0,6403	0,5904	0,5904	1,3931	0,2000
5,6667	0,8500	0,5236	0,4892	0,4547	0,4547	1,4389	0,5369	0,5074	0,4780	0,4780	1,5465	0,1500
9,0000	0,9000	0,3649	0,3485	0,3321	0,3321	1,5976	0,3713	0,3576	0,3439	0,3439	1,7120	0,1000
19,0000	0,9500	0,1909	0,1865	0,1822	0,1822	1,7716	0,1927	0,1891	0,1855	0,1855	1,8907	0,0500
48,9999	0,9800	0,0785	0,0778	0,0771	0,0771	1,8840	0,0788	0,0782	0,0776	0,0776	2,0045	0,0200
∞	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,9625	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2,0833	0,0000

Приложение III

ОБРАТНАЯ ПЕРСПЕКТИВА И ГЕОМЕТРИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО

В соответствии с экспериментальными ограничениями, существующими на сегодняшний день, будем рассматривать только задачу преобразования перцептивной системой человека сетчаточного образа участка горизонтальной плоскости сравнительно малой протяженности.

Пусть на рис. III.I в точке A объективного пространства на плоском горизонтальном участке находится наблюдатель, смотрящий в направлении AA_1. Перпендикулярно прямой AA_1 проведем прямую AB, направленную вдоль линии плеч наблюдателя. Через точку B проведем прямую BC, параллельную AA_1 (совершенно естественно, что в пространстве Евклида это можно сделать единственным образом). На прямой BC возьмем точку C, не слишком удаленную от наблюдателя, и опустим из нее перпендикуляр на AA_1. В результате возникнет прямоугольник $ABCC_1$. Рассмотрим конфигурацию этого прямоугольника в перцептивном пространстве, сделав естественное предположение, что прямым линиям объективного пространства соответствуют прямые же линии перцептивного пространства. Пусть точке A соответствует точка A' перцептивного пространства, а прямой AA_1 — прямая $A'A_1'$. В силу симметрии, которой должны обладать левая и правая полуплоскости в сознании наблюдателя, прямая $A'A_1'$ не может искривиться в перцептивном пространстве. Отложим от точки A' отрезок $A'B'$, перпендикулярный $A'A_1'$ и соответствующий отрезку AB объективного пространства. Линия $A'B'$ тоже будет в сознании наблюдателя прямой, поскольку верхнюю и нижнюю полуплоскости на рис. III.I он должен воспринимать как симметричные. Продолжим построение аналогично тому, как это происходило в объективном пространстве. Если исходить из экспериментальных фактов, говорящих, что перцептивное пространство является пространством Лобачевского, то через точку B' можно провести две параллельные $A'A_1'$ прямые $B'D$ и $B'E$, и, помимо этих прямых, все бесконечное множество прямых Лобачевского, заключенных между прямыми $B'D$ и $B'E$, тоже никогда не пересечет прямую $A'A_1'$. Поэтому вместо одной прямой BC, нигде не пересекающей AA_1, проведенное построение дало их бесчисленное множество.

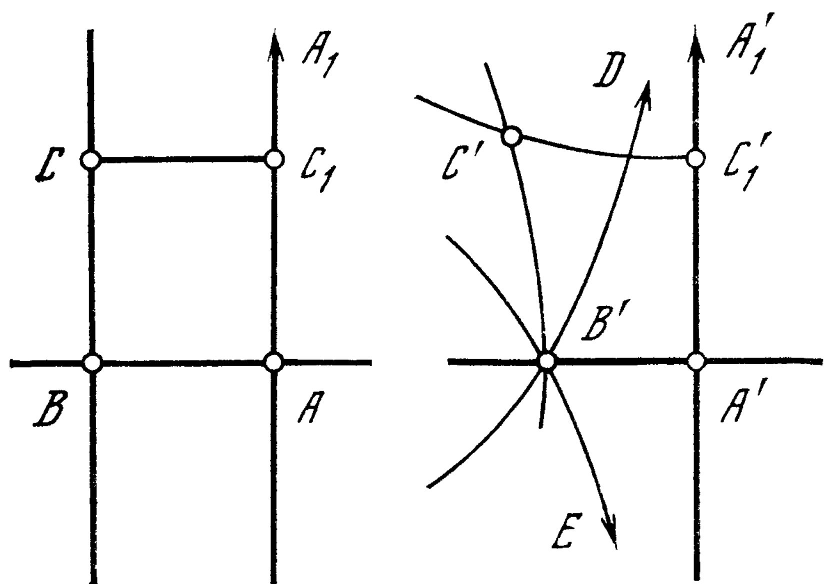


Рис. III.I.

Чтобы отобрать из полученного множества ту единственную прямую Лобачевского, которая соответствует прямой BC реального пространства, нельзя воспользоваться ни понятием параллельности (или непересече-

ния с прямой $A'A_1'$), поскольку этим свойством обладает множество прямых, ни понятием эквидистантности (постоянства расстояний) точек некоторой прямой, идущей через B' (принадлежащей рассматриваемому множеству) от прямой $A'A_1'$, поскольку этим свойством не обладает ни одна из этих прямых [1]. Выходом из положения является использование свойства зеркальной симметрии верхней и нижней полуплоскостей на схеме объективного пространства (см. рис. III.I).

Действительно, прямая AB может рассматриваться как такая ось симметрии. Если потребовать, чтобы идущая через B' прямая Лобачевского тоже была симметричной относительно $A'B'$, то это позволит выделить из множества не пересекающихся $A'A_1'$ прямых единственную прямую $B'C'$, которая в силу упомянутого свойства симметрии должна пересекать $A'B'$ под прямым углом. Возьмем на прямой $B'C'$ точку C', соответствующую точке C объективного пространства, и опустим из нее перпендикуляр на $A'A_1'$. Возникший четырехугольник $A'B'C'C_1'$ будет соответствовать прямоугольнику $ABCC_1$ объективного пространства [2]. Четырехугольник $A'B'C'C_1'$ имеет три прямых угла: при B' — в силу симметрии, а при A' и C_1' — по построению. Такой четырехугольник называют четырехугольником Ламберта. Как известно, для четырехугольника Ламберта справедливо соотношение, связывающее его стороны a и b, заключенные между прямыми углами, с противолежащей стороне a стороной h (на рис. III.I $a = A'B'$, $b = A'C_1'$, $h = C'C_1'$):

$$\cos \Pi (a) = \cos \Pi (h) \sin \Pi (b), \qquad \text{(III.I)}$$

где $\Pi (x)$ — функция Лобачевского, определяемая равенством

$$\Pi (x) = 2 \operatorname{arctg} e^{-x/R}. \qquad \text{(III.2)}$$

Из соотношения (III.I) с учетом того, что для значений $x > 0$ $\Pi (x) < \pi/2$, следует, что $\sin \Pi (b) < 1$, а следовательно, $\cos \Pi (h) > \cos \Pi (a)$, что на основании формулы (III.2) дает неравенство $h > a$, говорящее о том, что в перцептивном пространстве удаленная от наблюдателя сторона превышает размер ближней. Это и есть «обратная перспектива».

---

[1] Если же построить идущую через B' линию, эквидистантную $A'A_1'$, то, как известно, она перестанет быть прямой на плоскости Лобачевского.

[2] Полученное соответствие не является только формально математическим; это обусловлено, в частности, тем, что при указанном методе построения учтены возможности человеческой психики. Действительно, прямой угол при вершине A' можно построить потому, что эта точка соответствует точке, в которой находится наблюдатель, а прямые углы при вершинах B' и C_1' могут быть построены по той причине, что ракурс не искажает видимых величин углов при вершинах B и C_1.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От автора 3
Введение 4

Часть первая

СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВЫ
В ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОМ ИСКУССТВЕ

Глава первая
Великое открытие художников Ренессанса 9

Глава вторая
Варианты перцептивной системы перспективы 17

Глава третья
Изображение интерьера 28

Глава четвертая
Пейзаж 66

Глава пятая
Аксонометрия и обратная перспектива 89

Глава шестая
Зрительные иллюзии 110

Заключение 124

Часть вторая

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ

Раздел первый
Изображение и зрительное восприятие 127
§ 1. Вводные замечания 127
§ 2. Передача на картинной плоскости закономерностей зрительного восприятия 132

Раздел второй

Построение систем перспективы 141
§ 3. Проблема изображения произвольной точки картинного пространства на картинной плоскости 141
§ 4. Уравнения системы перспективы, условия коммутативности и горизонта 145
§ 5. Численная оценка соответствия перспективной системы неискаженной передаче естественного зрительного восприятия для картины в целом 157
§ 6. Численная оценка соответствия перспективной системы неискаженной передаче естественного зрительного восприятия для произвольной точки картины . . . 182
§ 7. Признаки глубины и иллюзия пространственности в картине 206

Раздел третий

Локальные системы перспективы 214
§ 8. Аксонометрия 214
§ 9. Нулевые линии и обратная перспектива 224
§ 10. Деформация пространства зрительного восприятия механизмом константности формы 233

Приложение I

Экспериментальное определение функции $F_1(\bar{L})$ 237

Приложение II

Практические способы построения и анализа изображений 242

Приложение III

Обратная перспектива и геометрия Лобачевского 252

Б. В. Раушенбах

СИСТЕМЫ ПЕРСПЕКТИВЫ
В ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОМ
ИСКУССТВЕ

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ

Утверждено к печати
Всесоюзным
научно-исследовательским институтом
искусствознания
Министерства культуры СССР

Редактор Ю. Г. Гуревич
Редактор издательства Ф. И. Гринберг
Художник Л. А. Григорян
Художественный редактор Н. Н. Власик
Технические редакторы Р. М. Денисова,
Л. И. Куприянова
Корректоры
М. В. Борткова, Р. З. Землянская

ИБ № 32236

Сдано в набор 13.12.85
Подписано к печати 28.03.86
Т-05867. Формат 70×90 1/16
Бумага типографская № 1
Гарнитура обыкновенная
Печать высокая
Усл. печ. л. 18,72. Усл. кр. отт. 19,16. Уч.-изд. л. 19,9
Тираж 12 000 экз. Тип. зак. 2149
Цена 1 р. 60 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
117864, ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90

2-я типография издательства «Наука»,
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6